

ЛИТЕРАТУРА

1. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972.
2. Никулин Д. А., Потехин Г. С., Стрелец М. Х. Приближенная система уравнений для описания нестационарной концентрационной естественной конвекции в бинарных газовых смесях. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1980, № 5.
3. Никулин Д. А., Стрелец М. Х. Математическая модель и результаты расчетов нестационарного теплообмена при естественной конвекции бинарных смесей с произвольным отношением плотностей. — В кн.: Теплообмен-VI. Т. 1, ч. 3. Минск, 1980.
4. Роуч П. Вычислительная гидродинамика. М.: Мир, 1980.
5. Ramshaw J. D., Trapp J. A. A numerical technique for low-speed homogeneous two-phase flow with sharp interfaces. — J. Comput. Phys., 1976, vol. 21, N 4.
6. Махвиладзе Г. М., Щербак С. Б. Численный расчет газодинамических процессов, сопровождающих горение конденсированных веществ. — ФГВ, 1980, т. 16, № 4.
7. Яненко Н. Н. Метод дробных шагов решения задач математической физики. Новосибирск: Наука, 1976.
8. Никулин Д. А., Стрелец М. Х. О возможности автоколебательных решений нестационарных задач смешанной конвекции в газовых смесях. — ДАН СССР, 1981, т. 260, № 3.

УДК 532.529

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ГАЗОВОЙ СТРУИ С ТЯЖЕЛЫМИ ЧАСТИЦАМИ НА ОСНОВЕ ДВУХПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

Л. Б. Гавин, В. А. Наумов, В. В. Шор

(Калининград)

Теоретические [1—4] и экспериментальные [5, 6] исследования, проведенные в последнее время, показывают, что дисперсные частицы оказывают существенное влияние на газодинамические параметры и турбулентную структуру двухфазных струй. При теоретическом исследовании течений такого рода возникают две основные задачи: формулировка исходной системы уравнений и представление неизвестных корреляционных моментов. Решение первой получено в [7] путем пространственного осреднения микроуравнений, описывающих процессы внутри составляющих фаз; вторая до настоящего времени решалась в рамках теории пути смешения [1—3]. При этом в [2] вместо формулы Прандтля применяется уравнение переноса турбулентной вязкости «чистого» газа.

Для исследования турбулентных течений в однофазных средах в настоящее время широко используются двухпараметрические модели, содержащие уравнения переноса энергии турбулентных пульсаций и скорости ее диссипации [8, 9]. Такие модели позволяют не только рассчитывать осредненные параметры и характеристики турбулентности с учетом предыстории потока, но и более обоснованно учесть влияние внешних воздействий. В [4] впервые использовано уравнение переноса пульсационной энергии для расчета струи с малой концентрацией капель в предположении отсутствия осредненного скольжения фаз. При этом влияние капель на пульсационную энергию учтено приближенно, введением эмпирических поправок к традиционным членам, описывающим генерацию и диссипацию турбулентной энергии; масштаб турбулентности считается пропорциональным ширине струи.

В данной работе для численного исследования турбулентной газовой струи с твердыми частицами в условиях существенной неравновесности по скоростям составляющих фаз предложена модель $\epsilon - \epsilon$; получены выражения для неизвестных корреляционных моментов, обусловленных присутствием дисперсной фазы.

1. Постановка задачи. Система уравнений для осредненных величин, описывающая истечение осесимметричной двухфазной турбулентной струи, имеет вид

$$(1.1) \quad \frac{\partial u_g}{\partial y} + \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y} (y v_g) = 0;$$

$$(1.2) \quad \frac{\partial}{\partial x} (\rho_p u_p) + \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y} (y (\rho_p v_p + \langle \rho_p' v_p' \rangle)) = 0;$$

$$(1.3) \quad \rho_g \left(u_g \frac{\partial u_g}{\partial x} + v_g \frac{\partial u_g}{\partial y} \right) + \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y} (y \rho_g \langle u_g' v_g' \rangle) = -F_x;$$

$$(1.4) \quad \rho_p u_p \frac{\partial u_p}{\partial x} + (\rho_p v_p + \langle \rho_p' v_p' \rangle) \frac{\partial u_p}{\partial y} + \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y} (y \rho_p \langle u_p' v_p' \rangle) = F_x;$$

$$(1.5) \quad u_g' \frac{\partial e}{\partial x} + v_g' \frac{\partial e}{\partial y} = \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y} \left(y \frac{v_t}{k_3} \frac{\partial e}{\partial y} \right) + v_t \left(\frac{\partial u_g'}{\partial y} \right)^2 - \varepsilon - \varepsilon_p;$$

$$(1.6) \quad u_g \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + v_g \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y} \left(y \frac{v_t}{k_3} \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right) + k_4 \frac{\varepsilon}{e} v_t \left(\frac{\partial u_g}{\partial y} \right)^2 - k_5 \frac{\varepsilon^2}{e} - \Phi_p,$$

где x, y — продольная и поперечная координаты; u, v — проекции осредненной составляющей скорости на оси x, y соответственно; ρ — распределенная плотность; индексы g и p относятся к параметрам несущей и дисперсной фазы соответственно; e, ε — энергия турбулентных пульсаций и скорость ее диссипации:

$$e = \frac{1}{2} \sum_i \langle u_{gi}'^2 \rangle, \quad \varepsilon = \nu \sum_{i,j} \left\langle \left(\frac{\partial u_{gi}'}{\partial x_j} \right)^2 \right\rangle;$$

ν, ν_t — молекулярная и турбулентная кинематическая вязкость; u_{gi}' — проекция пульсационной составляющей скорости газа на i -ю ось; F_x — проекция силы межфазного взаимодействия на ось x ; как и в [2], принимаем $v_g = v_p = \nu$.

Для конкретизации системы уравнений уточним представление силы межфазного взаимодействия. В [10] показано, что при малых объемах долей дисперсной фазы силой Архимеда и силой, обусловленной эффектом присоединенных масс, можно пренебречь. Как показывает анализ, проведенный согласно [11, 12] для рассматриваемых размеров частиц, в отсутствие начального вращения вклад силы Магнуса незначителен. Тогда сила межфазного взаимодействия определяется скоростной неравномерностью между фазами и имеет вид

$$(1.7) \quad F^* = \frac{3}{4} c_f (\mathbf{V}_g^* - \mathbf{V}_p^*) |\mathbf{V}_g^* - \mathbf{V}_p^*| \rho_g^0 \rho_p / (\rho_p^0 \delta),$$

где δ — диаметр частицы; $\rho_p^0 = \rho_p / \alpha_p$ — истинная плотность; α_p — объемная доля дисперсной фазы; индекс * относится к актуальным значениям величин. Коэффициент сопротивления сферической частицы, как и в [2], определяется по стандартной кривой зависимостью

$$c_f = 24(1 + 0,179 \sqrt{\text{Re}^*} + 0,013 \text{Re}^*) / \text{Re}^*, \quad \text{Re}^* = |\mathbf{V}_g^* - \mathbf{V}_p^*| \delta / \nu.$$

Заменим в (1.7) актуальные значения скоростей и распределенной плотности суммой осредненных и пульсационных составляющих $\mathbf{V}^* = \mathbf{V} + \mathbf{V}'$, $\rho_p^* = \rho_p + \rho_p'$. Проведя операцию осреднения, получим для проекций пульсационной и осредненной составляющих силы межфазного взаимодействия

$$(1.8) \quad F_i' = \gamma_i ((u_{gi}' - u_{pi}') \rho_p + \frac{\gamma_{ii}}{\gamma_i} (u_{gi} - u_{pi}) \rho_p' + (u_{gi}' - u_{pi}') \rho_p' - \langle (u_{gi}' - u_{pi}') \rho_p' \rangle),$$

$$F_i = \gamma_i (u_{gi} - u_{pi}) \rho_p + \gamma_i \langle (u_{gi}' - u_{pi}') \rho_p' \rangle,$$

$$\gamma_x = \beta (1 + 0,269 \sqrt{\text{Re}} + 0,026 \text{Re}), \quad \beta = 18 \rho_g^0 \nu / (\delta^2 \rho_p^0),$$

$$\gamma_y = \beta (1 + 0,179 \sqrt{\text{Re}} + 0,013 \text{Re}), \quad \text{Re} = |u_g - u_p| \delta / \nu.$$

Уравнения (1.5), (1.6) получены из уравнения движения несущей среды, в правой части которого содержится сила межфазного взаимодействия. При этом добавочные члены, обусловленные влиянием частиц, имеют вид

$$(1.9) \quad \varepsilon_p = \frac{1}{\rho_g} \sum_i \langle F_i' u_{gi}' \rangle, \quad \Phi_p = \frac{\nu}{\rho_g} \sum_{i,j} \left\langle \frac{\partial F_i'}{\partial x_j} \frac{\partial u_{gi}'}{\partial x_j} \right\rangle.$$

Граничные условия

$$(1.10) \quad y = 0: \partial u_g / \partial y = \partial u_p / \partial y = \partial \rho_p / \partial y = \partial e / \partial y = \partial \varepsilon / \partial y = v = 0;$$

$$(1.11) \quad y = \infty: u_g = u_p = u_s, \rho_p = \rho_{ps}, e = e_s, \varepsilon = \varepsilon_s;$$

$$(1.12) \quad x = 0: u_g = u_{g0}(y), u_p = u_{p0}(y), v = v_0(y), \rho_p = \rho_{p0}(y), \\ e = e_0(y), \varepsilon = \varepsilon_0(y).$$

Система уравнений (1.1)–(1.6) должна быть замкнута.

2. Замыкание системы уравнений. Для газа будем использовать обычное представление [9]

$$\langle u'_g u'_g \rangle = -v_t \frac{\partial u_g}{\partial y}, \quad v_t = k_1 \frac{e^2}{\varepsilon}.$$

Подставляя значение пульсации силы, определяемое по формуле (1.8), в (1.9), получим выражение для ε_p :

$$(2.1) \quad \varepsilon_p = \frac{1}{\rho_g} \sum_i \gamma_i (\langle (u'_{gi} - u'_{pi}) u'_{gi} \rangle \rho_p + \frac{\gamma_y}{\gamma_i} (u_{gi} - u_{pi}) \langle u'_{gi} \rho_p^2 \rangle + \\ + \langle (u'_{gi} - u'_{pi}) u'_{gi} \rho_p \rangle).$$

Опустим в (2.1) тройную корреляцию, второе слагаемое можно также опустить, так как $u_{gi} = u_{pi}$ при $i = y, z$, а при $i = x$ мал корреляционный момент $\langle u'_{gi} \rho_p \rangle$, связанный с продольным переносом массы дисперсной фазы вследствие пульсаций скорости газа. В результате получим

$$\varepsilon_p = \sum_i \gamma_i (\langle u'^2_{gi} \rangle - \langle u'_{pi} u'_{gi} \rangle) \rho_p / \rho_g.$$

Для представления корреляционного момента $\langle u'_{pi} u'_{gi} \rangle$ запишем в интегральной форме уравнение движения одиночной частицы [13]:

$$(2.2) \quad u'_{pi}(t) = u'_{pi}(0) \exp(-\gamma_i t) + \gamma_i \int_0^t \exp(-\gamma_i(t-\tau)) u'_{gi}(r_p(\tau), \tau) d\tau,$$

где $u'_{gi}(r_p(\tau), \tau)$ — эйлерова скорость несущей среды вдоль траектории частицы; $r_p(\tau)$ — смещение частицы. Умножим обе части (2.2) на $u'_{gi}(t)$ и, проведя осреднение по ансамблю частиц и по времени, получим

$$(2.3) \quad \langle u'_{pi}(t) u'_{gi}(t) \rangle = \langle u'_{pi}(0) u'_{gi}(t) \rangle \exp(-\gamma_i t) + \\ + \gamma_i \int_0^t \exp(-\gamma_i s) \langle u'_{gi}(\tau) u'_{gi}(\tau + s) \rangle ds.$$

Коэффициент эйлеровой пространственно-временной корреляции скоростей газа вдоль траектории частицы, как и в [13], будем аппроксимировать экспоненциальной зависимостью

$$(2.4) \quad R_{ij}(s) = \frac{\langle u'_{gi}(t) u'_{gj}(t+s) \rangle}{\langle u'_{gi}(t) u'_{gj}(t) \rangle} = \exp(-\Phi_{ij} |s|).$$

В [13] получено для продольной и поперечной корреляций:

$$\Phi_{xx} = (c_\beta \langle u_g'^2 \rangle^{1/2} + |u_g - u_p|) / \Lambda, \\ \Phi_{yy} = \frac{(c_\beta \langle u_g'^2 \rangle^{1/2} + |u_g - u_p|)^2}{(c_\beta \langle u_g'^2 \rangle^{1/2} + 0,5 |u_g - u_p|) \Lambda}, \quad c_\beta \simeq 1.$$

Эйлеров интегральный пространственный масштаб турбулентности находится по формуле $\Lambda = k_6 e^{3/2} / \varepsilon$. Интегрирование (2.3) с учетом (2.4) для достаточно больших t с использованием гипотезы локальной однородности

и изотропности дает

$$\langle u'_p u'_g \rangle = \frac{\gamma_i}{\gamma_i + \Phi_{ii}} \langle u'_{gi} \rangle, \quad \epsilon_p = \frac{2}{3} \epsilon \frac{\rho_p}{\rho_g} \sum_i \frac{\gamma_i \Phi_{ii}}{\gamma_i + \Phi_{ii}}.$$

В качестве первого шага положим $\Phi_p \approx 2\gamma_x \epsilon \rho_p / \rho_g$.

Для получения корреляционного момента $\langle u'_p v'_p \rangle$ перемножим выражения (2.2) при $i = x$ и $i = y$, тогда после осреднения аналогично [14] получим

$$(2.5) \quad \langle u'_p v'_p \rangle = \gamma_x \gamma_y \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty \exp(-(\gamma_x + \gamma_y)s - \gamma_x \tau) \langle u'_g(t) v'_g(t+s) \rangle ds d\tau.$$

Интегрирование (2.5) с учетом (2.4) дает

$$\langle u'_p v'_p \rangle = \frac{\gamma_x \gamma_y}{\gamma_x + \gamma_y} \left(\frac{1}{\Phi_{xy} + \gamma_x} + \frac{1}{\Phi_{xy} + \gamma_y} \right) \langle u'_g v'_g \rangle.$$

В первом приближении положим $\Phi_{xy} = k_7 \Phi_{xx}$.

Корреляционный момент, представляющий собой турбулентный перенос массы дисперсной фазы, может быть представлен в виде

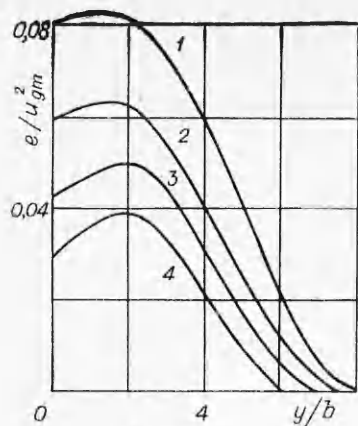
$$\langle \rho'_p v'_p \rangle = -D_p \frac{\partial \rho_p}{\partial y}.$$

Коэффициент поперечной диффузии частиц, как и в [13], определим по их среднеквадратичному смещению

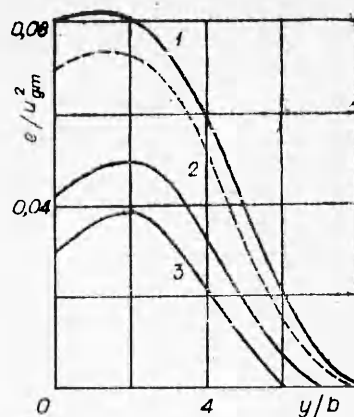
$$D_p = -\frac{1}{2} \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{d}{dt} \langle y_p^2(t) \rangle = \frac{\langle v_g'^2 \rangle}{\Phi_{yy}}.$$

3. Анализ результатов численного исследования. Замкнутая таким образом система уравнений (1.1)–(1.6) с граничными условиями (1.10)–(1.12) решалась конечно-разностным методом с использованием неявной шеститочечной схемы второго порядка точности [15]. Условия истечения при проведении расчетов принимались, как и в [6]: $\rho_p^0 = 8500 \text{ кг/м}^3$, радиус сопла $b = 0,015 \text{ м}$, $u_{gz} = u_{pz} = 35 \text{ м/с}$, индекс z относится к параметрам на срезе сопла на оси струи. Затопленная струя рассматривалась как частный случай спутной струи при коэффициенте спутности, стремящемся к нулю. Коэффициент спутности при расчетах не превышал 1%. Значения эмпирических констант, которые остаются в уравнениях (1.3), (1.5), (1.6) при устремлении концентрации дисперсной фазы к нулю, принимались такими же, как и в однофазных струях [9]. Остальные константы получены из условия наилучшего совпадения результатов расчетов двухфазных струй с экспериментальными данными: $k_6 = 1$, $k_7 = 2$.

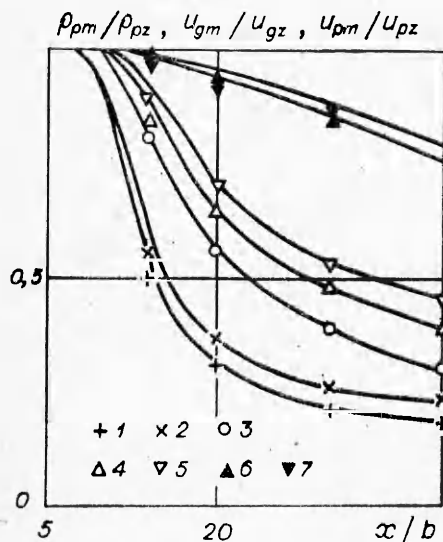
На фиг. 1 приведены профили интенсивности турбулентных пульсаций в сечении $x/b = 40$ при $\delta = 45 \cdot 10^{-6} \text{ м}$ для различных начальных удельных расходов частиц ($\kappa = \rho_p u_p / \rho_g u_g$): $\kappa_z = 0; 0,25; 0,5; 1$ — кривые 1 — 4 соответственно. Увеличение κ_z приводит к возрастанию ϵ_p , Φ_p и производства турбулентной энергии. В результате, как показывают численные исследования, уровень e несколько снижается. Одновременно значение скорости газа на оси струи значительно возрастает, поэтому величина e/u_{gm}^2 заметно уменьшается, что отмечено и в [1], индекс m относится к параметрам на оси струи. На фиг. 2 показано изменение e/u_{gm}^2 при $\kappa_z = 1$, $x/b = 40$ и различных размерах частиц (10^{-6} м): 1 — однофазная струя; 2 — $\delta = 67$; 3 — $\delta = 45$; штриховой линией показан результат расчета при $\delta = 67$ в отсутствие членов ϵ_p , Φ_p в соответствующих уравнениях. Уменьшение размера частиц вызывает увеличение ϵ_p , Φ_p из-за возрастания β и $v_t (\partial u_g / \partial y)^2$ из-за роста u_{gm} . Видно, что в результате интенсивность турбулентных пульсаций существенно уменьшается; добавочные члены ϵ_p , Φ_p оказывают существенное влияние на результаты расчета.



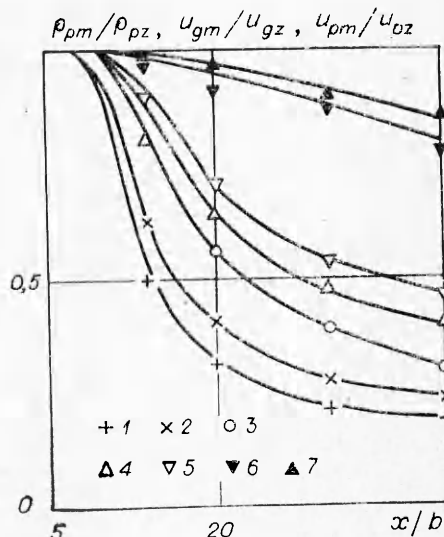
Фиг. 1



Фиг. 2

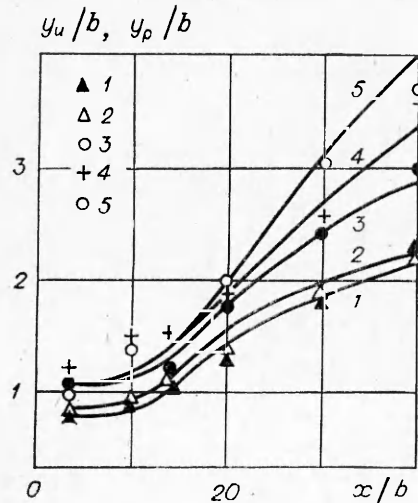


Фиг. 3



Фиг. 4

На фиг. 3—5 приведено сравнение результатов численных расчетов полей газодинамических величин (сплошные линии) с экспериментальными данными [6]. На фиг. 3 представлены профили распределенной плотности дисперсной фазы и продольной скорости обеих фаз вдоль оси струи при $\delta = 45 \cdot 10^{-6}$ м и различных удельных расходах частиц: ρ_{pm}/ρ_{pz} (1 — $\kappa_z = 1$; 2 — $\kappa_z = 0,5$); u_{gm}/u_{gz} (3 — однофазная струя; 4 — $\kappa_z = 0,5$; 5 — $\kappa_z = 1$); u_{pm}/u_{pz} (6 — $\kappa_z = 0,5$; 7 — $\kappa_z = 1$). Видно, что увеличение κ_z вызывает уменьшение спада скорости газа вдоль оси струи, что объясняется не только увеличением суммарной поверхности частиц и усилением межфазного взаимодействия, но и отмеченным ранее возрастанием ε_p . При этом увеличивается коэффициент поперечной диффузии частиц и уменьшается ρ_{pm}/ρ_{pz} .



Фиг. 5

На фиг. 4 распределения тех же величин, что и на фиг. 3, при $\kappa_z = 1$

и различных размерах частиц (10^{-6} м): ρ_{pm}/ρ_{pz} (1 — $\delta = 45$; 2 — $\delta = 67$); u_{gm}/u_{gz} (3 — однофазная струя; 4 — $\delta = 67$; 5 — $\delta = 45$); u_{pm}/u_{pz} (6 — $\delta = 45$; 7 — $\delta = 67$). Увеличение размера частиц усиливает неравномерность течения по скоростям из-за уменьшения межфазной поверхности. Это вызывает уменьшение D_p и увеличение ρ_{pm}/ρ_{pz} . На фиг. 5 показано изменение ординат y_p, y_u , в которых концентрация дисперсной фазы и скорость газа соответственно достигают половины осевых значений при $\delta = 45 \cdot 10^{-6}$ м и различных κ_z : y_p (1 — $\kappa_z = 1$; 2 — $\kappa_z = 0,5$); y_u (3 — $\kappa_z = 1$; 4 — $\kappa_z = 0,5$; 5 — $\kappa_z = 0$). При увеличении загрузки струя становится уже и дальнобойнее, что согласуется с выводами [1].

Заметим, что в рассматриваемых экспериментах [6] частицы в результате взаимодействия со стенками, видимо, приобретали значительную начальную поперечную скорость и соотношение $v_g = v_p$ не выполнялось. По всей вероятности, в данной работе завышена турбулентная диффузия массы дисперсной фазы поперек струи; необходимо дальнейшее уточнение значения эмпирической константы k_6 , от которой зависит величина $\langle \rho_p' v_p' \rangle$.

Хорошее согласие результатов расчетов с экспериментальными данными позволяет использовать предложенную модель для численного исследования двухфазных турбулентных струй.

Поступила 3 III 1982

ЛИТЕРАТУРА

1. Абрамович Г. Н., Гиршович Т. А. Турбулентные струи, несущие твердые или капельно-жидкие примеси.— В кн.: Парожидкостные потоки. Минск: ИТМО АН БССР, 1977.
2. Каргушинский А., Фришман Ф. Численный расчет двухфазной турбулентной затопленной струи.— Изв. АН ЭССР. Физика. Математика, 1980, т. 29, № 4.
3. Зуев Ю. В., Лепешинский И. А. Математическая модель двухфазной турбулентной струи.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1981, № 6.
4. Danon H., Wolfshtein M., Hetsroni G. Numerical calculations of two-phase turbulent round jet.— Int. J. Multiphase Flow, 1977, vol. 3, N 3.
5. Hetsroni G., Sokolov M. Distribution of mass, velocity, and intensity of turbulence in a two-phase turbulent jet.— J. Appl. Mech., 1971, vol. 93.
6. Гиршович Т. А., Каргушинский А. И. и др. Экспериментальное исследование турбулентной струи, несущей тяжелые примеси.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1981, № 5.
7. Нигматулин Р. И. Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1978.
8. Коловандин Б. А. Моделирование теплопереноса при неоднородной турбулентности. Минск: Наука и техника, 1980.
9. Турбулентность. Принципы и применения/Под ред. У. Фроста, Т. Моулдена. М.: Мир, 1980.
10. Ивандаев А. И., Кутушев А. Г., Нигматулин Р. И. Газовая динамика многофазных сред. Ударные и детонационные волны в газовзвесах.— В кн.: Итоги науки и техники. Механика жидкости и газа. Т. 16. М.: ВИНТИ, 1981.
11. Соу С. Гидродинамика многофазных систем. М.: Мир, 1971.
12. Буройд Р. Течение газа со взвешенными частицами. М.: Мир, 1975.
13. Шрайбер А. А., Милютин В. Н., Яценко В. П. Гидромеханика двухкомпонентных потоков с твердым полидисперсным веществом. Киев: Наукова думка, 1980.
14. Pismen L. M., Nir A. On the motion of suspended particles in stationary homogeneous turbulence.— J. Fluid Mech., 1978, vol. 84, pt 1.
15. Дорфман А. Л., Маев В. А. Численное моделирование струйных течений вязкой жидкости.— ИФЖ, 1976, т. 31, № 4.

УДК 539.217.082.3

ИССЛЕДОВАНИЕ ГАЗОДИНАМИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ СЕТЧАТОГО ФИЛЬТРА НА He, Ar, Xe

В. Д. Акинъшин, Б. Т. Породнов, В. Д. Селезнев, В. В. Сургучев

(Свердловск)

Целый ряд проблем в науке, технике и технологии удастся разрешить с помощью мелкопористых мембран. В последнее время все более широкое применение находят мембраны, называемые сетчатыми фильтрами. Они получают путем бомбардировки тонких полимерных пленок ионами высоких энергий [1]. Отличительные особенности таких мембран: высокая плотность и неперекрываемость пор, почти цилиндрическая