ПМТФ, № 4, 1967

РАСШИРЕНИЕ ПЛАЗМЕННОГО СГУСТКА ПЕРЕМЕННОЙ ПРОВОДИМОСТИ ВО ВНЕШНЕМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ ПРИ МАЛОМ ПАРАМЕТРЕ ГИДРОМАГНИТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

А. Н. Черепанов

(Новосибирск)

Рассматривается индукционное взаимодействие расширяющегося плазменного сгустка переменной проводимости, зависящей от температуры, с внешним однородным магнитным полем, заданным в виде произвольной функции времени.

В предположении малого параметра гидромагнитного взаимодействия (произведения магнитного числа Рейнольдса на отношение характерных величин магнитного давления к статическому давлению плазмы) решаются две задачи: расширение с постоянной скоростью и расширение в пустоту.

Произведен расчет величин работы A плазмы против электрических объемных сил и джоулевых потерь Q в плазме за единицу времени.

Проводится сравнительный анализ степени изоэнтропичности процесса расширения или внутреннего к. п. д. $\eta = (A - Q) / A$ в зависимости от магнитного числа Рейнольдса, показателя адиабаты и формы сгустка: плоскосимметричной и осесимметричной.

Результат проведенного расчета может быть использован для некоторой оценки эффективности магнитогидродинамического способа преобразования тепловой энергии в электрическую.

Рассмотрим одномерные плоскосимметричные и осесимметричные расширения идеального невязкого проводящего газа во внешнее однородное магнитное поле. Примем следующие предположения: (1) В начальный момент времени $t = 0$ в плоскосимметричном случае газ находился в некотором ограниченном вдоль оси r интервале $-a_0 \leqslant r \leqslant a_0$ и не ограниченном в двух других перпендикулярных оси r направлениях. В случае осевой симметрии при $t = 0$ будем иметь бесконечный по оси z цилиндрический столб проводящего газа радиуса $r = a_0$

(2) Магнитное поле $H(t)$ вне плазмы известно и направлено параллельно оси z (перпендикулярно направлению движения газа).

(3) Токами смещения и теплопроводностью пренебрегаем.

(4) Полагая расширение равномерным, зададим скорость движения среды аналогично [1] в виде $v = r\,a'(t) / a(t)$, где $a(t)$ — неизвестный закон движения границы газа.

(5) Величина $SR_m \ll 1$ (параметр гидромагнитного взаимодействия), где S — отношение характерного магнитного давления к статическому давлению газа, а R_m — магнитное число Рейнольдса.

(6) Проводимость газа σ — функция температуры, определяется формулой

$$\sigma = \sigma_0 (T / T_0)^n \qquad (n \geqslant 0) \tag{1}$$

Здесь σ_0 — проводимость при T_0, выбранной в качестве масштаба температуры.

Расширение происходит вдоль оси r.

При сделанных выше предположениях (1) — (5) безразмерные нестационарные уравнения магнитной гидродинамики в лагранжевых координатах ξ, τ имеют вид

$$\frac{\partial H}{\partial \tau} + (\alpha + 1)\frac{a'(\tau)}{a(\tau)} H = \frac{1}{R_m a^2(\tau)} \frac{1}{\xi^\alpha} \frac{\partial}{\partial \xi}\left(\frac{\xi^\alpha}{\sigma(T)} \frac{\partial H}{\partial \xi}\right), \quad \left(\xi = \frac{r}{a(\tau)}, \ \tau = t\right)$$

$$\varkappa M_0{}^2 \xi a'(\tau)\, a(\tau) = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial \xi}, \qquad \left(\varkappa = \frac{c_p}{c_v}, \ M_0 = \frac{v_0}{\sqrt{\varkappa P_0/\rho_0}}, \ R_m = 4\pi\sigma_0 a_0 v_0\right)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} = -\frac{\alpha+1}{a(\tau)}\alpha'(\tau)\,\rho, \quad \frac{\partial P}{\partial \tau} = \varkappa \frac{P}{\rho}\frac{\partial \rho}{\partial \tau}, \quad P = \rho T \tag{2}$$

Здесь $\varkappa$ — показатель адиабаты, M_0 — число Маха. Штрих означает дифференцирование по переменной τ.

В плоскосимметричном случае $\alpha = 0$, в цилиндрическом $\alpha = 1$. Для безразмерных величин приняты следующие обозначения

$$H = \frac{H^\circ}{H_{00}}, \quad P = \frac{P^\circ}{P_0}, \quad \rho = \frac{\rho^\circ}{\rho_0}, \quad v = \frac{v^\circ}{v_0}, \quad t = \frac{v_0 t^\circ}{a_0}, \quad \sigma = \frac{\sigma^\circ}{\sigma_0}$$

Здесь кружочком вверху обозначены размерные переменные, а индексом ноль внизу их характерные значения соответственно.

Во втором и четвертом уравнениях системы (2) опущены вторые члены справа, имеющие порядок SR_m (предположение (5)).

Два последних уравнения в (2) интегрируются непосредственно

$$\rho = f(\xi)\, a^{-(\alpha+1)}(\tau), \qquad P = \varphi(\xi)\, \rho^\varkappa \tag{3}$$

Здесь $f(\xi)$ и $\varphi(\xi)$ — функции лагранжевой координаты ξ, причем одна из них может быть задана произвольным образом.

Будем считать, что такой произвольной функцией будет $\varphi(\xi)$, характеризующая начальное распределение энтропии газа по частицам.

Подставив (3) во второе уравнение системы (2) и произведя разделение переменных, получим для определения функций $f(\xi)$ и $a(\tau)$ два уравнения

$$\frac{d}{d\xi}(\varphi f^\varkappa) = \lambda \varkappa M_0{}^2 \xi f, \qquad a''(\tau) = -\lambda a^{-[\varkappa+\alpha(\varkappa-1)]}(\tau) \tag{4}$$

Проинтегрировав (4), найдем

$$f(\xi) = \frac{1}{\varphi^{1/\varkappa}(\xi)}\left[\lambda(\varkappa-1) M_0{}^2 \int \frac{\xi\, d\xi}{\varphi^{1/\varkappa}(\xi)} + C\right]^{1/\varkappa-1} \tag{5}$$

$$\int_1^a \left[C_1 - \frac{2\lambda}{(1-\varkappa)(1+\alpha)} z^{(1-\varkappa)(1+\alpha)}\right]^{-1/2} dz = \tau \tag{6}$$

Формула (5) определяет распределение плотности газа по ξ, а (6) характеризует закон движения границы плазмы ($\xi = \pm 1$). Аналогичное (6) решение получено в [2]. Ввиду пространственной симметрии задачи будем рассматривать в дальнейшем решение в области $\xi \in [0, 1]$.

Таким образом, для газодинамических величин имеем следующие выражения, зависящие от трех произвольных констант C, C_1, λ и одной произвольной функции $\varphi(\xi)$

$$v = \xi\left\{C_1 - \frac{2\lambda}{(1-\varkappa)(1+\alpha)}[a(\tau)]^{(1-\varkappa)(1+\alpha)}\right\}^{1/2} \tag{7}$$

$$\rho = \frac{[\varphi(\xi)]^{-1/\varkappa}}{[a(\tau)]^{1+\alpha}}\left[\lambda(\varkappa-1) M_0{}^2 \int \frac{\xi\, d\xi}{\varphi^{1/\varkappa}} + C\right]^{1/\varkappa-1} \tag{8}$$

$$P = \frac{1}{[a(\tau)]^{(1+\alpha)\varkappa}}\left[\lambda(\varkappa-1) M_0{}^2 \int \frac{\xi\, d\xi}{\varphi^{1/\varkappa}(\xi)} + C\right]^{\varkappa/\varkappa-1} \tag{9}$$

Здесь $a(\tau)$ определяется соотношением (6).

Перейдем теперь к решению уравнения индукции (первое уравнение системы (2). Для этого рассмотрим отдельно два случая.

а) *Расширение с постоянной скоростью границы* ($\lambda = 0$). Зададим начальные и граничные условия в виде

$$v(\xi, 0) = \xi, \qquad P(\xi, 0) = 1 \tag{10}$$

$$H(\xi, 0) = b = \begin{cases} 0, \\ 1, \end{cases} \quad \left.\frac{\partial H}{\partial \xi}\right|_{\xi=0} = 0, \quad H(1, \tau) = H_0(\tau) \tag{11}$$

В качестве характерных величин примем скорость движения границы относительно плоскости (оси) симметрии, давление, плотность при $\xi = 0$ и магнитное поле вне плазмы в начальный момент времени $\tau = 0$.

Из (6) — (9) с учетом (10), (11) имеем

$$a(\tau) = 1 + \tau, \qquad v = \xi, \qquad \rho = (1 + \tau)^{-(1+\alpha)}, \qquad P = (1 + \tau)^{-\varkappa(1+\alpha)} \tag{12}$$

Из соотношений (1), (3) при $\varphi(\xi) = 1$ и уравнения состояния $P = \rho T$ для безразмерной величины проводимости нетрудно получить следующую зависимость от плотности

$$\sigma = \rho^{(\varkappa-1) n} \tag{13}$$

Подставив это выражение σ и выражение (12) для $a(\tau)$ в уравнение индукции системы (2), получим

$$(1 + \tau)^{2-(1+\alpha)(\varkappa-1) n} \frac{\partial H_1}{\partial \tau} = \frac{1}{R_m} \frac{1}{\xi^\alpha} \frac{\partial}{\partial \xi}\left(\xi^\alpha \frac{\partial H_1}{\partial \xi}\right) \tag{14}$$

$$H_1 = (1 + \tau)^{1+\alpha} H(\xi, \tau)$$

Из (11) имеем граничные условия

$$H_1(\xi, 0) = b, \qquad [\partial H_1 / \partial \xi]_{\xi=0} = 0, \qquad H_1(1, \tau) = (1 + \tau)^{1+\alpha} H_0(\tau) \tag{15}$$

Для решения задачи (14), (15) можно воспользоваться методом интегральных преобразований в конечном интервале по переменной ξ [3], опуская промежуточные выкладки; приводим полученное выражение

$$H(\xi, \tau) = H_0(\tau) - \frac{1}{(1 + \tau)^{\alpha+1}} \sum_{\gamma=1}^{\infty} C_\gamma \exp\left(-\frac{\lambda_\gamma^2}{R_m} \frac{(1 + \tau)^{(1+\alpha)(\varkappa-1) n-1} - 1}{(1 + \alpha)(\varkappa - 1) n - 1}\right) \times$$
$$\times \left\{\int_0^\tau \frac{d}{d\tau}\left[(1 + \tau)^{1+\alpha} H_0\right] \exp\left(\frac{\lambda_\gamma^2}{R_m} \frac{(1 + \tau)^{(1+\alpha)(\varkappa-1) n-1} - 1}{(1 + \alpha)(\varkappa - 1) n - 1}\right) d\tau + 1 - b\right\} K(\lambda_\gamma \xi) \tag{16}$$

Предполагается, что $(1 + \alpha)(\varkappa - 1) n - 1 \neq 0$; вычисления дают

$$C_\gamma = (-1)^{\gamma-1} \frac{4}{(2\gamma - 1)\pi}, \quad K(\lambda_\gamma \xi) = \cos \lambda_\gamma \xi, \quad \lambda_\gamma = \frac{(2\gamma - 1)\pi}{2} \quad \text{при } \alpha = 0 \tag{17}$$

$$C_\gamma = \frac{2}{\lambda_\gamma J_1(\lambda_\gamma)}, \quad K(\lambda_\gamma \xi) = J_0(\lambda_\gamma \xi) \quad \text{при } \alpha = 1 \tag{18}$$

Здесь J_1 и J_0 — функции Бесселя действительного аргумента первого и нулевого порядков соответственно, собственные числа λ_γ определяются уравнением $J_0(\lambda_\gamma) = 0$.

При $(1+\alpha)(\varkappa-1)n-1=0$ вместо (16) будем иметь

$$H(\xi, \tau)=H_0(\tau)-\frac{1}{(1+\tau)^{(1+\alpha)}}\sum_{\gamma=1}^{\infty}\frac{C_\gamma}{(1+\tau)^{\lambda_\gamma/R_m}}\times$$

$$\times\left\{\int_0^\tau \frac{d}{d\tau}\left[(1+\tau)^{1+\alpha}H_0\right](1+\tau)^{\lambda_\gamma/R_m}d\tau+1-b\right\}K(\lambda_\gamma\xi) \tag{19}$$

b) *Расширение в пустоту* ($\lambda\neq 0$). Здесь рассмотрим подслучай, когда $v(\xi, 0)=0$ (нулевая начальная скорость) и $v(\xi, 0)=\xi$ (начальная скорость не равна нулю). В качестве масштаба скорости в первом подслучае примем скорость звука при $\tau=0$, $\xi=0$, во втором — начальную скорость газа при $\tau=0$, $\xi=1$. Характерные значения давления и плотности те же, что и в случае (а).

Тогда из (7), (9) найдем при $\varphi(\xi)=1$

$$C=1,\quad C_1=\nu+\frac{4}{(\varkappa-1)^2(1+\alpha)M_0^2},\quad \lambda=-\frac{2}{(\varkappa-1)M_0^2} \tag{20}$$

Последнее следует из условия $P(1, \tau)=0$;

$$\nu=0\quad \text{при}\quad v(\xi, 0)=0,\qquad \lambda=1\quad \text{при}\quad v(\xi, 0)=\xi$$

Кроме того, в случае $\nu=0$ следует положить $M_0=1$.

Таким образом, с учетом (20) из (7) — (9) получим

$$v=\xi\left[\nu+\frac{4}{(\varkappa-1)^2(1+\alpha)M_0^2}\left(1-a^{(1-\varkappa)(1+\alpha)}\right)\right]^{1/2} \tag{21}$$

$$\rho=(1-\xi^2)^{1/\varkappa-1}\frac{1}{a^{1+\alpha}(\tau)},\qquad P=(1-\xi^2)^{\varkappa/\varkappa-1}\frac{1}{a^{\varkappa(1+\alpha)}}$$

Здесь $a=a(\tau)$ определяется соотношением (6), которое с учетом (20) примет вид

$$\int_1^a\left[1+\frac{4}{(\varkappa-1)^2(1+\alpha)M_0^2}\left(1-z^{(1-\varkappa)(1+\alpha)}\right)\right]^{-1/2}dz=\tau \tag{22}$$

Подставим выражение проводимости

$$\sigma=(1-\xi^2)^n a^{-(\varkappa-1)(1+\alpha)n} \tag{23}$$

в уравнение индукции системы (2) и перейдем к новой зависимой переменной $H_1=a^{1+\alpha}H(\xi, \tau)$; получим

$$a^{2+(1-\varkappa)(1+\alpha)n}\frac{\partial H_1}{\partial\tau}-\frac{1}{R_m}\frac{1}{\xi^\alpha}\frac{\partial}{\partial\xi}\left[\frac{\xi^\alpha}{(1-\xi^2)^n}\frac{\partial H_1}{\partial\xi}\right] \tag{24}$$

Граничные и начальные условия, как и выше, запишем в виде

$$[\partial H_1/\partial\xi]_{\xi=0}=0,\quad H_1(1, \tau)=H_0(\tau)a^{1+\alpha},\quad H(\xi, 0)=b=\begin{cases}0\\1\end{cases} \tag{25}$$

Поскольку из (22) в общем случае нельзя получить явной зависимости a от τ, то в (24) удобнее перейти к дифференцированию по переменной a вместо τ. Оператор

$$\frac{\partial}{\partial\tau}=\left[\nu+\frac{4}{(\varkappa-1)^2(1+\alpha)M_0^2}\left(1-a^{(1-\varkappa)(1+\alpha)}\right)\right]^{1/2}\frac{\partial}{\partial a} \tag{26}$$

Поэтому вычисления из (24) дают

$$\frac{1}{\xi^\alpha}\frac{\partial}{\partial \xi}\left[\frac{\xi^\alpha}{(1-\xi^2)^n}\frac{\partial H_1}{\partial \xi}\right]-R_m\psi(a)\frac{\partial H_1}{\partial a}=0 \qquad (27)$$

$$\psi(a)=a^{2+(1-\varkappa)(1+\alpha)n}\left[1+\frac{4}{(\varkappa-1)^2(1+\alpha)M_0^2}\left(1-a^{(1-\varkappa)(1+\alpha)}\right)\right]^{1/2}$$

При этом условия (25) примут вид

$$[\partial H_1/\partial \xi]_{\xi=0}=0, \quad H_1(1,a)=a^{1-\alpha}H_0(a), \quad H_1(\xi,1)=b \qquad (28)$$

Для $n=0$ решение задачи (27), (28) легко записать в аналитическом виде аналогично случаю (а)

$$H(a,\xi)=H_0(a)-\frac{1}{a^{1+\alpha}}\times \qquad (29)$$

$$\times\sum_{\gamma=1}^{\infty}C_\gamma\exp\left(-\frac{\lambda_\gamma^2}{R_m}\int_1^a\frac{da}{\psi(a)}\right)\left[\int_1^a\frac{d}{da}(a^{1+\alpha}H_0)\exp\left(\frac{\lambda_\gamma^2}{R_m}\int_1^a\frac{da}{\psi(a)}\right)da+1-b\right]K(\lambda_\gamma\xi)$$

Здесь C_γ, $K(\lambda_\gamma\xi)$ и λ_γ имеют тот же смысл, что и выше в (а). При $n\neq 0$ задача решалась численно методом сеток [4] на ЭВМ-20.

Произведем вычисление работы A плазмы против электрических объемных сил и джоулевых потерь Q в проводящем газе. Значения обоих величин отнесем к единице высоты, а при $\alpha=0$ и ширине a_0 плазменного столба (слоя); тогда для безразмерных величин A° и Q° будем иметь

$$A^\circ=\frac{A}{q}=a^\alpha(\tau)\left[H_0^2(\tau)v(1,\tau)-\int_0^1H^2\frac{\partial}{\partial\xi}(\xi^\alpha v)\,d\xi\right] \qquad (30)$$

$$Q^\circ=\frac{Q}{q}=\frac{2}{R_m}a^{\alpha-1}\int_0^1\left(\frac{\partial H}{\partial \xi}\right)^2\frac{\xi^\alpha}{\sigma}d\xi \qquad \left(q=\frac{H_{00}^2}{4\pi^{1-\alpha}}a_0^{\alpha}v_0\right) \qquad (31)$$

Здесь A° и Q° — работа и джоулевы потери за единицу времени, q — единица масштаба.

Для случая расширения с постоянной скоростью границы ($\lambda=0$) из (30) и (31) после подстановки выражений (12), (13), (16), (19) для v, σ, H и почленного интегрирования по ξ имеем

$$A^\circ=(\alpha+1)a^\alpha v(1,\tau)\sum_{\gamma=1}^{\infty}\left[2H_0f_\gamma(\tau)\int_0^1K(\lambda_\gamma\xi)\xi^\alpha d\xi-f_\gamma^2(\tau)\int_0^1K^2(\lambda_\gamma\xi)\xi^\alpha d\xi\right] \qquad (32)$$

$$Q^\circ=\frac{2}{R_m}\frac{\alpha^{\alpha-1}}{\sigma(\tau)}\sum_{\gamma=1}^{\infty}f_\gamma^2(\tau)\int_0^1\left(\frac{d}{d\xi}K(\lambda_\gamma\xi)\right)^2\xi^\alpha d\xi \qquad (33)$$

$$f_\gamma(\tau)=\frac{C_\gamma}{(1+\tau)^{1+\alpha}}\exp\left(-\frac{\lambda_\gamma^2}{R_m}\frac{(1+\tau)^{(1+\alpha)(\varkappa-1)n-1}-1}{(1+\alpha)(\varkappa-1)n-1}\right)\times$$

$$\times\left\{\int_0^\tau\frac{d}{d\tau}[(1+\tau)H_0]\exp\left[\frac{\lambda_\gamma^2}{R_m}\frac{(1+\tau)^{(1+\alpha)(\varkappa-1)n-1}-1}{(1+\alpha)(\varkappa-1)n-1}+1-b\right\}\right.$$

При $(1+\alpha)(\varkappa-1)n-1 \neq 0$, если $(1+\alpha)(\varkappa-1)n-1=0$

$$f_\gamma(\tau) = \frac{C_\gamma}{(1+\tau)^{\lambda_\gamma/R_m+1+\alpha}}\left[\int_0^\tau \frac{d}{d\tau}\left[(1+\tau)^{1+\alpha}H_0\right](1+\tau)^{\lambda_\gamma/R_m}d\tau + 1 - b\right]$$

Интегралы по ξ легко вычисляются. В случае $\alpha = 0$ с учетом (17) имеем

$$\int_0^1 K(\lambda_\gamma\xi)\,d\xi = (-1)^{\gamma-1}\frac{2}{(2\gamma-1)\pi}, \qquad \int_0^1 K^2(\lambda_\gamma\xi)\,d\xi = \frac{1}{2},$$

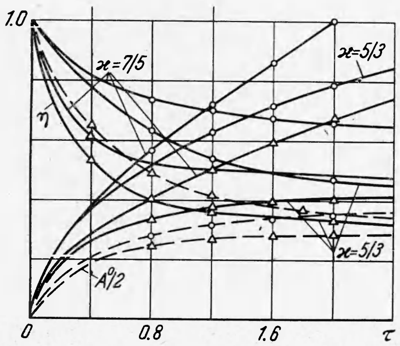
$$\int_0^1\left[\frac{d}{d\xi}K(\lambda_\gamma\xi)\right]^2 d\xi = \frac{(2\gamma-1)^2\pi^2}{8}$$

В случае $\alpha = 1$ величины $K(\lambda_\gamma\xi)$ и C_γ определяются соотношениями (18); при этом

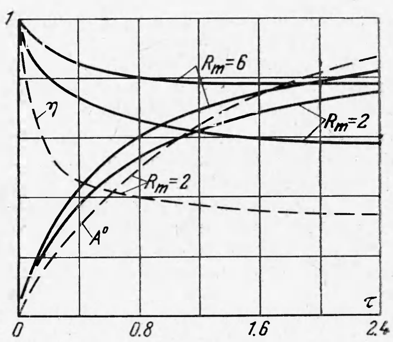
$$\int_0^1 K(\lambda_\gamma\xi)\,\xi\,d\xi = \frac{J_1(\lambda_\gamma)}{\lambda_\gamma}, \qquad \int_0^1 K^2(\lambda_\gamma\xi)\,\xi\,d\xi = \frac{1}{2}J_1^2(\lambda_\gamma)$$

$$\int_0^1\left[\frac{d}{d\xi}K(\lambda_\gamma\xi)\right]^2\xi\,d\xi = \frac{\lambda_\gamma^2}{2}\left[\frac{2}{\lambda_\gamma}J_1(\lambda_\gamma) - J_0(\lambda_\gamma)\right]^2$$

Вместо $a(\tau)$, $v(1,\tau)$ и $\sigma(\tau)$ следует подставить их выражения согласно (12) и (13).



Фиг. 1



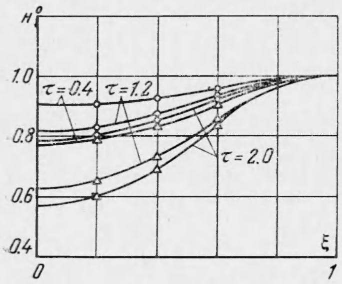
Фиг. 2

В случае $\lambda \neq 0$ при $n = 0$ значения A и Q определяются также формулами (32), (33) соответственно, только здесь

$$f_\gamma(\tau) = \frac{C_\gamma}{a^{1+\alpha}}\exp\left[-\frac{\lambda_\gamma^2}{R_m}\int_1^a\frac{da}{\psi(a)}\right]\left\{\int_1^a\frac{d}{da}(a^{1+\alpha}H_0)\exp\left[\frac{\lambda_\gamma^2}{R_m}\int_1^a\frac{da}{\psi(a)}\right)da + 1 - b\right]$$

При этом $v(1,\tau)$, $a(\tau)$ и $\sigma(\tau)$ определяются из (21), (22) и (23) — в последнем ρ с учетом (21).

Были проведены численные расчеты величины работы A плазмы против электрических объемных сил, джоулевых потерь Q в плазме за единицу времени и внутреннего коэффициента полезного действия (к. п. д.) $\eta = (A - Q) / A$ или степени изоэнтропичности процесса расширения плазмы в магнитном поле для случая, когда магнитное поле на границе расширяющегося слоя (столба) газа постоянно ($H_0(\tau) = 1$). Начальное распределение последнего считалось постоянным и равным внешнему ($b = 1$).



Фиг. 3

На фиг. 1 в качестве примера приведены некоторые значения величин A^0 и η в зависимости от τ для случая $\lambda = 0$ при $\alpha = 1$, $\varkappa = {}^5/_3$, ${}^7/_5$, $R_m = 2$ и 6 (сплошные линии) и при $\alpha = 0$, $\varkappa = {}^5/_3$, $R_m = 2$ и 6 (пунктирные линии); на фигуре точки в виде треугольников соответствуют значению $R_m = 2$, в виде кружков $R_m = 6$.

При этом график коэффициента η для $\alpha = 0$, $R_m = 6$, $\varkappa = {}^5/_3$ практически совпадает с графиком этой же величины, построенным при $\alpha = 1$, $R_m = 6$, $\varkappa = {}^7/_5$, вследствие чего на фигуре первый не приведен.

Фиг. 2 иллюстрирует зависимость A^0 и η от τ для случая $\lambda \neq 0$ (расширение в пустоту) при $\alpha = 0$, $\varkappa = {}^5/_3$, $R_m = 2$ и 6. Сплошные линии соответствуют $n = 0$ (постоянная по сечению проводимость $\sigma = \sigma(\tau)$), пунктирные — $n = {}^3/_2$ (переменная по сечению проводимость $\sigma = \sigma(\xi, \tau)$).

Из приведенного расчета следует.

1. В случае плоскосимметричного расширения ($\alpha = 0$) значения коэффициента η выше, чем в осесимметричном случае ($\alpha = 1$).

2. Величина η существенно зависит от показателя адиабаты газа (т. е. от рабочего тела). Как видно из фиг. 1, двухатомному газу ($\varkappa = {}^7/_5$) соответствуют более высокие значения коэффициента η по сравнению с одноатомным ($\varkappa = {}^5/_3$).

3. С увеличением R_m степень изоэнтропичности η процесса расширения увеличивается, стремясь к единице при $R_m \to \infty$.

4. При заданном начальном распределении магнитного поля $b = 1$ величина $\eta > 0$ при $\tau > 0$, $R_m > 0$ и $\eta = 1$ при $\tau = 0$.

Если принять, что в начальный момент магнитное поле в плазме не равнялось по всему сечению внешнему (т. е. $b \neq 1$), то при конечных R_m существует некоторый промежуток времени $0 \leqslant \tau \leqslant \tau_i$, определяемый значениями безразмерных параметров, когда $\eta \leqslant 0$, и только при $\tau > \tau_i$ будем иметь $\eta > 0$, что отмечалось ранее в [5,6].

На фиг. 3 приведено распределение магнитного поля по сечению проводящего слоя плазмы для случая $\lambda \neq 0$ (расширение в пустоту), при $\alpha = 0$, $\varkappa = {}^5/_3$, $\eta = {}^3/_2$ и $\nu = 0$. Треугольники соответствуют $R_m = 2$, кружочки $R_m = 0.5$.

Отметим, что в случае конечной проводимости газа часть мощности A, развиваемой плазмой против электродвижущих сил, диссипируется в виде джоулева тепла в рабочем газе. Другая же ее часть идет на изменение энергии магнитного поля в объеме, занимаемом движущейся плазмой, и на работу против внешних источников, необходимых для поддержания магнитного поля перед расширяющимся плазменным слоем (столбом) постоянным.

Автор благодарит Л. А. Заклязьминского за полезные советы и внимание к работе.

Поступила 12 VII 1966

ЛИТЕРАТУРА

1. Брагинский С. И., Шафранов В. Д. Плазменный шнур при наличии продольного магнитного поля. Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций, 1958, т. 2.
2. Фонарев А. С. Об асимптотических решениях неустановившегося расширения газа в пустоту. Инж. ж., 1965, т. 5, № 6.
3. Кошляков Н. С., Глинер Э. Б., Смирнов М. М. Основные дифференциальные уравнения математической физики. Физматгиз, 1962.
4. Рихтмайер Р. Д. Разностные методы решения краевых задач. Изд. иностр. лит., 1960.
5. Яковлев В. И. Индукционное воздействие расширяющегося плазменного шнура с внешним электрическим контуром. ПМТФ, 1963, № 2.
6. Черепанов А. Н., Яковлев В. И. Автомодельное решение задачи о расширении цилиндрического столба проводящего газа в продольном магнитном поле, ПМТФ, 1966, № 2.