

ЭЛЕМЕНТАРНАЯ ТЕОРИЯ КИПЯЩЕГО СЛОЯ

М. А. Гольдштик

(Новосибирск)

Данная статья представляет собой попытку качественного рассмотрения явлений в кипящем слое на основе некоторых правдоподобных гипотез и оценок, не претендующую на окончательность полученных результатов.

Проблемам кипящего слоя посвящено много работ. Далеко не полная библиография содержится в обзорной монографии [1]. Между тем физической теории кипящего слоя, описывающей основные черты наблюдаемых явлений, в настоящее время нет, хотя немногочисленные работы в этом направлении известны, например, [2]. Главная трудность, по-видимому, состоит в том, что кипящий слой представляет собой диссипативную систему с неизвестным механизмом генерации хаотического движения частиц. Здесь нет интегралов сохранения типа интеграла энергии, и поэтому построение, аналогичное кинетической теории газов, не проходит.

1. Основные факты. Представим себе вертикальную цилиндрическую трубу, внутри которой на горизонтальной сетке насыпан слой одинаковых шариков. По трубе сквозь слой снизу вверх протекает несжимаемая жидкость, например воздух или вода. Этот поток вызывает подъемную силу, действующую на частицы слоя против силы тяжести. Когда подъемная сила сравнивается с силой тяжести, слой становится, так сказать, «невесомым». При дальнейшем увеличении скорости потока теоретически возможна ситуация, когда слой, не изменяя своей структуры, может начать двигаться вверх подобно поршню. Однако на практике происходит не так: слой расширяется, концентрация частиц в нем уменьшается, проходное сечение между частицами увеличивается, следовательно, скорость потока в слое, а с ней и подъемная сила падает. В слое возникает такая конфигурация частиц, что подъемная сила вновь сравнивается с силой тяжести.

Наблюдения показывают, что в кипящем слое возможны разные режимы в зависимости от скорости потока и свойств несущей среды и частиц. Основному из этих режимов соответствует так называемый однородный кипящий слой. В этом случае поток в слое распределен по сечению практически равномерно, почти вся масса частиц сосредоточена внутри столба определенной высоты, имеющего достаточно четкую поверхность, над которой существует «пар», где концентрация частиц значительно ниже, чем в слое. Нередко можно наблюдать колебания и волны на поверхности слоя наподобие волн на поверхности воды, что дало основание называть кипящий слой еще и псевдооживленным слоем. Концентрация частиц в достаточно толстом слое по высоте практически не изменяется: в паровой фазе концентрация быстро уменьшается с высотой. Таким образом, задача теории осложняется тем, что она должна описывать фазовый переход и дифференциальное уравнение, определяющее распределение концентрации по высоте слоя, должно допускать разрывные решения.

2. Геометрия слоя. Для вывода уравнений, описывающих процессы в слое, необходимо определить среднее расстояние между частицами l и минимальное проходное сечение слоя ψ по заданной объемной концентрации частиц τ или порозности $\varepsilon = 1 - \tau$, которая представляет собой долю пустот в единице объема слоя.

Известно [1], что среднее относительное проходное сечение ε . Минимальное относительное проходное сечение ψ , вообще говоря, зависит от расположения частиц в слое. Рассмотрим два предельных случая: кубическую решетку частиц, соответствующую наиболее редкому расположению частиц в слое, и тетраэдрическую решетку, представляющую собой одну из реализаций максимально плотной упаковки шаров. Будем предполагать, что реальное расположение частиц заключено между этими крайними возможностями.

Простое геометрическое рассмотрение позволяет установить формулы

$$l/d = f(\tau) = (\tau_0/\tau)^{1/3} - 1 \quad (2.1)$$

$$\psi = 1 - (1 - \psi_0) (\tau / \tau_0)^{2/3} \quad (2.2)$$

где d — диаметр частиц, l — расстояние между ними.

Величины τ_0 и ψ_0 характеризует реальный слой в плотном состоянии с тем же относительным расположением частиц. Будем предполагать, что величина τ_0 соответствует концентрации шаров в свободной засыпке случайного характера. Согласно опытным данным $\tau_0 = 0.6$.

Непосредственное экспериментальное определение ψ_0 затруднительно, поэтому воспользуемся следующими интерполяционными соображениями, допустив, что реальные значения τ_0 и ψ_0 можно найти с помощью формул линейной интерполяции

$$\tau_0 = x \tau_1 + (1 - x)\tau_2, \quad \psi_0 = x\psi_1 + (1 - x)\psi_2 \quad (2.3)$$

Здесь x — степень близости реальной засыпки к кубической, индекс 1 соответствует кубической засыпке, индекс 2 — тетраэдрической

$$\tau_0 = \tau_1 \text{ при } x = 1, \quad \tau_0 = \tau_2 \text{ при } x = 0$$

Исключив из этих соотношений параметр x и воспользовавшись численными значениями $\tau_1 = 0.524$, $\psi_1 = 0.215$, $\tau_2 = 0.74$, $\psi_2 = 0.096$, получим $\psi_0 = 0.17$. Следовательно, (2.2) можно записать в виде

$$\psi = 1 - 1.17\tau^{2/3} \quad (2.4)$$

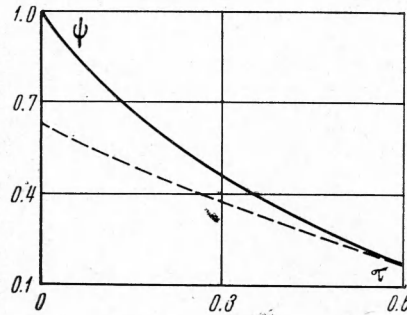
Зависимость (2.4) графически представлена на фиг. 1. Здесь же пунктиром показана кривая, соответствующая формуле С. Л. Лейбензона [1]

$$\psi = 0.625 (1 - \tau)^{1.4}$$

которая по-видимому, имеет эмпирический характер и непригодна при малых τ .

3. Уравнение осредненного движения и его анализ. Если рассматривать слой частиц как некоторый газ, то для среднего движения можно написать все уравнения динамики сплошной среды. Однако здесь ограничимся одномерным случаем и, кроме того, будем считать, что слой в среднем покоится. Тогда уравнение импульсов сведется к равенству

$$dq/dy = \tau (F_c - \rho Tg) \quad (3.1)$$



Фиг. 1

Здесь ось y направлена вертикально вверх, q — давление «частичного» газа, т. е. импульс, переносимый частицами через единичную площадку в единицу времени, ρ_T — плотность материала твердой фазы, g — ускорение силы тяжести, F_c — сила сопротивления единицы объема слоя.

Для силы сопротивления, действующей на единичную частицу, примем выражение

$$f_c = \xi \frac{\pi d^2}{4} \rho \left(\frac{v_0}{\psi} \right)^2 \quad (3.2)$$

Здесь ρ — плотность несущей среды, v_0 — ее скорость, отнесенная к пустому сечению, v_0/ψ — скорость в минимальном проходном сечении, ξ — коэффициент сопротивления частицы.

Величина ξ зависит от члена Рейнольдса $Re = v_0 d/\nu$, где ν — коэффициент кинематической вязкости, но, как показывает обработка опытных данных [1], не зависит от порозности и конфигурации частиц в слое; более того, формула (3.2) оказывается пригодной и для трубных пучков с тем же значением ξ . Поэтому можно считать, что зависимость $\xi(Re)$ является универсальной. С ростом Re величина убывает, но при $Re > 1000$ ξ стабилизируется около значения 0.5.

Так как τ — доля твердой фазы в единичном объеме, то число частиц в единице объема определяется выражением

$$n = 6\tau / \pi d^3 \quad (3.3)$$

Умножая (3.3) на (3.2) и подставляя результат в (3.1), получим окончательное выражение

$$\frac{dq}{dy} = \tau \left(\frac{3}{4} \xi \frac{\rho}{d} \frac{v_0^2}{\psi^2} - \rho_T g \right) = \tau R(\tau) \quad (3.4)$$

В этом уравнении два неизвестных — τ и q . Чтобы замкнуть систему, необходимо знать зависимость $q(\tau)$. Для этого в последующем изложении обратимся к рассмотрению механики хаотического движения частиц в слое. Однако общий характер зависимости $q(\tau)$ можно установить, исходя лишь из уравнения (3.4). Пусть вначале $v_0 = 0$, тогда $\tau = \tau_0$, $\psi = \psi_0$ и $q(y)$ представляет собой убывающую линейную функцию, причем $q(h) = 0$, где h — высота неподвижного слоя. С ростом v_0 характер зависимости $q(y)$ не изменяется до тех пор, пока не будет достигнуто равенство

$$\frac{3}{4} \xi \frac{\rho}{d} \left(\frac{v_0}{\psi} \right)^2 = \rho_T g$$

В этот момент $q(y) \equiv 0$. С дальнейшим ростом v_0 слой закипает и функция $q(y)$ становится положительной вследствие начавшегося хаотического движения частиц. Пусть величина v_0 зафиксирована и такова, что соответствующий ей кипящий слой будет достаточно плотным. Допустим, что зависимость $q(\tau)$ в области больших τ монотонна на некотором интервале τ . Возможны два случая:

$$\text{а) } \frac{dq}{d\tau} > 0, \quad \text{б) } \frac{dq}{d\tau} < 0$$

Для дальнейшего исследования запишем уравнение (3.4) в виде

$$\frac{d\tau}{dy} = \tau \left(\frac{dq}{d\tau} \right)^{-1} R(\tau) \quad (3.5)$$

Имея в виду соотношение (2.4), нетрудно убедиться в том, что $R(\tau)$ является монотонно возрастающей функцией τ . Обозначим через τ_* значение τ такое, что $R(\tau_*) = 0$, при этом предположим, что τ_* лежит на

выбранном интервале больших значений τ . Пусть для уравнения (3.5) задано начальное значение $\tau(0)$, принадлежащее тому же интервалу. Возможны три случая:

$$\tau(0) > \tau_*, \quad \tau(0) = \tau_*, \quad \tau(0) < \tau_*$$

Пусть реализуется случай а), тогда при $\tau(0) > \tau_*$ $R(\tau) > 0$ и согласно (3.5) $d\tau/dy > 0$. Значит слой будет самоуплотняться по высоте. В случае $\tau(0) < \tau_*$ слой наоборот будет разрежаться. Таким образом, случай а) является неустойчивым. В случае б) любое отклонение $\tau(0)$ от τ_* будет стремиться к уменьшению, т. е. концентрация в этом случае имеет тенденцию сделаться постоянной по высоте слоя. Именно такое поведение характерно для реального слоя, поэтому можно сделать заключение, что в области больших τ функция $q(\tau)$ является убывающей. С другой стороны, при малых концентрациях закономерности поведения «частичного» газа должны быть те же, что и для обычного молекулярного газа, для которого в обычных условиях давление повышается с ростом плотности. Поэтому в целом функция $q(\tau)$ должна быть немонотонной, имеющей максимум.

4. Уравнение состояния плотного слоя. Рассмотрим единичную площадку, расположенную, например, на стенке. Пусть масса частицы будет $m = \frac{1}{6} \pi d^3 \rho_T$ и ее хаотическая скорость в момент удара о площадку c . В элементарной кинетической теории считается, что за единицу времени площадки достигают все частицы, находящиеся в параллелепипеде с высотой c . Тем самым предполагается, что частицы — точки, и эффект экранирования не учитывается.

Такое предположение для плотного слоя недопустимо. В самом деле, с помощью (2.1) оценим величину концентрации, при которой расстояние между частицами меньше диаметра. Эта оценка дает $\tau > 0.075$ ($\epsilon < 0.925$). Таким образом, неравенство $l/d < 1$ имеет место даже для весьма разреженных слоев, поэтому можно считать, что в плотном слое имеет место полная экранировка, т. е. в процессе соударения с площадкой участвует лишь один слой частиц, непосредственно примыкающий к площадке. Среднее число частиц в этом слое составляет $4\tau/\pi d^2$. Импульс, передаваемый площадке одной частицей, равен $2mc$. За время t между ударами частица проходит расстояние $2l$, следовательно, это время $t = 2l/c$. Значит одна частица в единицу времени отдает площадке импульс mc^2/l , а все частицы, расположенные около площадки, оказывают на нее давление

$$q = \frac{2}{3} \rho_T c^2 \tau / f(\tau) \quad (4.1)$$

где $f(\tau)$ задано выражением (2.1).

Выражение (4.1) и представляет собой искомое уравнение состояния. В него входит неизвестная величина хаотической скорости частиц c , определение которой составляет главную трудность всей теории. Основное затруднение состоит в том, чтобы выяснить механизм передачи энергии основного потока хаотическому движению частиц, т. е. составить уравнение баланса энергии.

5. Оценка сил, действующих на частицу в хаотическом движении и зависимость $q(\tau)$. Сила гидравлического сопротивления, действующая на частицу вследствие ее хаотического движения, имеет порядок

$$f_c = \frac{1}{8} \xi \pi d^2 u c$$

где u — относительная скорость между частицей и газом. Можно предполагать, что гидродинамические силы взаимодействия между частицами имеют тот же порядок.

Поскольку частицы в хаотическом движении неизбежно сталкиваются между собой и со стенками, они должны иметь собственное вращение, приобретаемое в процессе ударов. При обтекании вращающейся частицы возникает поперечная сила Магнуса, величина которой дается выражением [3]

$$f_M = 1/3 \rho \pi d^3 u w$$

где w — угловая скорость частицы. Для определения w используем принцип равнораспределения энергии по степеням свободы, который имеет место в условиях статистического равновесия и для шероховатых сферических молекул получен в [4]. В рассматриваемом случае этот принцип сводится к равенству поступательной и вращательной энергии частицы, поскольку число степеней свободы шесть.

Таким образом

$$1/2 m c^2 = 1/2 I w^2$$

где $I = 0.1 m d^2$ — момент инерции шара.

Отсюда находим

$$w d = \sqrt{10} c \quad (5.1)$$

С учетом (5.1) выражение для силы Магнуса приобретает вид

$$f_M = 1/3 \sqrt{10} \rho \pi d^2 u c \quad (5.2)$$

Сравнивая это выражение с f_c , находим

$$\frac{f_M}{f_c} = \frac{8 \sqrt{10}}{3 \xi} = 16.9 \quad \text{при} \quad \xi = 1/2$$

Таким образом, видим, что сила Магнуса более чем на порядок превышает силу сопротивления. В то же время она действует в основном перпендикулярно потоку и поэтому дает основной вклад в энергию хаотического движения частиц.

Сказанное позволяет рассматривать следующую модель хаотического движения частиц в слое. Первоначальная хаотизация обусловлена гидродинамической неустойчивостью конфигурации покоя. Однако эта неустойчивость играет роль только «спускового крючка». Как только частицы начинают соударяться, действует магнусова сила, которая и берет на себя основную функцию передачи энергии от потока к слою.

Если считать $c \ll u$, как это и имеет место в действительности, то можно приравнять относительную скорость к средней скорости потока в слое

$$u \approx v_0 / \varepsilon$$

Тогда выражение для силы Магнуса (5.2) примет вид

$$f_M = \frac{\sqrt{10}}{3} \rho \pi d^2 \frac{v_0}{\varepsilon} c$$

Работа этой силы на пути свободного пробега, который можно для плотного слоя отождествить с величиной l , составит

$$A_M = \frac{\sqrt{10}}{3} \rho \pi d^2 \frac{v_0}{\varepsilon} c l \quad (5.3)$$

При доминирующей роли силы Магнуса эта энергия в стационарном состоянии не может быть диссипирована за счет сил гидравлического сопротивления. Поэтому остается предположить, что она теряется при

неупругих ударах частиц. Если скорость перед ударом составляла величину c , то после удара она становится равной kc , где величина k при лобовом столкновении совпадает с коэффициентом восстановления Ньютона, в остальных случаях она должна вычисляться с учетом угла рассеяния, что в данной работе не рассматривается. Приравнявая потерю энергии при неупругом ударе $1/2 mc^2 (1 - k^2)$ выражению (5.3), получим

$$c = \frac{\sqrt[4]{4 \sqrt{10}}}{(1 - k^2)^2} \frac{\rho}{\rho_T} \frac{v_0}{\varepsilon} f(\tau) \quad (5.4)$$

Подставив (5.4) в (4.1), получим окончательно выражение $q(\tau)$

$$q = \frac{107}{(1 - k^2)^2} \frac{\rho}{\rho_T} \rho v_0^2 F(\tau), \quad F(\tau) = \tau \frac{\sqrt[3]{\tau_0/\tau} - 1}{(1 - \tau)^2} \quad (5.5)$$

Функция $F(\tau)$ графически представлена на фиг. 2. Зависимость $q(\tau)$ отличается от $F(\tau)$ только масштабным множителем.

Найденная зависимость $q(\tau)$ вполне соответствует требованиям, сформулированным в п. 3. Однако в области очень малых τ эта зависимость должна быть исправлена, поскольку полученные соотношения непригодны для сильно разреженных слоев.

6. Анализ полученных результатов.

Как видно из фиг. 2, максимальное значение $q(\tau)$ достигается при $\tau = \tau_2 = 0.35$ ($\varepsilon = 0.65$). На фигуре τ_1 соответствует паре. Поскольку для устойчивости плотного слоя необходимо выполнение неравенства $dq/d\tau < 0$, такой слой может существовать лишь при условии $\tau_* > 0.35$. Это означает, что должно быть выполнено неравенство

$$v_0 < 0.686 \sqrt{\rho_T \rho^{-1} g d} \quad \text{при } \xi = 0.5$$

Если ввести скорость витания

$$v_b = \sqrt{\frac{4}{3} \frac{\rho_T}{\rho} \frac{g d}{\xi}}$$

то необходимое условие существования плотного слоя можно записать в виде

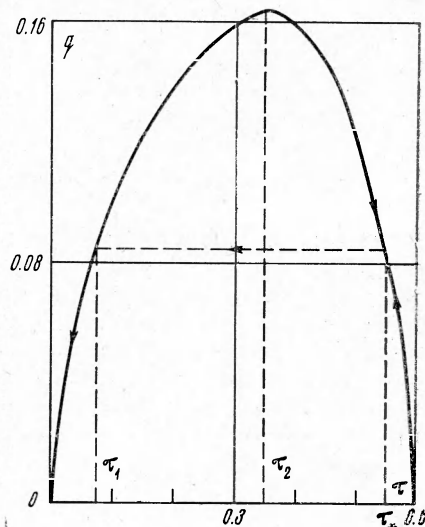
$$0.17 < v_0/v_b < 0.42$$

Левая часть этого неравенства соответствует плотной упаковке при $\tau_0 = 0.6$ и $\psi_0 = 0.17$.

Для решения уравнения (3.5) с учетом (5.5) должно быть задано начальное условие, например, в виде $\tau(0)$ и условие на бесконечности $\tau(\infty) = 0$. Кроме того, должна быть задана суммарная масса частиц в слое

$$M = \rho_T \int_0^\infty \tau dy$$

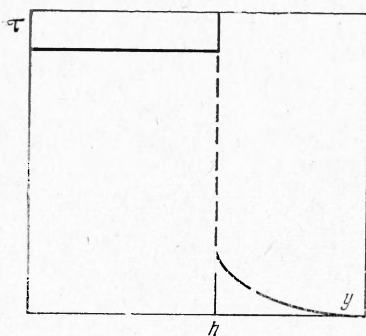
Однако вместо M удобнее задать высоту плотного столба h , а по ней однозначно определить M .



Фиг. 2

Если $\tau(0) > 0.35$, то решение уравнения (3.5) с ростом y будет стремиться к значению τ_* и для достаточно толстого слоя практически достигнет его. При $y = h$ концентрация скачком понизится и будет осуществлен фазовый переход на левую ветвь кривой $q(\tau)$, где $dq/d\tau > 0$. Давление q на границе фаз скачка не претерпит. Затем концентрация в соответствии с уравнением (3.5) будет быстро убывать до нуля при увеличении y . Ход процесса схематически изображен стрелками на фиг. 2.

Начальное условие определяется свойствами поддерживающей решетки. Для реальных решеток с острым дутьем, по-видимому, $\tau(0) < \tau_*$. Тот же эффект должна вызвать и вибрация решетки. В идеальном случае «адиабатической» решетки $dq/dy = 0$ при $y = 0$ и $\tau(0) = \tau_*$. В этом случае по всей высоте плотного столба концентрация постоянна. Примерная зависимость $\tau(y)$ для этого случая показана на фиг. 3. Масса частиц в слое находится по формуле



Фиг. 3

$$M = \rho_T \left(\tau_* h + \int_h^{\infty} \tau dy \right)$$

Чем больше равновесная концентрация τ_* , тем меньше плотность пара над слоем.

Концентрация $\tau_* = 0.35$ играет роль критической. При $\tau_* < 0.35$ независимо от начальных данных весь слой находится в паровой фазе с убывающей концентрацией по высоте. Однако та же ситуация возникает и при $\tau_* > 0.35$, если $\tau(0) < 0.35$.

Таким образом, предлагаемая теория качественно верно отражает процессы в кипящем слое, включая и фазовый переход жидкость — пар. Количественные оценки и сравнения с экспериментом здесь не приводятся, поскольку основные соотношения получены лишь в грубом приближении. Они требуют уточнения статистическими методами. Это в особенности относится к параметру k , который в данной работе не определен.

Поступила 26 I 1972

ЛИТЕРАТУРА

1. Аэров М. Э., Тодес О. М. Гидравлические и тепловые основы работы аппаратов со стационарным и кипящим зернистым слоем. Л., «Химия», 1968.
2. Левич В. Г., Мясников В. П. Кинетическая теория псевдооживленного состояния. Хим. пром-сть, 1966, № 6.
3. Гольдштик М. А., Сорокин В. Н. О движении частицы в вихревой камере. ПМТФ, 1968, № 6.
4. Чемпен С., Каулинг Т. Математическая теория неоднородных газов. М., Изд-во иностр. лит., 1960.