

ИОННЫЙ ТОК НАСЫЩЕНИЯ НА ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЗОНДЫ В ПОТОКАХ ПЛАЗМЫ ПРИ МАЛЫХ ЧИСЛАХ РЕЙНОЛЬДСА

При диагностике плазмы сплошной среды с помощью электрических зондов для определения концентрации заряженных частиц по вольт-амперной характеристике зонда широко используются ионные токи насыщения [1]. Полученные в [1] общие выражения для плотностей токов насыщения позволяют выводить конкретные диагностические формулы для различных режимов течения плазмы. Так, в [2] был рассчитан ионный ток насыщения на цилиндрический и сферический зонды в потоках несжимаемой плазмы при достаточно больших числах Рейнольдса Re , когда течение у поверхности зонда происходит в режиме пограничного слоя. В [3] определен ток насыщения при Re , меньших единицы.

Важным режимом течения плазмы при проведении зондовых измерений является течение при малых Re (порядка единицы). Это имеет место, например, при исследовании ионизации лабораторных пламен цилиндрическими и сферическими зондами малого диаметра. Для таких условий в [4] приведены аналитические выражения для ионного тока насыщения на цилиндрический зонд при некоторых модельных случаях распределения скоростей ионизованного газа. Цель настоящей работы — определение тока насыщения на цилиндрический и сферический зонды при малых Re с учетом реального обтекания зондов вязким газом, полученного на основе решения уравнений Навье—Стокса.

1. Рассмотрим течение несжимаемой термодинамически равновесной слабо ионизованной плазмы с постоянными переносными свойствами и замороженными химическими реакциями вблизи проводящего цилиндрического тела (зонда) бесконечной длины, ось симметрии которого расположена перпендикулярно скорости набегающего потока. Согласно теории [1], ионный ток насыщения определяется из решения уравнения для концентрации заряженных частиц в квазинейтральной области, которое в полярных координатах (r, θ) записывается в виде

$$(1.1) \quad \frac{\partial^2 n}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial n}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 n}{\partial \theta^2} - \frac{Re_e}{2} \left(u_r \frac{\partial n}{\partial r} + u_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial n}{\partial \theta} \right) = 0.$$

Здесь $Re_e = U_\infty R / D_i$ — электрическое число Рейнольдса; U_∞ — скорость набегающего потока; R — радиус зонда; D_i — коэффициент диффузии ионов; u_r и u_θ — радиальная и трансверсальная скорости, отнесенные к U_∞ . Концентрация заряженных частиц отнесена к своему значению на бесконечности, радиальная координата r обезразмерена через радиус зонда.

Граничными условиями уравнения (1.1) являются

$$(1.2) \quad n|_{r=1} = 0, \quad n|_{r \rightarrow \infty} \rightarrow 1.$$

Безразмерная плотность ионного тока насыщения дается выражением

$$(1.3) \quad j = 2 \left. \frac{\partial n}{\partial r} \right|_{r=1}.$$

Поле скоростей u_r, u_θ находится из решения задачи обтекания зонда потоком вязкой жидкости без учета ионизации.

2. Задача (1.1)—(1.3) решалась численно. Сначала по методу [5, 6] решения уравнений Навье—Стокса рассчитывалось распределение скоростей u_r, u_θ обтекания кругового цилиндра вязкой жидкостью. Расчет распределения концентрации заряженных частиц производился аналогично.

Уравнение в частных производных (1.1) заменялось разностным с применением явной пятиточечной схемы. Так как концентрация заряженных частиц изменяется наиболее быстро вблизи поверхности цилиндра и при решении разностной задачи желательно иметь вблизи цилиндра более густую сетку, чем вдали от него, то предварительно в (1.1) было сде-

лено преобразование $z = \ln r$. При этом (1.1) принимает вид

$$(2.1) \quad \frac{\partial^2 n}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 n}{\partial \theta^2} - \frac{\text{Re}_e}{2} \exp z \left(u_r \frac{\partial n}{\partial z} + u_\theta \frac{\partial n}{\partial \theta} \right) = 0.$$

Разностная аппроксимация уравнения (2.1) проводилась с использованием центральных разностных производных. Условие (1.2) на бесконечности переносилось на окружность достаточно большого радиуса.

Разностная задача решалась методом последовательных приближений. В качестве нулевого приближения брали распределение концентрации в модельном случае поля скоростей равномерного невозмущенного потока [4]. В расчетах применялась сетка с шагами изменения переменных z и θ соответственно $h = 0,1$ и $d = 6^\circ$. Вычисления продолжались до тех пор, пока во всех точках сетки разность расчетных величин, полученных в двух последовательных итерациях, по модулю становилась меньше 10^{-4} . Затем в каждой точке сетки, расположенной на поверхности цилиндра, вычислялся градиент концентрации, пропорциональный, как следует из (1.3), потоку заряженных частиц на зонд. Интегрированием по обводу цилиндра находили полный ток на зонд. Расчеты проводились на ЭВМ БЭСМ-6.

Сходимость и устойчивость используемой разностной схемы проверялись в тестовых расчетах на модельной задаче обтекания цилиндра потоком идеальной жидкости, для которой известно аналитическое выражение для токов насыщения [4]. Расчеты показали, что значения полных токов насыщения, полученных из решения разностной задачи, отличаются от определенных из аналитического выражения [4] при $\text{Re}_e \leq 5$ не более чем на 1 %.

Расчет распределения скоростей u_r , u_θ обтекания цилиндра вязкой жидкостью проводился в диапазоне газодинамических чисел Рейнольдса от 1 до 15, при которых обтекание цилиндра стационарное [7]. Использовалась сетка от 31 до 36 точек по переменной z в зависимости от Re_e . Увеличение числа точек по сравнению с указанным, т. е. удаление внешней границы, практически не влияет на вычисляемые значения тока насыщения.

Электрическое и газодинамическое числа Рейнольдса, как известно, связаны через число Шмидта Sc соотношением $\text{Re}_e = \text{ReSc}$ ($\text{Sc} = \nu/D_i$, ν — кинематический коэффициент вязкости). В реальных условиях Sc порядка единицы. Вычисления тока насыщения проводили, используя найденные распределения скоростей, при $\text{Sc} = 0,5$; 1 и 1,5. Число расчетных точек по z зависело от Re_e и изменялось от 36 при $\text{Re}_e = 1$ до 12 при $\text{Re}_e = 15$. При $\text{Re}_e > 10$ вследствие близкого расположения внешней границы расчеты тока насыщения возможно было провести с шагом $h = 0,05$. Соответствующие значения скоростей в промежуточных узлах сетки находились линейной интерполяцией. Изменение шага интегрирования не оказало существенного влияния на ток насыщения.

На рис. 1 приведены результаты расчета плотности j ионного тока насыщения по обводу цилиндра. Видно, что при рассматриваемых условиях течения существенный вклад в интегральный ток вносит также и задняя поверхность цилиндра $0 \leq \theta \leq 90^\circ$. Относительная величина этого вклада по сравнению с лобовой поверхностью $90^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ с возрастанием Re постепенно падает. Некоторое увеличение тока в диапазоне $0 \leq \theta \leq 35^\circ$ при $\text{Re} = 15$ обусловлено развитием вихревой зоны у задней поверхности цилиндра.

На рис. 2 представлены рассчитанные зависимости безразмерного интегрального тока насыщения i от Re_e . Видно, что ток насыщения слабо зависит от Sc . Здесь же для сравнения приведены аналитические зависимости из [4] для модельных случаев равномерного невозмущенного потока (штриховая линия) и распределения скоростей обтекания цилиндра идеальной жидкостью (штрихпунктирная). Учет реального обтекания вязким газом приводит к более медленному росту тока насыщения с увеличением Re_e .

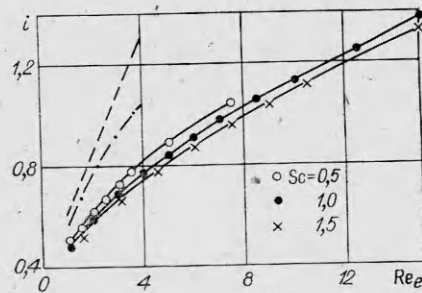
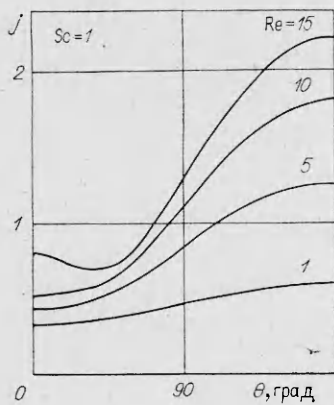


Рис. 1

Рис. 2

Рассчитанные зависимости безразмерного тока насыщения от Re_e хорошо аппроксимируются степенной функцией

$$(2.2) \quad i = aRe_e^b,$$

где при $Sc = 1$ $a = 0,43$; $b = 0,42$.

Размерный ток связан с безразмерным соотношением

$$(2.3) \quad I_i = 4\pi e N_\infty D_i L i$$

(e — заряд электрона).

3. Аналогично п. 2 определялся ток насыщения на сферический зонд. Расчет поля скоростей обтекания сферы вязким газом проводился по методу [8] в диапазоне значений $1 \leq Re \leq 65$, при которых обтекание является стационарным [7].

Уравнение для квазинейтральной концентрации заряженных частиц в сферических координатах записывается в виде

$$(3.1) \quad \frac{\partial^2 n}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial n}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 n}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r^2} \operatorname{ctg} \theta \frac{\partial n}{\partial \theta} - \frac{Re_e}{2} \left(u_r \frac{\partial n}{\partial r} + u_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial n}{\partial \theta} \right) = 0.$$

После введения преобразования $z = \ln r$ и перехода к разностному уравнению задача решается методом последовательных приближений, в качестве начального использовали распределение концентрации в модельном случае равномерного невозмущенного потока, найденное из (3.1) при $u_r = \cos \theta$, $u_\theta = -\sin \theta$:

$$(3.2) \quad n = 1 - \exp(\kappa r \cos \theta) \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \frac{I_{m+1/2}(\kappa)}{K_{m+1/2}(\kappa)} (2m+1) \times \\ \times \left(\frac{\pi}{2\kappa r} \right)^{1/2} K_{m+1/2}(\kappa r) P_m(\cos \theta).$$

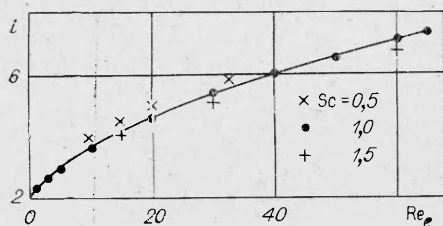
Здесь $\kappa = Re_e/4$; $I_{m+1/2}$, $K_{m+1/2}$ — функции Бесселя от мнимого аргумента первого и второго рода полуцелого порядка; $P_m(\cos \theta)$ — полиномы Лежандра. При этом ограничивались двумя членами ряда в (3.2), а $Re_e = 1$.

Интегральный ток насыщения на полную поверхность сферы в указанном модельном случае дается выражением

$$(3.3) \quad i = 2 - 2\pi \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m (2m+1) \frac{K'_{m+1/2}(\kappa)}{K_{m+1/2}(\kappa)} I_{m+1/2}^2(\kappa),$$

которое использовалось для контроля точности вычислений по разностной схеме. Расчеты показали, что отличие между током насыщения, определенным из решения разностной задачи и по формуле (3.3), не превышает 5% при $Re_e \leq 40$.

Результаты расчета тока насыщения на сферический зонд в потоке вязкого газа приведены на рис. 3 в виде зависимости безразмерного тока



Р и с. 3

довании ионизации в ацетилено-воздушном пламени со щелочными присадками. Описание установки и методики измерений дано в [4]. Температура пламени составляет 2370 ± 10 К, скорость потока $U_\infty = 4,4 \pm 0,5$ м/с.

В пламя вводились водные растворы солей натрия, калия и рубидия нескольких концентраций. Концентрация n_a свободных атомов этих металлов в пламени определялась по методу интегрального коэффициента поглощения спектральной линии [9]. По значениям температуры пламени и измеренной n_a с помощью уравнения Саха рассчитывались равновесные значения концентрации электронов n_e в плазме пламени, которые находились в пределах: для натрия $n_e = (2,3-4,1) \cdot 10^{10}$ см $^{-3}$ при $n_a = (1,6-5,4) \cdot 10^{11}$ см $^{-3}$, для калия $n_e = (0,9-2,0) \cdot 10^{11}$ см $^{-3}$ при $n_a = (0,9-2,6) \cdot 10^{11}$ см $^{-3}$, для рубидия $n_e = 1,5 \cdot 10^{11}$ см $^{-3}$ при $n_a = 6,3 \cdot 10^{10}$ см $^{-3}$.

В экспериментах использовались неохлаждаемые цилиндрические зонды длиной $L = 9$ мм различных диаметров, а также сферический зонд диаметром 2 мм. Типичные вольт-амперные характеристики приведены на рис. 4, где по оси абсцисс отложен электрический потенциал ϕ зондов относительно опорного электрода, которым являлся корпус горелки. Кривая 1 относится к сферическому зонду, 2-6 — к цилиндрическим с диаметрами 0,75; 1; 1,6; 2; 3 мм соответственно. Представленные характеристики получены в пламени с присадкой калия при $n_a = 9 \cdot 10^{10}$ см $^{-3}$.

Из вольт-амперных характеристик сферического [10] и плоского [1] зондов в неподвижной плазме следует, что начало ионного тока насыщения реализуется при безразмерном электрическом потенциале $\chi_p = e\phi_p/kT_e \approx -10$, где ϕ_p — потенциал зонда относительно потенциала плазмы; k — постоянная Больцмана; T_e — температура электронов. Измерения показали, что потенциал плазмы пламени составлял $\sim 0,5$ В. Согласно вышеизложенному, в качестве ионного тока насыщения, отвечающего расчетному (2.3) и (3.4), брался ток при $\phi = -2$ В.

При определении концентрации заряженных частиц по формулам (2.3) и (3.4) использовался коэффициент диффузии ионов натрия $D_i = 5,2$ см 2 /с [11]. На основании данных [12] для ионов калия был оценен $D_i = 4,8$ см 2 /с, для ионов рубидия $D_i = 4,6$ см 2 /с.

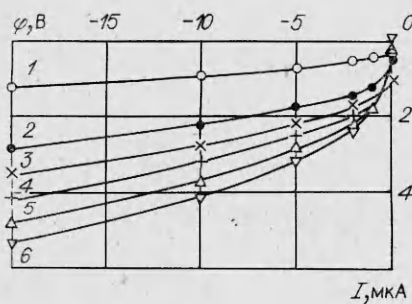
Экспериментальные результаты, полученные при работе с цилиндрическими зондами, представлены на рис. 5. При определении безразмерного тока i использовались значения концентрации заряженных частиц, рассчитанные по уравнению Саха на основе спектральных измерений. Экспериментальные точки для каждого щелочного элемента хорошо описываются степенной зависимостью (2.2) со значениями постоянных (для натрия $a = 1,51$, $b = 0,41$, для калия $a = 1,34$, $b = 0,29$, для рубидия $a = 0,78$, $b = 0,37$), которые подобраны по методу наименьших квадратов. Таким образом, показатель степени b близок в случае присадок натрия и рубидия к расчетному значению, однако для всех трех элементов имеет место некоторое превышение экспериментально определенного тока насыщения над теоретическим: для натрия в среднем в 3,5 раза, для калия в 2,4 раза, для рубидия в 1,5 раза, т. е. значения концентрации заряженных частиц, определенные по формуле (2.3), соответственно в указанное число раз превышают рассчитанные на основе спектральных измерений.

Измерения, проведенные сферическим зондом, дали аналогичные результаты. Значения концентрации, найденные с помощью (3.4), в 2,5 раза для натрия, в 1,8 для калия и в 1,2 раза для рубидия больше рассчитан-

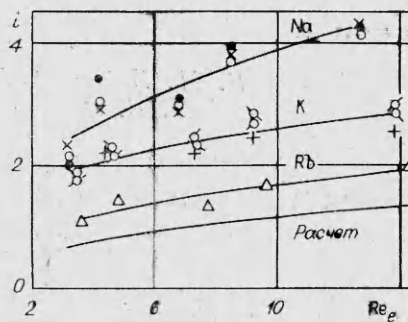
i от Re_e . На основе представленных результатов имеем формулу для определения концентрации заряженных частиц в набегающем потоке в размерном виде:

$$(3.4) \quad I_i = 8\pi e D_i N_\infty R [1 + 0,2(U_\infty R/D_i)^{0,62}].$$

4. Полученные формулы проверялись в экспериментах при исследовании



Р и с. 4



Р и с. 5

ных из спектральных измерений. Несколько лучшее соответствие объясняется меньшей эффективной собирающей поверхностью зонда из-за влияния державки, исключавшей попадание заряженных частиц на часть боковой поверхности сферы.

Таким образом, приведенные экспериментальные результаты свидетельствуют, что полученные в данной работе выражения (2.3) и (3.4) достаточно удовлетворительно описывают связь между ионным током насыщения на зонд и концентрацией заряженных частиц в плазме пламени. Обнаруженные расхождения между значениями концентрации, определенными из зондовых измерений по формулам (2.3) и (3.4) и на основе спектральных измерений, объясняются, видимо, тем, что теоретическая модель, в рамках которой рассчитывался ток насыщения, не учитывает некоторые процессы, происходящие в плазме, например образование отрицательных ионов у более холодной, чем окружающая среда, поверхности зонда [13].

ЛИТЕРАТУРА

1. Бенилов М. С., Тирский Г. А. О токах насыщения в плотной плазме // ПМТФ.— 1979.— № 6.
2. Бенилов М. С., Рогов Б. В., Тирский Г. А. Теоретическое определение ионного тока насыщения на электрические зонды в дозвуковых потоках плазмы // ТВТ.— 1981.— Т. 19, № 5.
3. Бенилов М. С., Рогов Б. В., Тирский Г. А. Об ионном токе насыщения на электрический зонд в медленно движущейся плазме // ПМТФ.— 1982.— № 3.
4. Егорова З. М., Кашеваров А. В., Фомина Е. М., Цхай Н. С. Об измерении концентрации заряженных частиц цилиндрическим зондом Ленгмюра в плазме пламени // ТВТ.— 1988.— Т. 26, № 3.
5. Namielec A. E., Raal J. D. Numerical studies of viscous flow around circular cylinders // Phys. Fluids.— 1969.— V. 12, N 1.
6. Корявов П. П., Павловский Ю. П. Численное решение задачи о движении кругового цилиндра в потоке вязкой жидкости // Проблемы прикладной математики и механики.— М.: Наука, 1971.
7. Ван-Дайк М. Методы возмущений в механике жидкости.— М.: Мир, 1967.
8. Rimon Y., Cheng S. I. Numerical solution of a uniform flow over a sphere at intermediate Reynolds numbers // Phys. Fluids.— 1969.— V. 12, N 5, pt 1.
9. Егорова З. М., Кашеваров А. В., Фомина Е. М., Цхай Н. С. Определение концентрации атомов щелочных металлов в углеводородном пламени // ЖЛС.— 1988.— Т. 48, № 6.
10. Чан П., Тэлбот Л., Туран К. Электрические зонды в неподвижной и движущейся плазме.— М.: Мир, 1978.
11. Mallard W. G., Smyth K. S. Mobility measurements of atomic ions in flames using laser-enhanced ionization // Comb. Flame.— 1982.— V. 44, N 1.
12. Ellis H. W. Transport properties of gaseous ions over a wide energy range // Atom. Data 2nd Nucl. Data Tables.— 1976.— V. 17, N 3.
13. Бенилов М. С., Косов В. Ф., Рогов Б. В., Синельщиков В. А. Токи насыщения на электрические зонды в потоках химически реагирующей плазмы с различными сортами ионов // ТВТ.— 1987.— Т. 25, № 3.

е. Жуковский

Поступила 10/XI 1988 г.