ЛИТЕРАТУРА

1. Годунов С. К., Роменский Е. И. Нестационарные уравнения нелинейной теории упругости в эйлеровых координатах.— ПМТФ, 1972, № 2.
2. Годунов С. К., Козин Н. С., Роменский Е. И. Использование уравнения состояния Жаркова—Калинина для вычисления упругой энергии при нешаровом тензоре деформаций.— ПМТФ, 1974, № 2.
3. Годунов С. К., Демчук А. Ф., Козин Н. С., Мали В. И. Интерполяционные формулы для зависимости максвелловской вязкости.— ПМТФ, 1974, № 3.

УДК 539.3

О КОСЫХ СОУДАРЕНИЯХ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ПЛАСТИН В УПРУГОЙ ПОСТАНОВКЕ

В. В. Ефремов

(*Новосибирск*)

Одной из попыток использовать линейную теорию упругости в задачах сварки взрывом является работа [1], в которой толщина сталкивающихся пластин предполагалась бесконечно большой, а скорость точки контакта — больше скорости звука в материале c_1. В работе [2] исследуется косое соударение металлических пластин конечной толщины, причем скорость точки контакта $V_к$ считается меньше скорости поперечных волн c_2 в материале. В данной работе рассмотрено косое соударение упругих пластин со скоростями точки контакта $V_к$, бо́льшими скорости распространения поперечных волн c_2.

Пусть две упругие пластины, состоящие из одного и того же материала и имеющие равные толщины h, движутся навстречу друг другу так, что их поверхности образуют между собой угол γ (угол соударения); скорости пластин направлены перпендикулярно их поверхностям и равны v_0. В результате соударения пластины соединяются в одну, что в системе отсчета, связанной с точкой контакта, представляет собой слияние двух потоков.

Ось x направим вдоль биссектрисы угла соударения, а начало координат поместим в точке контакта. Угол соударения будем считать малым, а движение — установившимся. Тогда с учетом симметрии задачи относительно оси x граничные условия примут вид

$$
\begin{gathered}
\sigma_{yy}=0;\ \sigma_{xy}=0 \ \text{при}\ y=h,\ -\infty < x < \infty; \\
\sigma_{xy}=0 \ \text{при}\ y=0,\ -\infty < x < \infty; \\
v=0 \ \text{при}\ y=0,\ -\infty < x < 0; \\
\sigma_{yy}=0 \ \text{при}\ y=0,\ 0 < x < \infty; \\
u\to 0;\ v\to -v_0 \cos \gamma/2 \ \text{при}\ x\to\infty,\ 0 < y < h,
\end{gathered} \tag{0.1}
$$

где σ_{ik} — компоненты тензора напряжений; u, v — компоненты вектора скорости смещений по оси x и y соответственно.

1. Межзвуковой режим соударения ($c_2 < V_к < c_1$). Подобно случаю дозвукового соударения, исследуемого в работе [2], после преобразования

Фурье задача приводится к уравнению Винера-Хопфа

$$(1.1)\qquad b(k) = \frac{2i\lambda_2(\delta-1)\,p(k)\,[\lambda_1\lambda_2\,\mathrm{sh}\,(k\lambda_2h)\cos(k\lambda_1h)-\delta^2}{\left(\delta^4-\lambda_1^2\lambda_2^2\right)\mathrm{sh}\,(k\lambda_2h)\sin(k\lambda_1h)-2\lambda_1\lambda_2\delta^2}\cdot\to$$

$$\to\frac{\mathrm{ch}\,(k\lambda_2h)\sin(k\lambda_1h)]}{(\mathrm{ch}\,(k\lambda_2h)\cos(k\lambda_1h)-1)},$$

где функции

$$(1.2)\qquad p(k)=\frac{V_k}{2\mu}\int_{-\infty}^{0}\sigma_{yy}(x,0)\,e^{ikx}dx;$$

$$(1.3)\qquad b(k)=2\int_{0}^{\infty}v(x,0)\,e^{ikx}dx;$$

постоянные:

$$\lambda_1=\sqrt{\left|1-\frac{V_{\text{к}}^2}{c_2^2}\right|},\quad \lambda_2=\sqrt{\left|1-\frac{V_{\text{к}}^2}{c_1^2}\right|},\quad \delta=1-\frac{V_{\text{к}}^2}{2c_2^2},$$

а μ — модуль сдвига материала.

Воспользовавшись результатами решения задачи о движении нагрузки по поверхности упругой полосы [3], получим, что в случае межзвукового режима соударения пластин впереди точки контакта не может быть незатухающих на бесконечности упругих волн, как это было в дозвуковом режиме соударения [2]. Следовательно, функция $b(k)$ определена интегралом (1.3) в верхней полуплоскости комплексной плоскости k, исключая точку $k=0$. В то же время функция $p(k)$ может иметь бесконечно много особых точек на действительной оси, но регулярна в полуплоскости $\mathrm{Im}\,k<0$. Если определить функцию $b(k)$ таким образом, чтобы она не имела особой точки в начале координат, то для искомых функций $b(k)$ и $p(k)$ получим общую полосу регулярности и, следовательно, можем решить уравнение (1.1) методом Винера-Хопфа [4]

$$(1.4)\qquad -\frac{ib(k)\,k\prod\limits_{n=1}^{\infty}\left(1-\frac{k}{2z_n}\right)e^{\frac{k}{2z_n}}\prod\limits_{n=1}^{\infty}\left(1-\frac{k}{2z_n'}\right)e^{\frac{k}{2z_n'}}}{2\lambda_2(\delta-1)\prod\limits_{n=1}^{\infty}\left(1-\frac{k}{z_n}\right)e^{\frac{k}{z_n}}}=$$

$$=\frac{p(k)\,k\prod\limits_{n=1}^{\infty}\left(1-\frac{k}{2z_n}\right)e^{\frac{k}{2z_n}}\prod\limits_{n=1}^{\infty}\left(1-\frac{k}{2z_n'}\right)e^{\frac{k}{2z_n'}}}{\prod\limits_{n=1}^{\infty}\left(1-\frac{k}{z_n}\right)e^{\frac{k}{z_n}}}\times$$

$$\times\frac{\lambda_1\lambda_2\,\mathrm{sh}\,(k\lambda_2h)\cos(k\lambda_1h)-\delta^2\,\mathrm{ch}\,(k\lambda_2h)\sin(k\lambda_1h)}{\left(\delta^4-\lambda_1^2\lambda_2^2\right)\mathrm{sh}\,(k\lambda_2h)\sin(k\lambda_1h)-2\lambda_1\lambda_2\delta^2\,(\mathrm{ch}\,(k\lambda_2h)\cos(k\lambda_1h)-1)}=p_1(k).$$

Здесь $p_1(k)$ — неизвестная целая функция; z_n и z_n' —соответственно корни уравнений:

$$(1.5)\qquad \lambda_1\lambda_2\,\mathrm{th}\,(k\lambda_2h)=\delta^2\,\mathrm{tg}\,(k\lambda_1h);$$

$$(1.6)\qquad \lambda_1\lambda_2\,\mathrm{tg}\,(k\lambda_1h)=-\delta^2\mathrm{th}(k\lambda_2h),$$

лежащие в нижней полуплоскости k, не включающей действительной оси.

Уравнения (1.5), (1.6) имеют только действительные и чисто мнимые корни, причем асимптотика этих корней при больших значениях $|\mathrm{Im} z|$ имеет вид

$$z_n = -\frac{i\left(\operatorname{arctg}\left(\frac{\delta^2}{\lambda_1\lambda_2} + n\pi\right)\right.}{\lambda_2 h} + O\left(e^{-\frac{\lambda_1}{\lambda_2}n\pi}\right); \tag{1.7}$$

$$z'_n = -\frac{i\left(\frac{\pi}{2} + \operatorname{arctg}\frac{\delta^2}{\lambda_1\lambda_2} + n\pi\right)}{\lambda_2 h} + O\left(e^{-\frac{\lambda_1}{\lambda_2}n\pi}\right).$$

Следовательно, бесконечные произведения в выражении (1.4) можно заменить приближенно выражением

$$\prod_{n=1}^{\infty} \frac{\left(1-\frac{k}{2z_n}\right)e^{\frac{k}{2z_n}}\left(1-\frac{k}{2z'_n}\right)e^{\frac{k}{2z'_n}}}{\left(1-\frac{k}{z_n}\right)e^{\frac{k}{z_n}}} \approx \frac{2^{\frac{2\alpha_0}{\pi}}\,\Gamma\left(\frac{1}{2}+\frac{\alpha_0}{\pi}\right)\Gamma\left(\frac{\alpha_0}{\pi}+m-\frac{ik\lambda_2 h}{\pi}\right)}{2^{\frac{ik\lambda_2 h}{\pi}+1-m}\sqrt{\pi}\,\Gamma\left(\frac{2\alpha_0}{\pi}+m-\frac{ik\lambda_2 h}{\pi}\right)} \times \tag{1.8}$$

$$\times \prod_{n=0}^{j} \frac{\left(\frac{\pi}{2}+\alpha_0+n\pi\right)(2z_{n+1}-k)\left(2z'_{n+1}-k\right)(\alpha_0+n\pi+m\pi-ik\lambda_2 h)}{z'_{n+1}(z_{n+1}-k)\left[2(\alpha_0+n\pi+m\pi)-ik\lambda_2 h\right]\left[\pi+2(\alpha_0+n\pi)-ik\lambda_2 h\right]},$$

где $\alpha_0 = \operatorname{arctg}\delta^2/(\lambda_1\lambda_2)$; $m=0$, если $\lambda_2^2 < \delta^2$, и $m=1$, если $\lambda_2^2 > \delta^2$.

Ввиду быстрого приближения корней уравнений (1.5), (1.6) по мере возрастания n к их асимптотическому виду (1.7) для практических вычислений достаточно в формуле (1.8) положить $j=5$.

Значения функций $p(k)$ и $b(k)$ в области их определения асимптотически приближаются к нулю по мере возрастания $|k|$, следовательно, с учетом (1.8) целая функция $p_1(k)$ имеет вид

$$p_1(k) = C_1 e^{C_2 k}. \tag{1.9}$$

Постоянная C_2 определяется из условия, что величины компонент тензора напряжений σ_{ik} и вектора скорости деформаций могут иметь только интегрируемую особенность в точке контакта [2]

$$C_2 = \frac{i\lambda_2 h \ln 2}{\pi}. \tag{1.10}$$

Постоянная C_1 находится из условия, что скорости пластин далеко впереди точки контакта равны скоростям метания (0.1)

$$C_1 = -\frac{v_0 \cos\gamma/2}{\lambda_2(\delta-1)}. \tag{1.11}$$

Подставляя выражения (1.8) — (1.11) в (1.4), получим значение искомой функции $p(k)$. Соотношения, связывающие напряжения и смещения в материале с фурье-образом напряжений $p(k)$, действующих на границе упругой полосы, приведены, в частности, в работе [2]. При вычислении обратных интегралов Фурье в упомянутых формулах полюсы подынтегральных функций, лежащие на действительной оси, кроме полюса, находящегося в точке $k=0$, следует обходить в нижней полуплоскости. Иначе нельзя будет удовлетворить условию, что в исследуемом режиме соударения впереди точки контакта не может быть незатухающих упругих волн.

Поведение поля напряжений вблизи точки контакта можно исследовать, изучая асимптотику фурье-образов напряжений при $|k|\to\infty$ на лучах, проходящих через начало координат комплексной плоскости под некоторым отличным от нуля углом к действительной оси. В криволинейных координатах

$$x = r\cos\varphi,\ \ y = \frac{r\sin\varphi}{\lambda_2}\quad (-\pi \leqslant \varphi \leqslant \pi)$$

выражения для компонент тензора напряжений вблизи начала координат имеют асимптотический вид

$$\sigma_{xx} = -\frac{A}{r^{\frac{\alpha_0}{\pi}}}\left\{\frac{\lambda_1\delta}{\left(\cos\varphi+\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\sin|\varphi|\right)^{\frac{\alpha_0}{\pi}}} - \frac{\lambda_1\left(1-\delta+\lambda_2^2\right)\cos\left(\alpha_0-\frac{\alpha_0|\varphi|}{\pi}\right)}{\cos\alpha_0}\right\}, \tag{1.12}$$

$$\sigma_{yy} = \frac{A}{r^{\frac{\alpha_0}{\pi}}}\left\{\frac{\lambda_1\delta}{\left(\cos\varphi+\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\sin|\varphi|\right)^{\frac{\alpha_0}{\pi}}} - \frac{\lambda_1\delta\cos\left(\alpha_0-\frac{\alpha_0|\varphi|}{\pi}\right)}{\cos\alpha_0}\right\},$$

$$\sigma_{xy} = \frac{A\,\mathrm{sign}\,(\varphi)}{r^{\frac{\alpha_0}{\pi}}}\left\{\frac{\delta^2}{\left(\cos\varphi+\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\sin|\varphi|\right)^{\frac{\alpha_0}{\pi}}} - \frac{\delta^2\sin\left(\alpha_0-\frac{\alpha_0|\varphi|}{\pi}\right)}{\sin\alpha_0}\right\},$$

если $|\varphi| < \pi - \mathrm{arctg}\,\frac{\lambda_2}{\lambda_1}$;

$$\sigma_{xx} = \frac{A\lambda_1\cos\left(\alpha_0-\frac{\alpha_0|\varphi|}{\pi}\right)\left(1-\delta+\lambda_2^2\right)}{r^{\frac{\alpha_0}{\pi}}\cos\alpha_0},$$

$$\sigma_{yy} = -\frac{A\lambda_1\delta\cos\left(\alpha_0-\frac{\alpha_0|\varphi|}{\pi}\right)}{r^{\frac{\alpha_0}{\pi}}\cos\alpha_0},$$

$$\sigma_{xy} = -\frac{A\delta^2\,\mathrm{sign}\,(\varphi)\sin\left(\alpha_0-\frac{\alpha_0|\varphi|}{\pi}\right)}{r^{\frac{\alpha_0}{\pi}}\sin\alpha_0},$$

если

$$\pi \geqslant \varphi \geqslant \pi - \mathrm{arctg}\,\frac{\lambda_2}{\lambda_1},$$

где
$$A = -\frac{2\sqrt{\pi}\,\mu\sin\gamma}{\delta(1-\delta)\,\Gamma\left(1-\frac{\alpha_0}{\pi}\right)\Gamma\left(\frac{1}{2}+\frac{\alpha_0}{\pi}\right)}\left(\frac{e^2\lambda_2 h}{4\pi}\right)^{\frac{\alpha_0}{\pi}}.$$

Давление $p=\sigma_{ii}/3$ выражается формулой

$$p = -\frac{2A\lambda_1(1-\delta)\cos\left(\alpha_0-\frac{\alpha_0|\varphi|}{\pi}\right)\left(1-\frac{4}{3}\frac{c_2^2}{c_1^2}\right)}{r^{\frac{\alpha_0}{\pi}}\cos\alpha_0}.$$

При скорости точки контакта $V_к$, равной $\sqrt{2}c_2$, величины напряжений в (1.12) обращаются в бесконечность. Это связано с тем, что переход к пределу при стремлении скорости точки контакта в $\sqrt{2}c_2$ происходит неравномерно относительно координат r, φ. В действительности при условии $\delta=0$ потенциал φ тождественно равен нулю, а поле напряжений имеет кусочно-постоянный вид.

Вторая особенность решения в межзвуковом режиме возникает, если выполнено условие

$$\lambda_2^2 = \delta^2. \tag{1.13}$$

В этом случае значения решения стационарной задачи неограниченно возрастают по мере удаления от точки контакта, что противоречит условиям на бесконечности (0.1). Решение динамической задачи о движении нагрузки по поверхности упругой полосы, приведенное в работе [3], показывает, что в этом режиме соударения наблюдается рост напряжений и смещений в материале со временем. Следовательно, стационарная постановка задачи не имеет смысла при скорости точки контакта, удовлетворяющей условию (1.13). Данное резонансное явление связано с тем, что скорость точки контакта совпадает со скоростью распространения продольных упругих волн в плосконапряженном состоянии (тонкой пластине).

Следует отметить существенное качественное отличие полученного решения (1.12) от его гидродинамического аналога [4]. Во-первых, если в гидродинамической постановке поле скоростей смещения имело степенную особенность в точке контакта с показателем $-\frac{1}{2}$, то в упругой постановке показатель особенности равен $-\left(\operatorname{arctg}\frac{\delta^2}{\lambda_1\lambda_2}\right)/\pi$, т. е. изменяется в зависимости от скорости точки контакта в пределах от $-\frac{1}{2}$ до 0. Во-вторых, скорости деформации и напряжения в упругой задаче имеют разрывы на линиях $x\pm\lambda_1 y=0$, соответствующих линиям Маха для системы уравнений упругости в движущихся координатах. Однако величина давления $p=-\sigma_{ii}/3$ изменяется непрерывно относительно полярного угла φ.

2. Сверхзвуковой режим соударения ($V_к > c_1$). При скоростях точки контакта, бо́льших скорости распространения продольных волн в материале, система уравнений упругости в движущихся координатах является гиперболической и допускает отыскание решения методом характеристик. Однако при этом по мере удаления от точки контакта по оси x число отраженных от свободной поверхности волн быстро возрастает, что приводит к существенному увеличению объема вычислений. В данной работе будет использован метод Фурье, поскольку он позволяет получить выражения для напряжений и смещений в материале в аналитическом виде.

Выполняя преобразование Фурье, можно привести решение поставленной задачи к следующему уравнению [2,5]:

$$b(k) = \frac{2i\lambda_2(\delta-1)\,p(k)\,[\lambda_1\lambda_2\sin(k\lambda_2 h)\cos(k\lambda_1 h)+\delta^2\cos(k\lambda_2 h)\sin(k\lambda_1 h)]}{\left(\delta^4+\lambda_1^2\lambda_2^2\right)\sin(k\lambda_1 h)\sin(k\lambda_2 h)-2\lambda_1\lambda_2\delta^2(\cos(k\lambda_1 h)\cos(k\lambda_2 h)-1)}, \tag{2.1}$$

где функции $b(k)$ и $p(k)$ по-прежнему определяются интегралами (1.2), (1.3).

Величина скорости смещения по вертикальной оси постоянна и равна $v_0\cos(\gamma/2)$ до точки контакта и обращается в нуль в силу симметрии на границе раздела материалов. Отсюда получим

$$b(k) = \frac{2v_0\cos(\gamma/2)}{ik}. \tag{2.2}$$

Подставляя (2.2) в уравнение (2.1), получим выражение для искомой функции $p(k)$. В соответствии с работой [2] можно получить соотношения для фурье-образов напряжений и скоростей смещения в материале. При этом интегралы обратного преобразования Фурье, определенные обычным образом, будут расходящимися. Однако из общей теории преобразования Фурье в комплексной области [6] можно показать, что, согласно граничным условиям на бесконечности (0.1), обратное преобразование Фурье в данном случае должно выполняться по формулам:

$$f(x)=\frac{e^{-\varepsilon x}}{2\pi}\frac{d}{dx}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{e^{-ikx}-1}{-ik}\Phi^{-}(k-i\varepsilon)\,dk\quad(x<0),\tag{2.3}$$

$$f(x)=\frac{e^{\varepsilon x}}{2\pi}\frac{d}{dx}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{e^{-ikx}-1}{-ik}\Phi^{+}(k+i\varepsilon)\,dk\quad(x>0),$$

где $\Phi(k)=\Phi^{+}(k)+\Phi^{-}(k)$— фурье-образ функции $f(x)$; $\Phi^{-}(k)$ регулярна в в нижней полуплоскости, исключая начало координат; $\Phi^{+}(k)$ регулярна в полуплоскости $|\mathrm{Im}\,k|>0$ и в окрестности точки $k=0$.

Вычислим напряжение $\sigma_{yy}(x)$, действующее на границе раздела материалов. Не уменьшая общности, можно положить, что $\lambda_1/\lambda_2=m/n$, где m и n — целые числа. Тогда выражение для $p(k)$ примет вид

$$p(k)=\frac{2v_0\cos(\gamma/2)\left[\left(\delta^4+\lambda_1^2\lambda_2^2\right)\sin(k\lambda_1h)\sin(k\lambda_2h)-\right.}{k\lambda_1(\delta-1)(\lambda_1\lambda_2+\delta^2)\prod\limits_{i=1}^{2(n+m)}}\rightarrow\tag{2.4}$$

$$\rightarrow\frac{\left.-2\lambda_1\lambda_2\delta^2(\cos(k\lambda_1h)\,\cos(k\lambda_2h)-1)\right]}{\left(e^{\frac{k\lambda_1h}{m}}-z_i\right)},$$

где z_i — корни следующего уравнения:

$$z^{2(n+m)}+\frac{\delta^2-\lambda_1\lambda_2}{\delta^2+\lambda_1\lambda_2}z^{2m}-\frac{\delta^2-\lambda_1\lambda_2}{\delta^2+\lambda_1\lambda_2}z^{2n}-1=0.\tag{2.5}$$

Поскольку значения подынтегральной функции в (2.3) вычисляются в точках, отстоящих на ε от действительной оси, можно разложить функцию (2.4) в ряд по степеням $e^{-\frac{k\lambda_1h}{m}}$. В силу абсолютной суммируемости получившегося ряда можно выполнять почленное интегрирование. Тогда для величины напряжения $\sigma_{yy}(x)$, действующего на границе раздела, получим выражение

$$\sigma_{yy}(x,0)=-\frac{v_0\cos(\gamma/2)(\delta^2+\lambda_1\lambda_2)}{2\lambda_2(\delta-1)}\left\{\sum_{p=0}^{\xi}b_p+\sum_{p=0}^{\xi-2n}\beta^2b_p+\right.$$
$$\left.+\sum_{p=0}^{\xi-n-m}2(\beta^2-1)b_p+\sum_{p=0}^{\xi-2m}\beta^2b_p+\sum_{p=0}^{\xi-2(m+n)}b_p\right\},$$

где

$$\xi=\left[\frac{|x|\,m}{\lambda_1h}\right];\quad\beta=\frac{\delta^2-\lambda_1\lambda_2}{\delta^2+\lambda_1\lambda_2};$$

$b_p=\sum\limits_{i_1+\ldots+i_{2(n+m)}=p}z_1^{i_1}z_2^{i_2}\ldots z_{2(n+m)}^{i_{2(n+m)}}$ —сумма произведений корней уравнения (2.5)

Значения коэффициентов b_p следует вычислять по рекуррентной формуле

$$b_p=-\sum_{i=1}^{s}b_{p-i}a_i,\quad b_0=1,\quad b_1=-a_1,\tag{2.6}$$

где $s=p$, если $p<2(n+m)$, и $s=2(n+m)$, если $p>2(n+m)$; a_i — коэффициенты полинома в уравнении (2.5). В данном случае $a_0=1$, $a_{2n}=\beta$,

$a_{2m}=-\beta$, $a_{2(n+m)}=-1$. Остальные a_i равны нулю. Соотношения (2.6) можно доказать, воспользовавшись формулами Виета.

Используя такой метод обращения интегралов Фурье, можно получить значения напряжений в любой точке материала.

Рассмотренная модель соударения металлических пластин в упругой постановке не описывает всех явлений, имеющих место в задачах сварки взрывом. Однако она позволяет оценить, в частности, величину касательных напряжений, что нельзя сделать, оставаясь в рамках гидродинамической теории [4]. С помощью описанной модели можно вычислить величину разрывающих напряжений, действующих на границе раздела материалов, которые оказывают существенное влияние на прочность получившегося соединения. Пользуясь расчетами упругой модели, по-видимому, можно подойти теоретически к определению области режимов соударений для получения сварки хорошего качества данной пары материалов.

Поступила 24 X 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. **Babul W. Wlodarczyk.** On the conditions for the occurrence of the wafe surface of metal bonding made by explosive technique.—«Proceedings of vibration problems», 1970, vol. 11, N 3.
2. **Ефремов В. В.** Исследование косых соударений металлических пластин в упругой постановке.— ПМТФ, 1975, № 1.
3. **Слепян Л. И.** Нестационарные упругие волны. Л., «Судостроение», 1972.
4. **Дерибас А. А.** Физика упрочнения и сварки взрывом. Новосибирск, «Наука», 1972.
5. **Нобл Б.** Метод Винера-Хопфа. ИЛ, 1962.
6. **Джрбашян М. М.** Интегральные преобразования и представления функций в комплексной области. М., «Наука», 1966.

УДК 624.074.4

ПЛОТНОСТЬ СОБСТВЕННЫХ ДВИЖЕНИЙ УПРУГИХ ОБОЛОЧЕК ПРИ ИНТЕНСИВНОМ ДИНАМИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ

В. М. Корнев, А. В. Маркин

(*Новосибирск*)

Рассматривается вопрос о плотности собственных движений в задачах динамики упругих оболочек. Изучаются движения, при которых происходит экспоненциальное нарастание амплитуды со временем. При использовании идеи Р. Куранта подсчитывается число собственных движений, попадающих в заданный интервал изменения показателя экспоненты. Находятся определяющие собственные движения и точки сгущения, в которых плотность собственных движений стремится к бесконечности. В конкретных примерах проведено сопоставление точек сгущения и определяющих движений.

При действии на оболочку интенсивной динамической нагрузки, превышающей нагрузку Эйлера, наибольшей скоростью роста прогибов обладает собственная форма, отличная от первой [1]. Прогибы оболочки с течением времени стремятся к бесконечности [1,2]. В реальных конструкциях развиваются конечные деформации за конечный интервал времени.