

О ГРАНИЦЕ РАЗРУШЕНИЯ И УСЛОВИИ ПРОЧНОСТИ ГРУНТОВ

М. Н. Захаров

(Москва)

Предлагается вариант условия прочности материалов, упрочняющихся при деформировании, при сложном нагружении. Обсуждаются результаты испытаний песка и суглинка при трехосном сжатии. Показано, что в условие прочности для некоторых сложных путей нагружения должны входить характеристики траектории. Для исследованных разновидностей грунтов сокращение размеров кривой разрушения определяется длиной дуги на поверхности сферы нагружения.

В механике деформируемых сплошных сред, базирующейся на постулатах сплошности, однородности и изотропности, принимается, что прочность полностью определяется напряжениями, возникающими в точках среды. Переход материала в предельное состояние исследуется в зависимости от трех параметров, в качестве которых обычно берут либо три главных напряжения, либо три инварианта тензора напряжений [1,2].

Известные критерии прочности относятся к случаю простого (пропорционального) нагружения. Трудности, возникающие при построении поверхности разрушения, связываются с влиянием истории нагружения. Теории, используемые в механике грунтов как критерии прочности, не учитывают поведение материала в ходе деформирования, предшествующего разрушению. В зависимости от пути нагружения процессы пластической деформации для грунта существенно отличаются по текущим и конечным параметрам и оказывают влияние на соотношение и величину разрушающих напряжений. Результаты экспериментов с образцами стали [3] показывают, что граница разрушения существенно зависит от траектории. При этом кривая разрушения находится внутри кривой, полученной при простом нагружении.

Представляет интерес формулировка критерия прочности для упрочняющегося материала с учетом особенностей нагружения, предшествовавшего наступлению предельного состояния. Можно предполагать, что такое условие прочности зависит от инвариантных характеристик изотермического процесса нагружения среды, т. е. геометрических свойств (длины дуги и модуля вектора напряжения) траектории. Для грунтов представляют интерес траектории с изломом, которые характеризуются сложным нагружением при неизменном значении интенсивности напряжений [4]. Ниже описывается вариант предлагаемого условия прочности.

Воспользуемся геометрическим изображением процесса нагружения [5]. Представим тензор напряжений σ_{ij} в пятимерном пространстве вектором S , а процесс нагружения — движением конца вектора по кривой пути нагружения. Элемент длины дуги определится из соотношения

$$(1) \quad dT = (dS_1^2 + dS_2^2 + \dots + dS_5^2)^{1/2}$$

где dS_1, dS_2, \dots, dS_5 — вектор-элементы дуги траектории нагружения.

Выражение для модуля S имеет вид

$$(2) \quad |S| = P = \frac{1}{\sqrt{3}} [(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + 6(\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2 + \sigma_{23}^2)]^{1/2}$$

где σ_{11} , σ_{22} , σ_{33} , σ_{12} , σ_{13} , σ_{23} — компоненты тензора напряжений.

Для нагружения с изломом траектории условие прочности грунтовой среды в общем случае представим выражением

$$(3) \quad F(\sigma, \sigma_i, \mu) + \Psi(P, T) = 0$$

В выражении (3) первое слагаемое — функция трех инвариантов σ_{ij} , характеризует предельное напряженное состояние грунтов для простого и близкого к простому нагружений [5]. Второе слагаемое описывает изменение прочности в зависимости от модуля вектора напряжения и длины дуги пути сложного нагружения. Предполагается, что среднее давление σ задано, а вид кривой на поверхности сферы нагружения не влияет на функцию Ψ .

Границу разрушающих напряжений можно построить, используя испытания материала при сложном напряженном состоянии с конкретно реализуемыми параметрами нагружения. Эксперименты по трехосному сжатию песка и суглинка позволяют конкретизировать вид функций F и Ψ , входящих в уравнение (3).

Трехосное напряженное состояние осуществлялось нагружением полого цилиндрического образца (высота 80 мм, диаметры 36 и 60 мм) осевой силой, крутящим моментом и гидростатическим давлением. Эксперименты выполнены на установке, позволяющей задать одно касательное и три нормальных напряжения и измерить соответствующие компоненты тензора деформаций. Описание установки и характеристики исследованных грунтов даны в [4]. Опыты поставлены при неизменном значении среднего давления, которое в начале испытаний задавалось гидростатическим обжатием образцов (песок — $\sigma = 3$ и 5 кг/см^2 , суглинок — $\sigma = 5 \text{ кг/см}^2$). Нагрузки возрастали ступенчато со стабилизацией деформации ползучести. Предельное состояние считалось достигнутым, если при неизменных напряжениях деформация сдвига проходила с постоянной или возрастающей скоростью. При обработке экспериментов учитывались изменения параметров образца.

Программа экспериментов состояла из трех групп опытов. В первой группе опытов осуществлялось нагружение при постоянном в каждом испытании значении параметра Лоде $\mu = (2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3) / (\sigma_1 - \sigma_3)$, равном $-1, 0, +1$. Во второй группе вместе с возрастанием интенсивности напряжений σ_i от 0 до предельного значения менялся вид напряженного состояния или поворачивались две главные оси σ_{ij} на угол $\pi/4$.

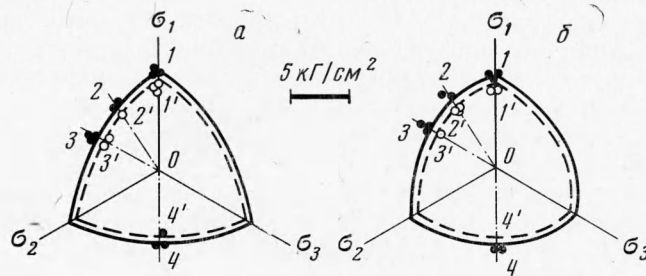
Траектории третьей группы опытов содержали участок сложного нагружения при постоянном значении σ_i . На этом этапе прикладываемые нагрузки рассчитывались таким образом, что от опыта к опыту задавалось (в различном сочетании и последовательности) изменение параметра Лоде (от -1 до 0) и поворот осей главных напряжений σ_1 и σ_3 на угол $\pi/4$. Процесс нагружения представлял собой движение конца вектора S по сфере, радиус которой для песка был принят равным 3, 3.96, 4.87 кг/см^2 , а для суглинка — 3.96 кг/см^2 . До и после участка сложного нагружения образец испытывался при неизменном μ (-1 и 0) и фиксированном положении главных осей σ_{ij} .

Эксперименты показали, что характер напряженного состояния определяет особенности упрочнения грунтов [4] и величину интенсивности напряжений, при которой происходит разрушение образца. Наибольшая прочность получена при простом нагружении для $\mu = -1$, наименьшая — для $\mu = +1$. Промежуточное значение предельной величины σ_i соответствует $\mu = 0$.

Следуя [6], представим инвариантную функцию F в виде уравнения

$$(4) \quad F = (\sigma_i)^* + (K + L\sigma) (\mu - G) \mu$$

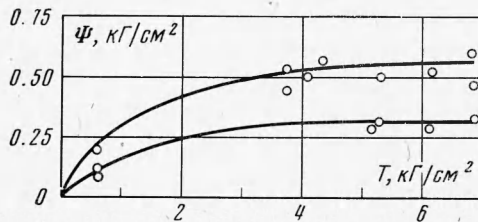
где $(\sigma_i)^*$ — предельное значение интенсивности напряжений при напря-



Фиг. 1

женном состоянии чистого сдвига с наложенным на него гидростатическим давлением σ ; K, L, G — экспериментальные параметры.

На фиг. 1 в пространстве главных напряжений $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ приведены сечения поверхности разрушения плоскостью $\sigma = 5 \text{ кг/см}^2$ для суглинка (а) и песка (б), которые построены с использованием формулы (4) (сплошные линии). Сечение поверхности разрушения представляет собой равнобедренный криволинейный треугольник, образованный выпуклыми по отношению к его центру тяжести кривыми. Пути простого нагружения обозначены 01, 02, 03, 04. Экспериментальные точки второй группы испытаний показаны черным цветом. В этих



Фиг. 2

опытах разрушение грунтов произошло при тех же значениях σ_i , что и в условиях простого нагружения. В третьей серии опытов значения интенсивности напряжений, отвечающих разрушению образцов, уменьшились максимально на 5—7% для суглинка и на 10—12% для песка (по сравнению с простым нагружением). Результаты этих экспериментов на фиг. 1 нанесены светлыми точками 1', 2', 3', 4'.

Испытания показали, что функция Ψ , характеризующая изменение границы разрушения, не зависит от вида кривой на поверхности сферы нагружения. Экспериментальная зависимость Ψ от длины дуги траектории T представлена на фиг. 2, на которой верхняя линия относится к песку, а нижняя — к суглинку. Для обоих грунтов типична нелинейная связь Ψ и T . С возрастанием длины дуги скорость изменения Ψ уменьшается.

Положение границы разрушения при деформировании по одинаковой программе, но при разных величинах модуля вектора напряжения иллюстрируется ниже:

| | | | | | | |
|--------|------|------|------|-------|------|-------|
| P | 3 | 3.96 | 3.96 | 3.96 | 4.87 | 4.87 |
| Ψ | -0.5 | -0.6 | -0.5 | -0.55 | -0.6 | -0.55 |

где P и Ψ в $кг/см^2$.

Можно считать, что, начиная с некоторого значений P (отвечающего линейному участку кривой зависимости интенсивность напряжений — интенсивность деформаций), функция Ψ однозначно определяется длиной дуги на поверхности сферы нагружения. В качестве соотношения, аппроксимирующего экспериментальные результаты, предлагается дробно-линейная функция вида

$$(5) \quad \Psi = T\sigma / (N + RT)$$

где N , R — параметры.

На фиг. 1 пунктирной линией дано сечение поверхности разрушения по условию (3) с использованием функций (4) и (5).

Для материалов, способных воспринимать растягивающие напряжения, предлагаемое условие прочности интерпретируется в пространстве главных напряжений σ_1 , σ_2 , σ_3 предельной поверхностью, вершина которой не совпадает с началом координат. Для таких сред функция Ψ при $\sigma = 0$ принципиально не может обращаться в нуль и выражение для нее должно иметь вид, отличный от (5).

Приведенные данные позволяют сделать следующий вывод. Граница разрушения материала для простых и близких к ним нагружений определяется достигнутым напряженным состоянием и не зависит от геометрических характеристик пути нагружения. При нагружении с изломом траектории происходит сокращение размеров предельной поверхности — условие прочности должно включать в себя элементы траектории.

Поступила 5 III 1973

ЛИТЕРАТУРА

1. Работнов Ю. Н. Ползучесть элементов конструкций. М., «Наука», 1966.
2. Писаренко Г. С., Лебедев А. А. Сопротивление материалов деформированию и разрушению при сложном напряженном состоянии. Киев, «Наукова думка», 1969.
3. Чебанов В. М., Хавдина О. Н., Думницкая Г. А. Экспериментальное исследование законов разрушения при двух видах пути нагружения. Информ. бюлл., 1960, № 1.
4. Ломизе Г. М., Иващенко И. Н., Исаханов Е. А., Захаров М. Н. О деформируемости, прочности и ползучести глинистых грунтов ядер высоконапорных плотин. Гидротехническое строительство, 1970, № 11.
5. Ильюшин А. А. Пластичность. Основы общей математической теории. М., Изд-во АН СССР, 1963.
6. Яги Ю. И., Виноградов И. Н. Влияние вида девиатора напряжений на сопротивление материалов пластическому деформированию. Докл. АН СССР, 1954, т. 96, № 3.