

МЕТОД СЖИМАЮЩИХ ОТОБРАЖЕНИЙ ПРИ РАСЧЕТЕ ПЕРЕДАТОЧНЫХ ФУНКЦИЙ ГРИНА В ЗАДАЧАХ ЭЛЕКТРОРАЗВЕДКИ

Л.Ф. Московская

ГНПП „Севморгео“, 198095, Санкт-Петербург, ул. Розенштейна, 36, Россия

Для задач пространственной аппроксимации полей электроразведки предложен метод сжимающего отображения функционального пространства решений. Данное преобразование является физически оправданным, оно порождено динамикой пространственного изменения полей. Сформулированы основные требования, которым должны удовлетворять законы преобразования масштаба пространства решений. Приведены основные типы сжимающих отображений для ряда задач электроразведки методом ВЭЗ, характеризующихся линейной симметрией. Предложен алгоритм контроля гладкости сигналов и автоматизированного восполнения пространства дополнительными опорными точками на интервалах сильных вариаций компонент полей. Использование предложенного подхода позволяет увеличить скорость вычисления полей в задачах, требующих значительной детальности пространственного восполнения функций.

Электромагнитное поле, аппроксимация функций, сжимающие отображения.

METHOD OF CONTRACTING MAPPING FOR ESTIMATING GREEN'S TRANSFER FUNCTIONS IN ELECTRICAL PROSPECTING

L.F. Moskovskaya

The method of contracting images of the function space is suggested as a tool of spatial approximation of electromagnetic fields. This transformation is physically justified being associated with the dynamics of space field variation. Formulated are the basic requirements for scale transformation of the solution space. Three basic types of contracting mapping are applied to some linear-symmetry VES problems. A special algorithm is suggested for smoothness control of signals and automated filling-up of the space with additional reference points in the intervals of strongly varying field components. The new approach allows high-performance modeling in problems that require high-density recovery of functions.

Electromagnetic field, approximation of functions, contracting mapping

ВВЕДЕНИЕ

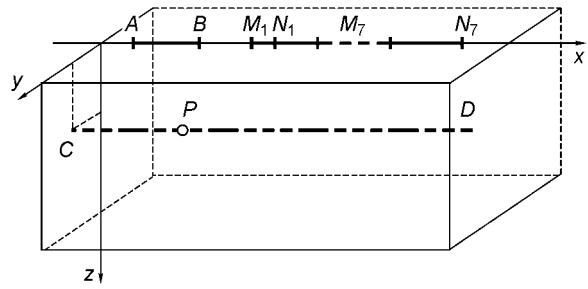
Рассматриваемая нами задача была инициирована работой по изучению геоэлектрического строения геологического разреза при глубоководных морских исследованиях установкой вертикальных зондирований в Атлантическом океане [1]. Примененный метод количественной интерпретации данных использовал решение задачи в классе горизонтально-слоистых сред. Однако анализ результатов одномерного моделирования со всей очевидностью выявил трехмерное строение аномальных проводящих объектов.

Для трехмерного моделирования в геоэлектрике достаточно часто применяется метод объемных интегральных уравнений [2—5]. При его использовании область, содержащая аномальный объект, разбивается на совокупность элементарных ячеек, плотно заполняющих некоторый объем. Каждая ячейка является носителем аномальных свойств. Ее вклад в общую структуру полей может быть имитирован вторичным дипольным источником. В случае моделирования слабоконтрастных аномальных объектов дополнительное поле, определяемое взаимным влиянием вторичных дипольных источников друг на друга, значительно меньше, чем нормальное поле, и их взаимодействием можно пренебречь [6, 7]. Реализация метода объемных интегральных уравнений для моделирования аномальных проводящих включений при интерпретации данных ВЭЗ в борновском приближении требует расчета следующих тензоров Грина: 1) напряжения от генераторной линии на совокупности разносов; 2) нормальное поле в среде (для всех ячеек модели) от генераторной линии; 3) совокупность напряжений на последовательности разносов приемной линии от дипольных источников (для всех ячеек модели).

Задача состоит в создании эффективных подходов к расчету передаточных функций Грина с большой плотностью пространственной сети. Фактически при необходимости расчета тензоров с высокой пространственной плотностью сети дискретное изменение компонент поля от точки к точке тяготеет к непрерывному функциональному изменению. Таким образом, ключевой задачей является задача интерполяции тензоров в пространстве. Задача численного интегрирования по генераторной и приемным линиям может быть решена разбиением контура интегрирования на ряд малых отрезков и суммированием их вкладов.

Рис. 1. Аномальная область при моделировании ВЭЗ.

Реальные параметры установки ВЭЗ: $|AB| = 20$ м, $|BM_1| = 0,5$ м; последовательность разносов с удвоением расстояний: $|M_1N_1| = 1$ м, $|M_2N_2| = 2$ м, ..., $|M_7N_7| = 64$ м.



Для получения приемлемой точности результата необходима достаточно густая сеть точек, которая может быть воссоздана также методами интерполяции.

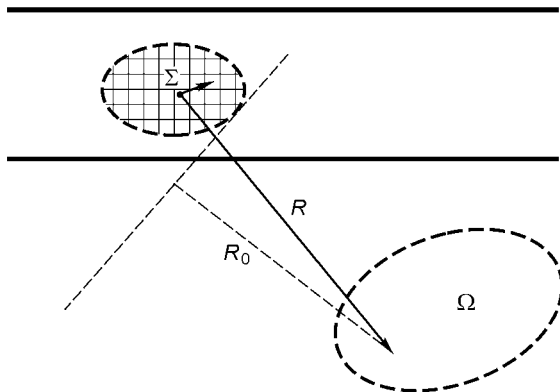
В алгоритмах расчета естественно в максимальной степени использовать симметрию задачи. Мы решали задачу для прямоугольной области, ориентированной по направлению прохождения профиля установкой зондирования. Для корректного моделирования аномальных объектов длина прямоугольного параллелепипеда должна превышать линейные размеры зондирующей установки (рис. 1). Базовым элементом алгоритма расчета всех элементарных пар тензоров Грина является задача о расчете электромагнитного поля от точечного диполя в слоистой среде. В нашем численном решении синтезированы подходы, изложенные в работах [8—11].

В предлагаемом нами методе расчета поля на детальной сети получаются путем интерполяции по редкой сети опорных точек. Необходимая густота расчета полей в узловых точках определяется автоматически, исходя из степени гладкости (изменчивости) сигнала на текущем интервале интегрирования в промасштабированном пространстве.

СЖИМАЮЩИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНОГО ПРОСТРАНСТВА РЕШЕНИЙ

Основным физическим принципом, лежащим в основе предлагаемого метода, является утверждение о том, что для одномерной среды (рис. 2) в некоторой области пространства Ω спад электромагнитного поля от точечного источника определяется законом: $|f| \sim 1/R^Y$. Показатель степени является медленно изменяющейся функцией внутри Ω . Из этого следует, что логарифмически промасштабированные компоненты полей связаны достаточно плавной функциональной зависимостью с логарифмом расстояния и успешно могут быть аппроксимированы полиномом невысокой степени, например, параболой. Если требуется выполнить аппроксимацию полей в области значительных линейных размеров, то задачу можно рассматривать на цепочке перекрывающихся областей Ω . Добавление при интегрировании по объему вторичных дипольных источников объектов, находящихся на больших расстояниях от точки расчета, в целом не ухудшит степень гладкости суммарного поля. Поэтому можно считать, что характерным расстоянием задачи является минимальное расстояние R_0 между точкой расчета и областью, содержащей вторичные дипольные источники (см. рис. 2).

Сжимающее преобразование для компонент электромагнитного поля. Логарифмическое масштабирование пространства решения не вполне тривиальная задача. Если речь идет об электромагнитном поле, то компоненты поля являются знакопеременными функциями, и для их преобразования будем использовать знакопеременное логарифмическое преобразование [12], сохраняющее знак. Основная цель данной работы — создание метода для расчета передаточных функций Грина. Эти функции представляют собой отклик на возбуждение среды диполями с единичными моментами, поэтому численно все поля имеют малые величины. При малых величинах сигнала $|f| \ll 1$ знакопеременное логарифмическое преобразование становится квазилинейным и не позволяет влиять на изменение динамического диапазона пространственных вариаций полей. Поэтому будем выполнять предварительное искусственное увеличение масштаба компонент путем их умножения на достаточно большое число. Мы в наших численных экспериментах использовали коэффициент $k = 10^9$, т. е. в терминах напряжений переходили от вольт к нановольтам. В общем виде преобразование для каждой рассчитываемой компоненты поля имеет вид



увеличение масштаба компонент путем их умножения на достаточно большое число. Мы в наших численных экспериментах использовали коэффициент $k = 10^9$, т. е. в терминах напряжений переходили от вольт к нановольтам. В общем виде преобразование для каждой рассчитываемой компоненты поля имеет вид

Рис. 2. Дипольные источники в одномерной среде.

Σ — область, содержащая дипольные источники; Ω — область расчета электромагнитного поля; R_0 — минимальное расстояние до совокупности диполей; R — расстояние между ячейкой неоднородности и точкой расчета.



Рис. 3. Основные типы сжимающих преобразований пространства для горизонтальных координат.

Преобразования использованы при аппроксимации передаточных функций Грина для решения задач: *a* — расчет поля от генераторной линии (*AB*) в точке *P*, лежащей на оси абсцисс; *б* — поле от линии (*AB*) во внешней точке *P*; *в* — расчет поля от линии (*AB*) в последовательности точек *P*, лежащих на линии (*CD*). O_1, O_2 — полюсы преобразования. γ — ось симметрии задачи.

$$P_F(f) = \text{sign}(f) \cdot \ln(\text{abs}(f \cdot k) + 1), \quad k = \text{const}. \quad (1)$$

Сжимающие преобразования для пространственных координат. Определенные особенности имеет и масштабирование пространственных координат. Здесь мы ограничимся рассмотрением сжимающих преобразований для задач, у которых основное пространственное изменение расстояния определяется горизонтальной компонентой. И предложим несколько форм таких преобразований. Закон преобразования расстояний, сохраняя общий смысл, несколько варьируется в зависимости от конкретной задачи, от ее характерного расстояния между элементарными объектами. Будем называть точку начала нелинейного преобразования расстояний полюсом. От положения полюса при сжимающих преобразованиях расстояний зависит степень оптимальности преобразования для решения задачи аппроксимации. В наших численных экспериментах применялись три формы преобразований. Далее для определенности будем говорить о преобразованиях горизонтальной координаты в задачах расчета передаточных функций от генераторной линии.

Если требуется рассчитать поле во внешней к линии (*AB*) точке *P* ($x = x_1$), лежащей на оси линии (рис. 3,*a*), то разумно использовать знакопеременное логарифмическое преобразование с полюсом, совпадающим с точкой расчета x_1 :

$$P_R = \text{sign}(x - x_1) \cdot \ln(\text{abs}(x - x_1) + 1). \quad (2a)$$

Если точка расчета находится вне линии (*AB*) с диполями (см. рис. 3,*б*), то будем применять преобразование с нормированным расстоянием:

$$P_R = \text{sign}(x - x_1) \cdot \ln\left(\frac{r}{h}\right), \quad r = \sqrt{(x - x_1)^2 + h^2}. \quad (2б)$$

В этом случае полюс *O* находится на пересечении оси линии и перпендикуляра к ней, опущенного из точки *P*. Преобразование сохраняется для случая, когда полюс находится на линии (*AB*).

При расчете тензора Грина от генераторной линии (*AB*) в последовательности точек *P* на линии (*CD*) (см. рис. 1) будем использовать комбинированное преобразование координат в безразмерных единицах расстояния с двумя полюсами (см. рис. 3,*в*), соответствующими краям генераторной линии (*AB*):

$$P_R = \begin{cases} -\ln \sqrt{(x - x_1)^2/h^2 + 1}, & x < x_1 \\ (x - x_1)/h, & x_1 \leq x \leq x_2 \\ \ln \sqrt{(x - x_2)^2/h^2 + 1} + (x_2 - x_1)/h, & x > x_2 \end{cases}, \quad (2в)$$

(*AB*) = [$x_1; x_2$] в исходной системе координат, O_1, O_2 — полюсы сжимающего преобразования, соответствующие отображениям концов генераторной линии в преобразованном пространстве. Отметим, что в данном случае достаточно сосчитать тензор Грина по сети точек, расположенных по одну сторону от линии симметрии задачи (γ), и отразить его с соответствующей знаковой симметрией для всех компонент электромагнитного поля на сопряженный интервал горизонтальной линии (*CD*). Уточним, что в формулах (2б), (2в) подразумеваются пространственные расстояния между точками $h = \sqrt{(\Delta y)^2 + (\Delta z)^2}$.

Мы рассмотрели основные типы сжимающих отображений для горизонтальной координаты на примере генераторной линии (AB), однако все идеи полностью сохраняются для расчета передаточных функций Грина в совокупности приемных линий $\{M_k N_k\}$.

Подводя некоторый итог, можно перечислить основные требования, которые необходимо выполнять при масштабировании функционального пространства решений. Преобразование должно быть взаимно однозначным. Оно должно сохранять знак компоненты вектора поля и соблюдать знаковую ориентацию линии интегрирования относительно точки расчета поля. Смысл преобразования заключается в согласованном сжатии геометрических расстояний и диапазона изменения компонент электромагнитного поля в областях с медленным пространственным изменением полей и в переходе к более компактным и гладким образам полей, более предпочтительным по сравнению с исходными, для применения аппроксимационных методов.

АПРОКСИМАЦИЯ ПОЛЯ. КОНТРОЛЬ ТОЧНОСТИ И АВТОМАТИЗИРОВАННОЕ СГУЩЕНИЕ ОПОРНОЙ СЕТИ

Центральным вопросом данной работы является создание рационального метода заполнения пространства функциональными откликами полей для различных конфигураций возбуждения и приема. Реальная практическая задача, инициировавшая данную работу, характеризуется горизонтальной симметрией, которую сохраним и в дальнейшем изложении способа контроля пространственной гладкости компонент поля и автоматизированного восполнения точками участков с сильным изменением сигналов. Будем считать, что функциональное пространство (координат и сигналов) промасштабировано должным образом.

Задача состоит в анализе гладкости ряда компонент вектора $\mathbf{f}(x)$, полученных в дискретных точках по направлению оси x . Вектор $\mathbf{f}(x) = (f_1, f_2, \dots, f_n)$ содержит упорядоченную последовательность компонент образов электромагнитного поля.

В начале работы алгоритма задается некоторое число узловых точек, расположенных равномерно по оси абсцисс на интервале восполнения функции. Посередине между опорными точками, в которых рассчитаны все компоненты функции, размещаются точки, координаты которых не сопровождаются функциями (рис. 4). Проследим общую идею метода на примере точек, находящихся на внутреннем интервале. (В изложении будем использовать обозначения рис. 4.) Контроль гладкости сигналов выполняется при помощи параболического оценивания. В алгоритме используются два типа сумм криволинейных трапеций:

1) площади S_{k+2} , полученные по аппроксимациям по трем точкам $(k, k+2, k+4)$, на внутреннем интервале $[k+1, k+3]$ вокруг центральной точки $(k+2)$;

2) площади \tilde{S}_{k+1} , полученные двумя разными способами: как аппроксимация области $[k, k+2]$ по последовательностям точек $(k-2, k, k+2)$ и $(k, k+2, k+4)$. Величина расхождения между двумя версиями оценивания $\Delta\tilde{S}_{k+1}$ отражает степень преувеличенности (гладкости) функции на последовательности из четырех точек.

Такие оценки проводятся для всей последовательности частных интервалов разбиения горизонтальной оси параллельно для всех составляющих вектора $\mathbf{f}(x)$. Если относительная суммарная погрешность оценивания для данной компоненты поля меньше заданного порога точности

$$\sum_{k+1} |\Delta\tilde{S}_{k+1}| / \sum_{k+2} S_{k+2} \leq \delta, \text{ то процесс сгущения сети опорных точек прекращается. Если качество аппроксимации не удовлетворяет этому условию, то отыскивается интервал, частная сумма на котором вносит наибольшую погрешность в общий интеграл } k_{\max} : |\Delta\tilde{S}_{k_{\max}}| = \max_{k+1} |\Delta\tilde{S}_{k+1}|, \text{ и на нем рассчитывается до-}$$

полнительный узел функции. Новая точка, инициированная большой погрешностью оценки одной из компонент, синхронно появляется во всех остальных компонентах. В результате точность их оценивания увеличивается. Процесс повторяется до тех пор, пока не будет достигнута необходимая общая точность расчета поля по всем аппроксимируемым компонен-

полнительный узел функции. Новая точка, инициированная большой погрешностью оценки одной из компонент, синхронно появляется во всех остальных компонентах. В результате точность их оценивания увеличивается. Процесс повторяется до тех пор, пока не будет достигнута необходимая общая точность расчета поля по всем аппроксимируемым компонен-

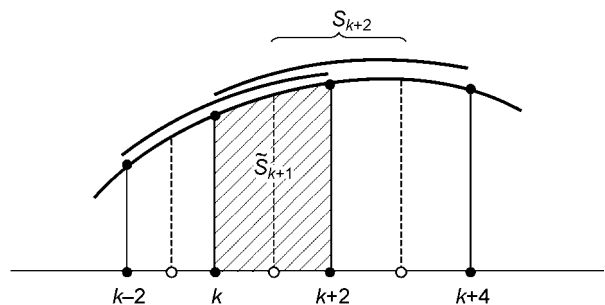


Рис. 4. Контроль гладкости функции при аппроксимации.

там. Для краевых точек интервала контроль гладкости выполняется путем сопоставления аппроксимаций по трем и четырем опорным точкам.

Компоненты поля, рассчитанные в дискретной последовательности опорных точек, могут быть интерполированы на внутренние интервалы по сети с необходимой пространственной густотой точек. Интерполяция по детальной сети выполняется в промасштабированном функциональном пространстве, поэтому после ее проведения всем точкам обратным преобразованием должен быть возвращен истинный масштаб пространства решений: $f = P_F^{-1}(f)$, $x = P_R^{-1}(x)$. После восстановления истинного масштаба функционального пространства в зависимости от решаемой задачи эти функции могут использоваться для численного интегрирования полей по заданному направлению либо непосредственно как передаточные функции Грина среды.

В результате мы имеем значительное уменьшение числа обращений к достаточно ресурсоемкой функции прямого расчета тензора Грина диполя в слоистой среде, имитируя большую часть точек их аппроксимациями по редкой опорной сети, и, следовательно, заметное увеличение скорости получения решения.

ДЕМОНСТРАЦИЯ АЛГОРИТМА НА МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ

Изложенные принципы использования сжимающих пространство решений преобразований применяются нами для численной реализации всех передаточных функций Грина задачи ВЭЗ. Демонстрацию развитого подхода выполним на примере решения двух задач (см. рис. 1): расчета напряжений в последовательности разносов и расчета тензора Грина на линии (CD) от генераторной линии (AB). Вмещающая среда моделировалась двумя полупространствами: с проводимостью верхнего, равной проводимости воды в придонной части Атлантического океана в районе рудного поля Логачев-1, $\sigma_1 = 3,26$ См/м, и нижнего полупространства $\sigma_2 = 0,1$ См/м.

Решение задачи расчета напряжений от генераторной линии (AB) в последовательности разносов ($M_k N_k$) содержит задачи аппроксимаций полей двух типов. Первая — это аппроксимация компонент электрического поля на интервале горизонтальной оси, соответствующему интервалу размещения последовательности приемных электродов. И вторая, вложенная, задача о расчете поля в отдельной опорной точке приемной линии от генераторной линии. При решении обеих задач используется сжимающее преобразование горизонтального масштаба типа (2а).

Относительные точности вычислений при контроле гладкости для внешней и внутренней задач задавались одинаковыми $\delta = 10^{-3}$. На рис. 5 приведены графики, иллюстрирующие заключительный этап решения, — аппроксимацию поля на отрезке $[M_1; N_7]$ для расчета напряжения на разносах. Для аппроксимации с заданной точностью потребовалось 7 опорных точек. Сжимающее отображение преобразовало интервал 127 м в интервал 4,5 м (см. рис. 5,а, б). Начальный интервал с более изменчивым характером поведения поля потребовал большую густоту расположения опорных точек. На рис. 5,в приведены графики относительных погрешностей для каждого частного интервала оценивания гладкости поля (см. рис. 5,а). Положение точек на горизонтальной оси графиков относительных погрешностей (см. рис. 5,в) соответствует центру оцениваемого интервала (см. рис. 5,а). На рис. 5,б приведен вид преобразованных

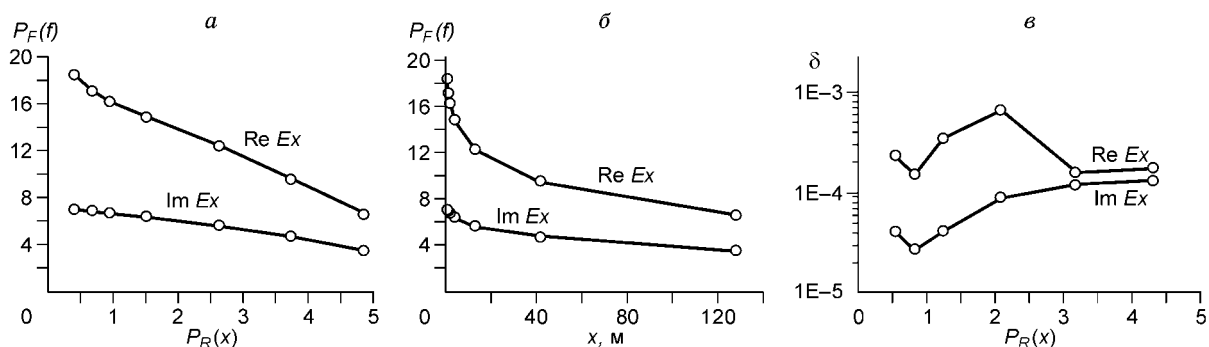


Рис. 5. Аппроксимация электрического поля на интервале $[M_1; N_7]$ при расчете напряжений в последовательности разносов от генераторной линии (AB).

a — сигналы в опорных точках в преобразованном пространстве; *б* — сигналы в опорных точках; горизонтальная ось в истинном масштабе координат, вертикальная — в преобразованном масштабе; *в* — относительные погрешности на частных интервалах интегрирования для аппроксимации полей рис. 5,а.

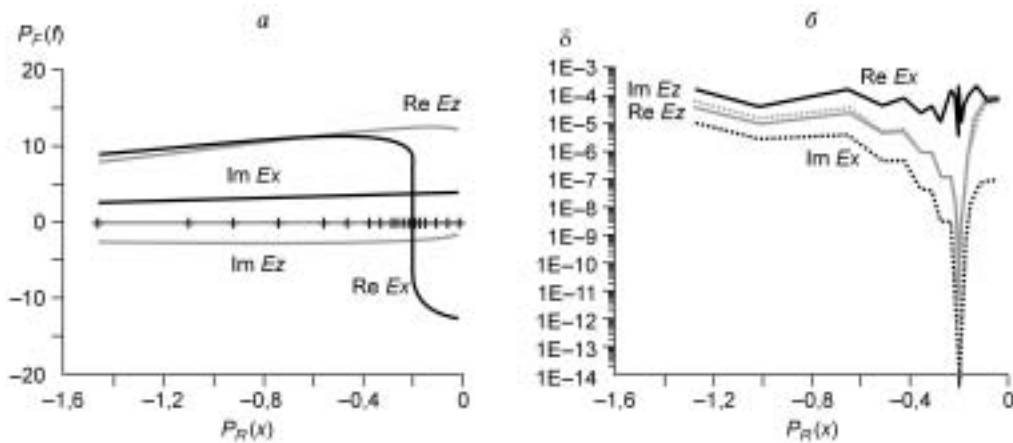


Рис. 6. Сжимающее отображение функционального пространства. Контроль гладкости компонент поля в дискретной сети точек на генераторной линии (AB) при расчете в точке P .

a — компоненты поля в промасштабированном пространстве; b — соответствующие им относительные погрешности на частных интервалах оценивания.

функций с линейным горизонтальным масштабом. Окончательное вычисление напряжений на приемных разносах сводится к поинтервальному интегрированию с границами, соответствующими положению приемных электродов. Для решения всей задачи потребовалось 38 решений задач о поле диполя в слоистой среде. Та же задача, решаемая без использования сжимающих преобразований, потребовала в 20 раз большее число опорных точек. Численно результаты для всех разносов практически совпали.

Рассмотрим вторую задачу с более сложным характером поведения компонент электромагнитного поля. Покажем работу метода сжимающего преобразования функционального пространства для расчета тензора Грина на линии (CD) от генераторной линии (AB), расположенной на оси от -20 до 0 м, в воде на расстоянии 1 м от дна. Линия (CD) находится в вертикальной плоскости ($y = 0$) на глубине 4 м ниже уровня дна. Интервал расчета поля на линии $\Delta x = [-100, 250]$.

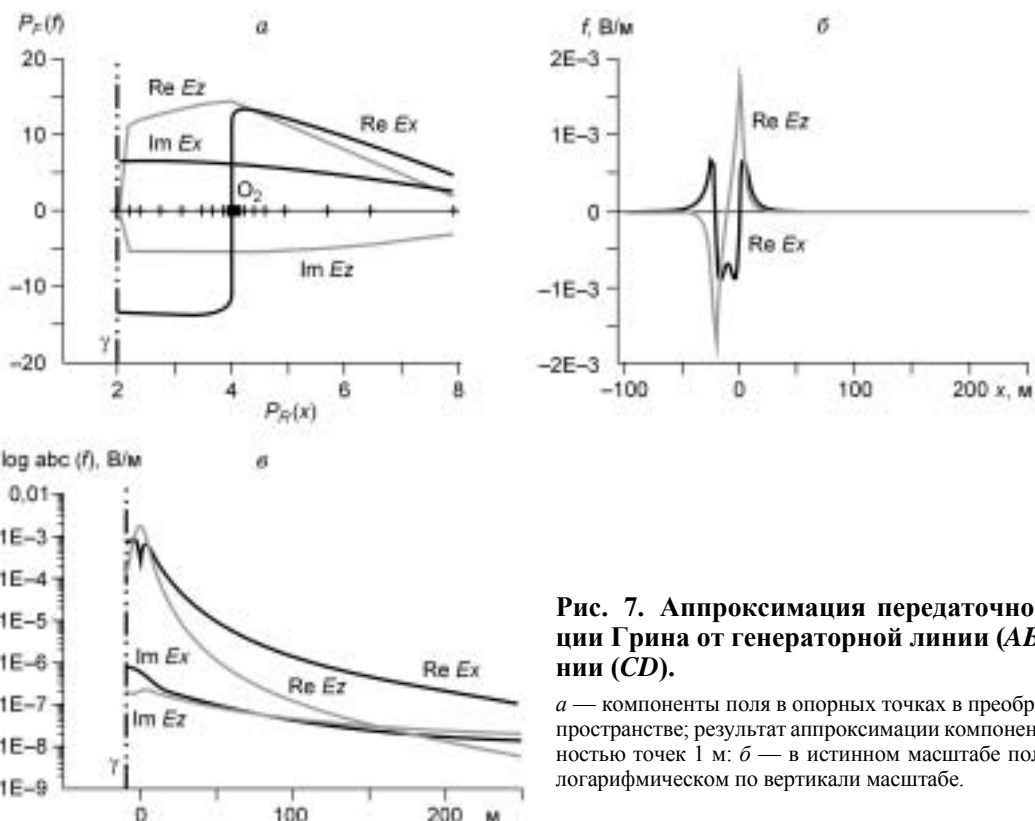


Рис. 7. Аппроксимация передаточной функции Грина от генераторной линии (AB) на линии (CD).

a — компоненты поля в опорных точках в преобразованном пространстве; результат аппроксимации компонент с детальностью точек 1 м; b — в истинном масштабе полей; c — в логарифмическом по вертикали масштабе.

Данная задача, так же как и предыдущая, состоит из двух задач аппроксимации функций с преобразованиями масштабов: внешняя задача с преобразованием масштаба координат по формуле (2в) и вложенная задача расчета поля от генераторной линии в отдельной точке на линии (CD). Для этой задачи горизонтальная координата преобразуется по закону (2б). В силу симметрии задачи компонента u в полях отсутствует. Расчет тензора Грина на линии сводится к расчету полей в дискретной последовательности отдельных точек. На рис. 6 показаны графики полей для точки $x = 1,03$ м в промасштабированном пространстве решений и сопровождающие их точности интегрирования для каждой частной суммы. Длина линии вместо 20 м в преобразованной сжимающим отображением горизонтальной оси составляет $[-1,46; -0,02]$. Для аппроксимации преобразованных компонент потребовалось 26 опорных точек. Их положение показано крестиками на горизонтальной оси. Наибольшее их сгущение вызвано резким изменением вещественной компоненты E_x , ее переходом через 0. Уровень погрешностей частных отрезков интегрирования (см. рис. 6,б) примерно сохраняет порядок для этой компоненты на всем интервале интегрирования. Для остальных компонент, изменяющихся более спокойно, область сгущения характеризуется резким падением погрешностей.

На рис. 7,а показана аппроксимация полей на линии (CD) в функциональном пространстве после сжимающего преобразования горизонтальной оси с двумя полюсами и нормировкой на расстояние (2в). Интервал расстояний $[-10; 250]$ до оси симметрии γ преобразовался в интервал $[2; 7,2]$. Для аппроксимации потребовалось 28 точек. Имеются две области сгущения опорных точек, соответствующие областям наибольшей изменчивости отдельных составляющих преобразованных полей. На рис. 7б, в показаны поля после возврата масштаба пространству. Первый рисунок имеет линейный масштаб по вертикали, второй — логарифмический. Общее число обращений к процедуре счета поля диполя в слоистой среде для решения всей задачи составило 693.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Приведенные примеры математического моделирования убедительно свидетельствуют об эффективности метода сжимающих отображений для численных аппроксимационных задач, требующих расчета передаточных функций Грина с высокой степенью пространственной детальности.

Развитый метод может быть использован для расчета всех типов передаточных функций Грина, необходимых для решения задачи объемного моделирования аномальной области методом интегральных уравнений. С его помощью мы планируем исследовать фокусирующие возможности и разрешающую способность установки вертикальных электрических зондирования при глубоководных исследованиях.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лисицын Е.Д., Московская Л.Ф., Петров А.А. Глубоководные морские вертикальные электрические зондирования // Геофизика, 2004, № 6, с. 22—32.
2. Дмитриев В.И., Позднякова Е.Е. Математическое моделирование низкочастотных электромагнитных полей в трехмерной среде // Прямые и обратные задачи математической физики. М., Изд-во Моск. ун-та, 1991, с. 139—151.
3. Ермохин К.М. Метод дипольных источников // Электрическое зондирование геологической среды. М., Изд-во Моск. ун-та, 1988, с. 98—104.
4. Pankratov O.V., Kuvshinov A.V., Avdeev D.B. High-performance three-dimensional electromagnetic modeling using modified Neumann series. Anisotropic case // J. Geomagn. Geoelectr., 1997, v. 49, p. 1541—1548.
5. Zhdanov M. and Hursan G. 3D electromagnetic inversion based on quasi-analytical approximation // Inverse Problems, 2000, № 16, p. 1297—1322.
6. Могилатов В.С., Эпов М.И. Томографический подход к интерпретации данных геоэлектромагнитных зондирования // Физика Земли, 2000, № 1, с. 78—86.
7. Московская Л.Ф. Метод подобия в обратных задачах электроразведки // Геофизика, 2003, № 2, с. 46—51.
8. Табаровский Л.А. Применение метода интегральных уравнений в задачах геоэлектрики. Новосибирск, 1975, 140 с.
9. Московская Л.Ф. Расчет тензора Грина при дипольном электрическом и магнитном частотном возбуждении слоистой среды // Российский геофизический журнал, 2001, № 23—24, с. 8—14.
10. Дмитриев В.И. Общий метод расчета электромагнитного поля в слоистой среде // Вычислительные методы и программирование, 1968, вып. 10, с. 55—65.

11. **Anderson W.L.** Numerical integration of related Hankel transforms of orders 0 and 1 by adaptive digital filtering // *Geophysics*, 1979, v. 44, № 7, p. 1287—1305.
12. **Московская Л.Ф.** Преобработка измерений устанавливаемых электромагнитных полей с высокой пространственно-временной плотностью на примере морских электротондирований // *Геофизика*, 2003, № 4, с. 25—29.

*Рекомендована к печати 30 августа 2005 г.
М.И. Эповым*

*Поступила в редакцию
22 февраля 2005 г.*