

**О МОДЕЛИРОВАНИИ ПРОЦЕССА
ПРОДОЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ВЗРЫВНЫХ КАМЕР**

Л. А. Талзи
(Новосибирск)

Представлено решение задачи о продольных колебаниях цилиндрического стержня с массами на концах. На массы действует нагрузка типа взрывной. Решение задачи дает правдоподобное объяснение явления «раскачки» (см. [1]).

Если рассматривать камеру как круговую цилиндрическую оболочку [2], то система уравнений равновесия будет иметь вид:

$$\begin{aligned} u_{\xi\xi} - \nu/R \omega_{\xi} + P_1(1-\nu^2)/Eh - \rho/E u_{\tau\tau} &= 0, \\ \nu u_{\xi} - \omega/R - h^2 R/12 \omega_{\xi\xi\xi} + P_3 R(1-\nu^2)/Eh - \rho R/E \omega_{\tau\tau} &= 0. \end{aligned}$$

Здесь $u = u(\xi, \tau)$ — продольное смещение; ω — радиальное смещение; h — толщина оболочки; ξ — осевая координата; τ — время; E — модуль Юнга; ν — коэффициент Пуассона; R — радиус цилиндрической оболочки; ρ — плотность стержня; P_1 — интенсивность внешней нагрузки в направлении оси ξ ; P_3 — интенсивность внешней нагрузки в радиальном направлении. Если предположить, что ν мало и в первом приближении принять $\nu = 0$ [3], то система разбивается на два независимых уравнения. Задача соответствует решению первого из этих уравнений; описание изгибных колебаний оболочки взрывной камеры приведено в [2].

Пусть на торцах цилиндрической оболочки закреплены массы m_0 и M_0 соответственно при $\xi = 0$ и $\xi = L$. Массы моделируют крышки и фланцы цилиндрической взрывной камеры, т. е. для исследования продольных колебаний ее принимают за цилиндрический стержень с массами на концах. На массы действует сила, изменяющаяся по закону [1, 2]:

$$P = P_0(1 - \tau/\tau_0), \quad 0 \leq \tau \leq \tau_0; \quad P = 0 \quad \tau > \tau_0. \quad (1)$$

Для простоты рассмотрим случай, когда сила действует на одну из масс. Смещение и скорость для продольных движений в начальный момент равны нулю. Тогда краевые и начальные условия запишутся в виде

$$\begin{aligned} ESu_{\xi}(0, \tau) = m_0 u_{\tau\tau}(0, \tau) + PS, \quad ESu_{\xi}(L, \tau) = -M_0 u_{\tau\tau}(L, \tau) \quad (0 \leq \tau < \infty) \\ u(\xi, 0) = 0, \quad u_{\tau}(\xi, 0) = 0 \quad (0 \leq \xi \leq L), \end{aligned}$$

где S — площадь поперечного сечения оболочки-стержня; L — длина стержня. Введем безразмерные обозначения: $x = \xi/R$,

$$l = L/R, \quad t = \omega_0 \tau, \quad m = m_0/(\rho SL), \quad M = M_0/(\rho SL), \quad p = P_0/(\omega_0^2 \rho R^2),$$

R — радиус поперечного сечения срединной поверхности; $\omega_0^2 = E/(\rho R^2)$ — квадрат круговой частоты радиальных колебаний бесконечно длинного тонкого цилиндра.

Таким образом, уравнение, краевые и начальные условия приводятся к виду (см. [1])

$$u_{xx} = u_{tt}, \quad (2)$$

$$u_x(0, t) = m l u_{tt}(0, t) + p, \quad u_x(l, t) = -M l u_{tt}(l, t) \quad (0 \leq t < \infty), \quad (3)$$

$$u(x, 0) = 0, \quad u_t(x, 0) = 0 \quad (0 \leq x \leq l). \quad (4)$$

Для гиперболического уравнения решение ищем в виде прямой волны $\varphi(t-x)$. Вид функции φ найдем из краевого условия. Пусть t изменяется в пределах $[0, t_0]$, тогда, представляя в (3) $\varphi(t-x)$, имеем

$$\varphi_x(t-x) = m l \varphi_{tt}(t-x) + p_0(1-t/t_0) \quad \text{при } x=0.$$

Получаем обыкновенное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами, решение которого можно представить в виде (C и C_1 — постоянные)

$$u = \varphi(t-x) = C m l \exp[(x-t)/(ml)] + C_1 + p_0(t-x)^2/(2t_0) - p_0(1+ml/t_0)(t-x).$$

Коэффициенты C и C_1 определим из начальных условий (4). Окончательно получаем выражение

$$\begin{aligned} \varphi(t-x) = p_0(1+ml/t_0) [ml(1-\exp[(x-t)/(ml)]) - (t-x)] + \\ + p_0(t-x)^2/(2t_0) \quad (0 \leq t \leq t_0). \end{aligned} \quad (5)$$

Для отрезка времени $t_0 \leq t \leq \infty$ вид функции φ другой. Решение строим с учетом второго условия из (3) и условий непрерывности самой функции u и ее производной u_t в сечении $x=0$ при $t=t_0$:

$$\begin{aligned} u = \varphi(t-x) = p_0 m l [(1+ml/t_0)(\exp[t_0/(ml)] - 1) - \\ - \exp[t_0/(ml)]] \exp[(x-t)/(ml)] - p_0 t_0/2 \quad (t_0 \leq t < \infty). \end{aligned} \quad (6)$$

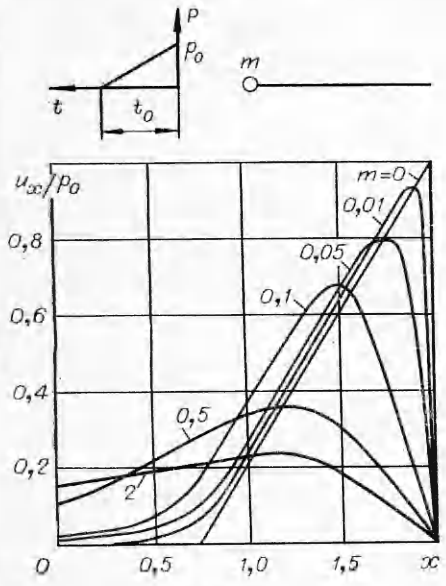


Рис. 1.

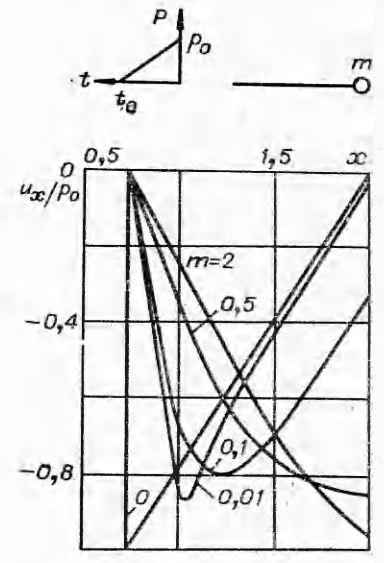


Рис. 2.

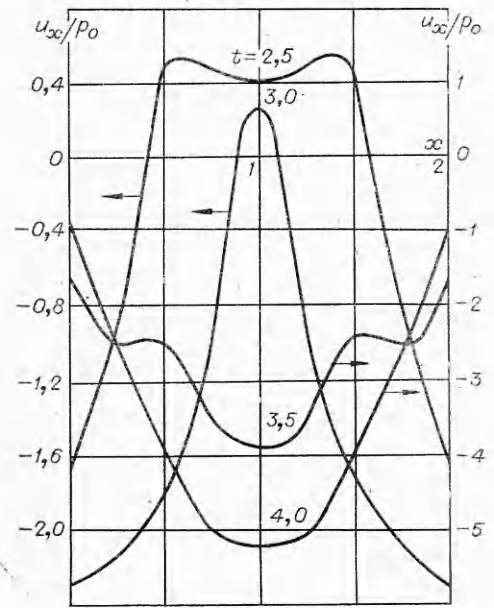
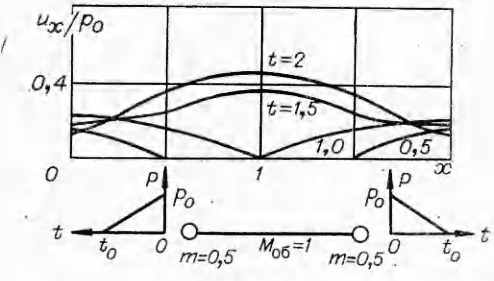


Рис. 3.

До $t \leq l$ решение $u(x, t)$ представляет собой волну, возбуждаемую граничным режимом при $x=0$, независимо от влияния конца $z=l$, как если бы стержень был полубесконечным.

Остановимся на этом случае. Рассмотрим, как влияет наличие массы m на колебания. Результаты расчетов по формулам (5) и (6) показаны на рис. 1 в виде зависимости u_x от x при $t=l$, $t_0=1,25$ и при различных значениях m (u_x пропорционально продольным усилиям в оболочке при $v=0$). Когда на конце $x=0$ масса отсутствует, фронт волны представляет собой резкий пик. Но чем большая масса находится на конце, тем больше сглаживается фронт волны. Действительно, если посмотреть на решение, то наличие массы приводит к появлению функции типа динамического пограничного слоя $\exp[(x-t)/(ml)]$, за счет которой и происходит сглаживание острых пиков фронта волны.

Далее при $t > l$ появится еще волна, отраженная от конца $x=l$, на котором находится масса M . Рассмотрим случай $M=m$. Когда время изменится в пределах $[l, l+t_0]$ для x от $2l-t$ до l , решение будет представлять собой сумму двух волн — прямой и обратной. Вид отраженной волны находится из выражения

$$f(t+x) = p_0 ml (1 - ml/t_0) (\exp[(2l-x-t)/(ml)] - 1) + 2p_0 (1 + ml/t_0) \times \\ \times (x+t-2l) \exp[(2l-x-t)/(ml)] - p_0 (1 + 3ml/t_0) (x+t-2l) + p_0 (x+t-2l)^2 / (2t_0). \quad (7)$$

Для $t > l+t_0$, когда к концу подошла волна (6), вид обратной волны будет другим:

$$F(t+x) = p_0 ml [(2 + ml/t_0) + (1 - ml/t_0) \exp[(-t_0)/(ml)]] \times \\ \times \exp[(2l-x-t)/(ml)] - p_0 t_0 / 2 (1 + 8ml/t_0) - 2p_0 [(1 + ml/t_0) \times \\ \times (\exp[t_0/(ml)] - 1) - \exp[t_0/(ml)]] \exp[(2l-t-x)/(ml)] \times (t+x-2l). \quad (8)$$

На основе расчетов по формулам (7) и (8) на рис. 2 построены графики зависимости u_x от координат для случая, когда левая масса равна 0, ($t_0=1,25$), а правая масса принимает различные значения. Здесь уже при увеличении m сначала происходит сглаживание острых пиков, но потом фронт волны становится резким.

На рис. 3 построены зависимости u_x от координат для случая, когда обе массы равны 0,5 и сила P действует на обе массы ($t_0=1,25$). Видно, что уже после первого отражения усилия могут достигать достаточно больших величин, происходит «раскачка» [1].

В предположении, что днища соединены жестко с корпусом и интенсивность нагрузки одинакова во всех направлениях, получены грубые оценки для максимальных напряжений, возникающих от продольных и поперечных колебаний. Нижняя оценка для максимальных напряжений от поперечных колебаний определена решением задачи о бесконечно длинной цилиндрической оболочке под действием радиальной нагрузки [4]. Напряжения, возникающие от продольных колебаний (см. рис. 3), оказались сравнимыми с напряжениями от поперечных колебаний. Для более детального определения вклада в напряженно-деформированное состояние продольных колебаний по сравнению с вкладом поперечных колебаний необходимо провести серию соответствующих экспериментов. В них должны быть разделены продольные и поперечные движения. Такое разделение может быть обеспечено, если в экспериментальной установке будет предусмотрен экран, воспринимающий взрывную нагрузку в радиальном направлении.

Поступила в редакцию
3/XI 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. А. А. Бузуков. ФГВ, 1976, 12, 4, 605.
2. В. В. Адищев, В. М. Корнев. ФГВ, 1979, 15, 6.
3. Т. Л. Джирс. Труды Америк. об-ва инж.-мех., сер. Е. Прикладная механика, т. 39, № 2, 1972.
4. А. Ф. Демчук. Второй международный симпозиум «Обработка металлов взрывом». Т. II. Прага, 1974.

СПОСОБ СОЗДАНИЯ ДИНАМИЧЕСКОЙ НАГРУЗКИ С ПОМОЩЬЮ ДЕТОНАЦИИ РАСПРЕДЕЛЕННОГО ЗАРЯДА ВВ

А. Ф. Барышников, В. Ю. Кайнов, Э. Э. Лин, Е. М. Платонов,
В. Т. Рязанов, А. И. Фунтиков

(Москва)

Для некоторых задач высокоскоростного деформирования материалов представляет интерес создание постоянно действующей в течение заданного промежутка времени нагрузки [1, 2]. Одним из способов получения постоянного уровня давления