

8. Карман В. И. Нелинейные волны в диспергирующих средах. М., «Наука», 1973.
9. Norf E. The partial differential equation.— «Comm. Pure Appl. Math.», 1950, vol. 3, p. 201.
10. Гогосов В. В., Полянский В. А. О слабых волнах, характеристиках и задаче об обтекании тонкого профиля в электрэгидродинамике.— «Изв. АН СССР. МЖГ», 1972, № 3, с. 137.
11. Куликовский А. Г., Любимов Г. А. Магнитная гидродинамика. М., «Наука», 1962.
12. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред. М., Гостехиздат, 1954.

УДК 532.135

### САМОРАЗОГРЕВ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ ПРИ ЦИКЛИЧЕСКОМ ДЕФОРМИРОВАНИИ

Л. М. Бучацкий, А. М. Столин, С. И. Худяев  
(Черноголовка)

Важнейшей особенностью процесса деформирования является выделение диссипативного тепла. Хорошо исследованы тепловые режимы течения лишь в случае простого сдвигового деформирования, при этом обнаружены интересные явления: гидродинамические аналоги тепловому взрыву [1—3], воспламенению и потуханию [4, 5], зажиганию [6, 7], неизомермические автоколебания вязкоупругих жидкостей [8]. Возникает интерес к исследованию влияния циклического деформирования на диссипативный разогрев и связанные с ним явления. Этот вопрос, хорошо изученный для твердых полимеров [9—12], для текучих систем практически не исследован, хотя представляет интерес для ряда прикладных задач химической технологии (вибропрессование, виброшнекование и др.) и вискозиметрии.

1. В данной работе проведено теоретическое исследование саморазогрева текучих систем при циклическом деформировании в модели ротационного вибровискозиметра. Рассматривается сдвиговое неизомермическое течение ньютоновской жидкости между двумя соосными бесконечными цилиндрами, один из которых вращается с постоянной скоростью, а другой совершает вынужденные тангенциальные колебания. Математическое описание процесса содержит уравнения движения и теплового баланса

$$(1.1) \quad \rho \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \sigma), \quad \sigma = \mu_0 e^{-\beta(T-T_0)} r \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{v}{r} \right);$$

$$(1.2) \quad c\rho \frac{dT}{dt} = q - \frac{2\alpha}{r_2 - r_1} (T - T_0), \quad q = \frac{2}{r_2^2 - r_1^2} \int_{r_1}^{r_2} \sigma r \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{v}{r} \right) r dr,$$

где  $v$  — скорость течения;  $\sigma$  — напряжение сдвига;  $T$  — температура;  $t$  — время;  $r_1 \leq r \leq r_2$ ,  $r_1$ ,  $r_2$  — радиусы цилиндров;  $c$  — теплоемкость;  $\rho$  — плотность;  $q$  — функция диссипации;  $T_0$  — температура окружающей среды;  $\alpha$  — коэффициент теплоотдачи с поверхности;  $\mu_0$  — вязкость при  $T = T_0$ ;  $\beta$  — температурный коэффициент вязкости.

Принятая в (1.1) рейнولدсовская зависимость вязкости от температуры  $\mu = \mu_0 \exp[-\beta(T - T_0)]$  получается разложением экспоненты аррениусовской зависимости  $\mu = A \exp(B/T)$  [13] ( $A$  и  $B$  — константы) по методу Франк-Каменецкого [14] при условии  $(T - T_0)/T_0 \ll 1$ . Уравнение (1.2) предполагает отсутствие распределения температуры по объему жидкости, однако такая модель не теряет смысла и при наличии распределения температуры по объему. В этом случае уравнение (1.2) следует понимать как приближенное относительно средней по объему температуры.

Наибольший интерес представляют граничные условия в виде

$$(1.3) \quad r = r_1 \quad v = r_1 \varphi_0 \omega \cos \omega t = v_1 \cos \omega t, \quad r = r_2 \quad v = v_2;$$

$$(1.4) \quad r = r_1 \quad \sigma = \sigma_1 + \sigma_0 \sin \omega t, \quad r = r_2 \quad v = v_2.$$

В первом случае имеется в виду синусоидальное изменение углового смещения ( $v$  — производная от смещения по времени,  $\varphi_0$  — амплитуда углового смещения,  $\omega$  — частота колебаний), а во втором — синусоидальное изменение напряжения сдвига ( $\sigma_1$  — среднее значение напряжения сдвига,  $\sigma_0$  — амплитуда колебаний).

Для анализа удобно выделить характерные времена задачи:  $t_1 = c\rho(r_2 - r_1)/2\alpha$  — время теплоотвода,  $t_2 = c\rho/\beta q_0$  — время тепловыделения,  $g_0$  — функция диссипации в стационарном режиме при температуре  $T_0$  в отсутствие вибрации,  $t_3 = 2\pi r_2/v_2$  — время одного оборота наружного цилиндра,  $t_4 = 2\pi/\omega$  — период колебаний,  $t_5 = \rho(r_2 - r_1)^2/\mu_0$  — время гидродинамической стабилизации.

Сравнивая характерные времена процессов, можно судить об их интенсивности, а по численным оценкам делать некоторые априорные выводы. Для сильновязких жидкостей можно предположить, что время гидродинамической стабилизации существенно меньше, чем все другие времена. В этом случае можно пользоваться стационарным уравнением движения, решение которого имеет вид

$$v = (v_2 - v_1 \cos \omega t) \left( \frac{1}{1 - (r_1/r_2)^2} \frac{r}{r_1} - \frac{1}{(r_2/r_1)^2 - 1} \frac{r_1}{r} \right),$$

$$D = r \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{v}{r} \right) = 2 \left( \varphi_0 \omega \cos \omega t - \frac{v_2}{r_2} \right) \frac{1}{r_1^{-2} - r_2^{-2}} \frac{1}{r^2}.$$

( $D$  — скорость деформации) для граничного условия (1.3) и

$$v = v_2 \frac{r}{r_2} + \frac{1}{2} \frac{\sigma_1 + \sigma_0 \sin \omega t}{\mu_0} e^{\beta(T - T_0)} \left( \frac{r}{r_2^2} - \frac{1}{r} \right),$$

$$\sigma = (\sigma_1 + \sigma_0 \sin \omega t) \frac{1}{r^2}$$

для граничного условия (1.4).

2. Рассмотрим задачу при граничных условиях (1.3). Вычисляя функцию диссипации, приходим к одному уравнению теплового баланса

$$(2.1) \quad \frac{d\Theta}{dt} = \frac{1}{t_2} (\gamma \cos \omega t - 1)^2 e^{-\Theta} - \frac{1}{t_1} \Theta,$$

$$\Theta = \beta(T - T_0), \quad \gamma = \frac{v_1}{v_2} = \frac{t_3}{t_4}, \quad \frac{1}{t_2} = \frac{\beta}{c\rho} g_0 = \frac{\beta}{c\rho} \frac{2\mu_0 v_2^2 r_1^2}{(r_2^2 - r_1^2) r_2^2}.$$

Существенные особенности течения могут быть выявлены из анализа различных предельных соотношений между характерными временами. С точки зрения влияния вибрации на саморазогрев особый интерес представляют два предельных случая, которые анализируются ниже.

1. *Случай «быстрых колебаний»*,  $t_1 \gg t_4$ . Возьмем за масштаб времени  $t_4$  ( $\tau = t/t_4$ ). Тогда уравнение (2.1) запишется в виде

$$(2.2) \quad \frac{d\Theta}{d\tau} = \frac{t_1}{t_2} \left( \gamma \cos 2\pi \frac{t_1}{t_4} \tau - 1 \right)^2 e^{-\Theta} - \Theta.$$

Вследствие  $t_1/t_4 \gg 1$  правая часть уравнения является быстро осциллирующей функцией  $\tau$ . Согласно методу осреднения [15], приближенное

(с точностью до  $t_4/t_1$ ) решение уравнения (2.2) может быть получено из осредненного уравнения

$$(2.3) \quad \frac{d\Theta}{d\tau} = \frac{t_1}{t_2} \left( \frac{\gamma^2}{2} + 1 \right) e^{-\Theta} - \Theta.$$

Физический смысл примененного осреднения состоит в том, что если в единице времени содержится большое число циклов, то внутри каждого цикла изменение температуры, а следовательно, и вязкости несущественно и их можно считать постоянными. Решение уравнения (2.3) имеет простую структуру (фиг. 1, кривая 1). При  $\tau \rightarrow \infty$  оно монотонно приближается к стационарному значению, которое может быть найдено из соотношения

$$(2.4) \quad \Theta e^{\Theta} = \frac{t_1}{t_2} \left( \frac{\gamma^2}{2} + 1 \right).$$

Эта формула показывает влияние параметра  $\gamma$ , характеризующего интенсивность колебаний, на диссипативный разогрев. В отсутствие колебаний (при  $\gamma = 0$ ) эта формула совпадает с известной формулой из работы [2], полученной для расчета саморазогрева жидкости при простом сдвиговом течении.

Решение уравнения (2.2) совершает частые колебания на фоне решения осредненного уравнения (2.3), при этом независимо от параметра  $\gamma$  амплитуда этих колебаний мала (порядка  $t_4/t_1$ ).

2. *Случай «сильного теплоотвода»*,  $t_1 \ll t_4$ . Возьмем за масштаб времени  $t_4$  ( $\tau = t/t_4$ ) и перепишем уравнение (2.1) в виде

$$(2.5) \quad \frac{t_1}{t_4} \frac{d\Theta}{d\tau} = \frac{t_1}{t_2} (\gamma \cos 2\pi\tau - 1)^2 e^{-\Theta} - \Theta.$$

Вследствие  $t_1/t_4 \ll 1$  разогрев  $\Theta(\tau)$  меняется квазистационарно. Это утверждение вытекает из теоремы Тихонова [16], согласно которой уравнение (2.5) вне некоторого пограничного слоя, примыкающего к  $\tau = 0$ , близко (с точностью до  $t_1/t_4$ ) к решению вырожденного уравнения

$$\Theta e^{\Theta} = (t_1/t_2)(\gamma \cos 2\pi\tau - 1)^2,$$

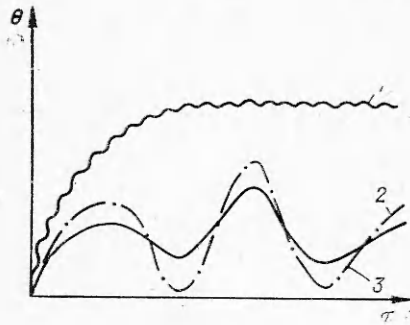
определяющего периодическую по  $\tau$  функцию  $\Theta(\tau)$  с периодом 1. Поведение решения различно при  $\gamma \geq 1$  ( $v_1 \geq v_2$ ) и  $\gamma < 1$  ( $v_1 < v_2$ ) (см. фиг. 1, кривые 2, 3). При  $\gamma \geq 1$  в отдельные моменты времени, когда скорости цилиндров равны, источник тепла выключается и вследствие сильного теплоотвода разогрев падает почти до нуля (с точностью до  $t_1/t_4$ ).

Максимумы тепловыделения соответствуют крайним положениям колеблющегося цилиндра, причем большее значение тепловыделения достигается при противоположно направленных скоростях цилиндров (большие горбы на кривых 2, 3, фиг. 1). Малые горбы на тех же кривых отвечают одинаково направленным скоростям цилиндров. При  $\gamma < 1$  источник тепла не выключается и минимальный разогрев становится существенным

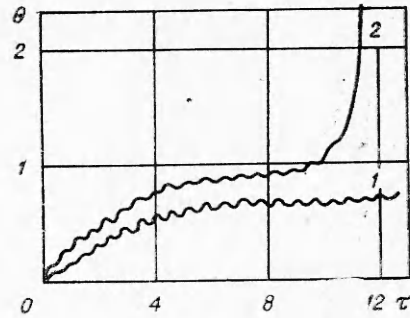
$$\min \Theta = \Theta_1, \quad \Theta_1 e^{\Theta_1} = \frac{t_1}{t_2} (1 - \gamma)^2.$$

Среднее значение по периоду функции  $\Theta(\tau)$  при не очень больших амплитудах может быть приближенно найдено путем решения уравнения (2.4). Здесь имеется в виду приближенное осреднение нелинейной функции  $F(\Theta) = \Theta \exp \Theta$  по формуле [17]  $\langle F(\Theta) \rangle = F(\langle \Theta \rangle)$ .

Область применения результатов, полученных для случаев «быстрых колебаний» и «сильного теплоотвода», охватывает и другие предельные случаи (например,  $t_1 \ll t_2$  и  $t_3 \ll t_4$ ), так как полученные асимптотические решения справедливы равномерно по  $t_1/t_2$ ,  $t_3/t_4$  на любом конечном интер-



Ф и г. 1



Ф и г. 2

вале вида  $[0, M]$ . Отметим, что предельное соотношение  $t_2 \ll t_1$  всегда соответствует адиабатическому случаю, описываемому уравнением (2.1) в отсутствие теплоотовода. Решение адиабатического уравнения при начальном условии  $\Theta(0) = \Theta_0$  имеет вид

$$e^\Theta = e^{\Theta_0} + \frac{1}{t_2} \left( t + \frac{t^2}{2} + \frac{t^2}{4\omega} \sin 2\omega t \frac{2\gamma}{\omega} \sin \omega t \right).$$

Отсюда следует, что адиабатическая температура, совершая колебания, растет по логарифмическому закону. Увеличение частоты уменьшает размах колебаний и увеличивает скорость роста этой температуры.

3. Рассмотрим задачу при граничных условиях (1.4). Вычисляя в данном случае функцию диссипации, приходим к следующему виду уравнения теплового баланса:

$$(3.1) \quad \frac{d\Theta}{dt} = \frac{1}{t_2} (\gamma_1 \sin \omega t + 1)^2 e^\Theta - \frac{1}{t_2} \Theta,$$

$$\Theta = \beta (T - T_0), \quad \gamma_1 = \frac{\sigma_0}{\sigma_1}, \quad \frac{1}{t_2} = \frac{\beta}{c\rho} a_0 = \frac{\beta}{c\rho} \frac{\sigma_0^2}{r_1^2 r_2^2 u_0}.$$

В этом случае граничных условий скорость  $v_2$  не влияет на саморазогрев, и поэтому время  $t_3$  здесь отсутствует.

Без учета периодичности источника уравнение (3.1) хорошо известно в теории теплового взрыва [14]. В зависимости от параметров для него было показано наличие двух качественно различных типов решения: взрывного и невзрывного. Наличие временного периодического фактора в функции диссипации вносит существенные особенности. По аналогии с предыдущим случаем рассмотрим основные предельные соотношения характерных времен.

1. При  $t_1 \gg t_4$  относительно безразмерного времени  $\tau = t/t_1$  уравнение (3.1) принимает вид

$$(3.2) \quad \frac{d\Theta}{d\tau} = \frac{t_1}{t_2} \left( \gamma_1 \sin 2\pi \frac{t_1}{t_4} \tau + 1 \right)^2 e^\Theta - \Theta.$$

Для решения этого уравнения с быстро осциллирующей правой частью снова применим метод осреднения [15]. С точностью до  $t_4/t_1$  решение уравнения (3.2) близко к решению осредненного уравнения

$$\frac{d\Theta}{d\tau} = \kappa e^\Theta - \Theta, \quad \kappa = \frac{t_1}{t_2} \left( \frac{\gamma_1^2}{2} + 1 \right).$$

При  $\kappa < \kappa_* = 1/e$  имеет место невзрывной, низкотемпературный режим

течения, а при  $\kappa \gg \kappa_*$  происходит прогрессивное нарастание саморазогрева — гидродинамический тепловой взрыв.

Интересно отметить, что критическое условие

$$(3.3) \quad \kappa_* = \frac{t_1}{t_2} \left( \frac{\gamma_1^2}{2} + 1 \right) = \frac{1}{e}$$

содержит только амплитудные значения напряжения сдвига и не содержит частоты колебаний. В то же время критическое условие, возникающее при циклическом деформировании твердых полимеров с заданной амплитудой напряжения [9—12] в этом же предельном случае, содержит частоту. Это различие связано с тем, что свойства твердого тела (податливость потерь или модуль потерь) зависят от внешних параметров деформирования (частоты), а для ньютоновской жидкости такой зависимости нет. В отсутствие вибрации ( $\gamma_1 = 0$ ) критическое условие (3.3) переходит в равенство  $\kappa_* = t_1/t_2 = 1/e$ , хорошо известное из теории теплового взрыва. Указанные закономерности иллюстрируются фиг. 2, на которой изображены кривые зависимости  $\Theta(\tau)$ , полученные из численных расчетов на ЭВМ уравнения (3.2), (кривая 1 соответствует параметрам низкотемпературной области:  $t_1/t_4 = 10,0$ ,  $t_1/t_2 = 0,214$ ,  $\gamma_1 = 1,0$ ,  $\kappa = 0,32062 < \kappa_*$ ; 2 — параметрам взрывной области:  $t_1/t_4 = 10,0$ ,  $t_1/t_2 = 0,260$ ,  $\gamma_1 = 1,0$ ,  $\kappa = 0,39141 > \kappa_*$ ).

2. При  $i_1 \ll i_2$ , принимая за масштаб времени  $t_4$ , приходим к следующему уравнению:

$$(3.4) \quad \frac{t_1}{t_2} \frac{d\Theta}{d\tau} = \frac{t_1}{t_2} (\gamma_1 \sin 2\pi\tau + 1)^2 e^\Theta - \Theta.$$

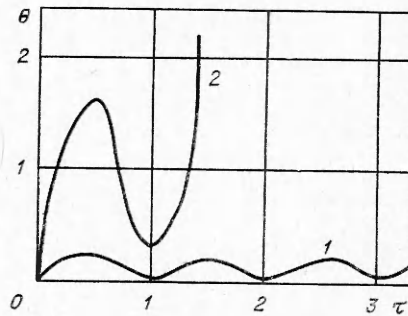
Рассмотрим  $f(\tau) = (t_1/t_2)(\gamma_1 \sin 2\pi\tau + 1)^2$ . Для нее

$$f_1 = \frac{t_1}{t_2} (1 + \gamma_1)^2, \quad f_0 = \begin{cases} (t_1/t_2) (1 - \gamma_1)^2, & \gamma_1 < 1, \\ 0, & \gamma_1 \geq 1 \end{cases}$$

означают соответственно максимальное и минимальное значения. По теореме Тихонова [16] при  $f_1 < 1/e$  с точностью до  $t_1/t_4$  устанавливается периодический разогрев  $\Theta(\tau)$ , определяемый как меньший корень уравнения

$$(3.5) \quad \Theta e^{-\Theta} = \frac{t_1}{t_2} (\gamma_1 \sin 2\pi\tau + 1)^2.$$

Если же  $f_0 > 1/e$  (это возможно при  $\gamma_1 < 1$ ), то квазистационарное решение невозможно. Физически это означает гидродинамический тепловой взрыв. В промежуточных режимах при  $f_1 > 1/e > f_0$  квазистационарное решение, согласно формуле (3.5), существует лишь на определенных участках изменения  $\tau$  (при  $f(\tau) < 1/e$ ). При  $f(\tau) > 1/e$  такое решение отсутствует. Численный анализ уравнения (3.4) показал, что для этой области тоже характерен взрывной режим. На фиг. 3 приведены результаты численного счета. Кривая 1 соответствует невзрывной области параметров ( $t_1/t_4 = 0,10$ ,



Фиг. 3

$t_1/t_2 = 0,100$ ,  $\gamma_1 = 0,5$ , т. е.  $f_1 < 1/e$ , 2 — переходной области ( $t_1/t_4 = 0,25$ ,  $t_1/t_2 = 0,421$ ,  $\gamma_1 = 0,5$ , т. е.  $f_1 > 1/e > f_0 = 0,2625$ ). В пределе при  $(t_1/t_4) \rightarrow 0$  критическое условие взрыва выражается формулой

$$f_1 = \frac{t_1}{t_2} (1 + \gamma_1)^2 = \frac{1}{e}.$$

Отметим, что данное критическое условие связано со срывом максимальной температуры, тогда как в предельном случае «быстрых колебаний» оно определялось срывом средней температуры (см. (3.3)).

В области

$$(3.6) \quad t_1/t_2 < 1/e, \quad f_1 > 1/e$$

можно определить период индукции взрыва  $\tau_i$  как момент первого срыва квазистационарного решения, т. е. как наименьшее решение уравнения  $f(\tau) = 1/e$ . Это дает с учетом  $\tau_i = t_i/t_4$

$$(3.7) \quad t_i = \frac{t_4}{2\pi} \arcsin \left[ \left( \sqrt{\frac{t_2}{t_1 e}} - 1 \right) / \gamma_1 \right].$$

Из формулы следует, что для случая  $(t_1/t_4) \rightarrow 0$  период индукции много меньше периода колебаний. Поэтому срыв температуры происходит внутри первого цикла, а условие (3.6) определяет взрывную область. При  $t_1/t_2 > 1/e$  формула (3.7) не определяет периода индукции. В рамках сделанного предположения о малости  $t_1/t_4$  это означает, что  $\tau_i = O(t_1/t_4)$ .

Отметим, что, как и в п. 2, полученные асимптотические решения справедливы и для других предельных случаев. В адиабатическом случае ( $t_2 \ll t_1$ ) при  $\Theta(0) = \Theta_0$  имеем

$$e^{-\Theta} = e^{-\Theta_0} - \frac{1}{t_2} \left[ \left( 1 + \frac{\gamma_1^2}{2} \right) t + \frac{2\gamma_1}{\omega} (1 - \cos \omega t) - \frac{\gamma_1^2}{4\omega} \sin 2\omega t \right].$$

Настоящее рассмотрение направлено на изучение качественных закономерностей саморазогрева текучих систем при циклическом деформировании. С этой целью была выбрана простейшая модель ньютоновской жидкости, свойства которой не зависят от параметров вибрации. С точки зрения определения реологических свойств жидкости из динамических испытаний интерес представляет исследование саморазогрева неньютоновской жидкости, свойства которой, помимо температуры, могут зависеть и от частоты колебаний.

Поступила 18 I 1978

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Бостанджиян С. А., Мержанов А. Г., Худяев С. И. О гидродинамическом тепловом взрыве. — Докл. АН СССР, 1965, т. 163, № 1.
2. Мержанов А. Г., Столин А. М. К тепловой теории течения вязкой жидкости. — Докл. АН СССР, 1971, т. 198, № 6.
3. Мержанов А. Г., Посецельский А. П., Столин А. М., Штейнберг А. С. Экспериментальное осуществление гидродинамического теплового взрыва. — Докл. АН СССР, 1973, т. 210, № 1.
4. Мержанов А. Г., Столин А. М. Гидродинамические аналоги явлений воспламенения и потухания. — ПМТФ, 1974, № 1.
5. Столин А. М., Клевков В. И. О гидродинамических тепловых явлениях типа воспламенения и потухания. — В кн.: Горение конденсированных систем. Черно-голова, 1977.
6. Гришин А. М., Немировский В. Б., Панин В. Ф. Влияние теплоты трения на характеристики воспламенения при течении вязкой реагирующей жидкости в круглой трубе. — ФГВ, 1977, т. 13, № 2.

7. Зиненко Ж. А., Столин А. М., Хрисостомов Ф. А. Тепловые режимы куэттовского течения вязкой жидкости.— ПМТФ, 1977, № 3.
8. Столин А. М., Худяев С. И. Неизотермическая неустойчивость течения вязкоупругих сред.— «Докл. АН СССР», 1972, т. 207, № 1.
9. Ратнер С. Б., Коробов В. И. Саморазогрев полимеров при многократной деформации.— «Докл. АН СССР», 1965, т. 161, № 4.
10. Ратнер С. Б., Коробов В. И. Саморазогрев пластмасс при циклическом деформировании.— «Механика полимеров», 1965, № 3.
11. Баренблатт Г. И., Козырев Ю. И., Малинин Н. И., Павлов Д. Я., Шестериков С. А. О виброползучести полимерных материалов.— «Докл. АН СССР», 1966, т. 166, № 4.
12. Баренблатт Г. И., Козырев Ю. П., Малинин Н. И., Павлов Д. Я., Шестериков С. А. О виброползучести полимерных материалов.— ПМТФ, 1965, № 5.
13. Френкель Я. И. Кинетическая теория жидкостей. Л., «Наука», 1975.
14. Франк-Каменецкий Д. А. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. М., «Наука», 1967.
15. Боголюбов Н. Н., Митропольский Ю. А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М., Гостехиздат, 1955.
16. Тихонов А. Н. Системы дифференциальных уравнений, содержащие малые параметры при производных. Матем. сб., 1952, т. 31, № 3.
17. Вольперт А. П., Худяев С. И. Анализ в классах разрывных функций и уравнения математической физики. М., «Наука», 1975.

УДК 536.24.01

## ТЕПЛОБМЕН МЕЖДУ ВРАЩАЮЩИМИСЯ ДИСКАМИ

В. В. Никулин

(Новосибирск)

Обобщение [1] в данной работе подобно обобщению, сделанному в [2] по отношению к [3] без учета уравнения энергии. Исследование полученных обыкновенных дифференциальных уравнений в линейном приближении для случая теплоотдачи вращающегося диска в безграничную вращающуюся жидкость показало, что отношение толщины теплового пограничного слоя к толщине гидродинамического для фиксированного числа  $Pr$  зависит только от отношения угловых скоростей жидкости и диска и при их выравнивании стремится к  $\infty$ . Таким образом, вращающиеся системы дают пример такого движения, где за формирование теплового и гидродинамического пограничных слоев отвечают различные физические механизмы. Так, тепловой слой получается в результате того, что подток жидкости из бесконечности к диску препятствует неограниченной диффузии тепла, т. е. происходит ограничение диффузии за счет конвекции. Гидродинамический слой является слоем экмановского типа [4] и получается вследствие баланса сил кориолиса и трения.

1. Рассматривается полупространство, заполненное вязкой несжимаемой жидкостью, ограниченное бесконечным диском. При этом жидкость на бесконечном удалении от диска имеет температуру  $T_\infty$  и вращается с угловой скоростью  $\Omega$ . Диск имеет температуру  $T_0$  и угловую скорость  $\alpha\Omega$ .

Уравнения неразрывности, Навье — Стокса и энергии в цилиндрической системе координат с осью, совпадающей с осью вращения, с учетом аксиальной симметрии течения (полагая плотность жидкости  $\rho = 1$ ) имеют вид

$$(1.1) \quad \frac{1}{r} \frac{\partial(ur)}{\partial r} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0,$$