

Аналогичные кривые были получены ранее в работе [2]. Однако независимость распределений в области до ударной волны от условий окружающего пространства не следовала из анализа, а постулировалась, чтобы иметь возможность построить решение во всей области течения.

При распространении уравнений Навье — Стокса на случай истечения газа в вакуум, практически в пространство с очень низким давлением, естественно, возникает вопрос о правомерности их использования. Вопрос этот подробно обсуждался в [3].

Авторы благодарят М. А. Гольдштика и Б. Г. Кузнецова за полезные обсуждения.

Поступила 2 III 1970

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Sakurai A. Three-dimensional steady radial flow of viscous, heat-conducting compressible fluid. Quart. J. Mech. and Appl. Math., 1958, vol. 11, No. 3.
2. Sherman F. S. A source-flow model of viscous effects in hypersonic axisymmetric free jets. Arch. Mech. Stosowanej, 1964, vol. 16, No. 2.
3. Ладженский М. Д. Об истечении вязкого газа в пустоту. ПММ, 1962, т. 26, вып. 4.
4. Gusev V. N., Zhbakova A. V. The flow of a viscous heat-conducting compressible fluid into a constant pressure medium. Rarefied Gas Dynamics, New York — London, Acad. Press., 1969, vol. 1.
5. Бочкарев А. А., Ребров А. К., Чекмарев С. Ф. О гиперзвуковом сферическом расширении газа со стационарной ударной волной. ПМТФ, 1969, № 5.
6. Яненко Н. Н., Неуважаев В. Е. Один метод расчета газодинамических движений с нелинейной теплопроводностью. Тр. Матем. ин-та АН СССР, 1966, т. 74, ч. 1.
7. Самарский А. А., Волосевич П. П., Волчинская М. И., Курдюмов С. П. Метод конечных разностей для решения одномерных нестационарных задач магнитной гидродинамики. Ж. вычислит. матем. и матем. физ., 1968, т. 8, № 5.
8. Leveu H. C. Two dimensional source flow of viscous fluid. Quart. Appl. Math., 1954, vol. 7, No. 1.

#### ИССЛЕДОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ НА ГЛАДКИХ И ШЕРОХОВАТЫХ ПОВЕРХНОСТЯХ ПРИ ПРОИЗВОЛЬНЫХ ГРАДИЕНТАХ ДАВЛЕНИЯ

*А. Г. Марченко*

(Киев)

Излагаются результаты экспериментального исследования установившегося плоского турбулентного пограничного слоя в несжимаемой жидкости на непроницаемой стенке. Рассматриваются случаи течения у гладкой и шероховатой поверхности при наличии продольного градиента давления. Приведены результаты измерения турбулентной структуры течения на различных расстояниях от входа в канал. Дан подробный анализ кинематических и динамических характеристик потока. Особое внимание уделено пристеночной области течения. Предложен универсальный закон изменения местного коэффициента сопротивления вдоль пограничного слоя.

Обозначения:  $U$ ,  $V$  — продольная и поперечная составляющие осредненной скорости;  $u$ ,  $v$  — компоненты пульсаций скорости;  $P$  — осредненная величина давления;  $\tau$  — касательное напряжение;  $u_*$  — динамическая скорость;  $C_f$  — местный коэффициент поверхностного трения;  $\rho$  — плотность;  $\nu$  — кинематическая молекулярная вязкость;  $\varepsilon$  — эффективная вязкость;  $\delta$  — толщина пристенного подслоя;  $s$  — толщина области действия закона стенки;  $h$  — толщина пограничного слоя;  $x$ ,  $y$  — координаты пространства;  $T$  — время осреднения скорости при фотосъемке.

Индексы означают условия: 0 — на стенке,  $\delta$  — на внешней границе пристенного подслоя,  $s$  — на границе области действия закона стенки,  $\infty$  — на внешней границе пограничного слоя.

1. Экспериментальная установка. Эксперимент выполнен на гидродинамическом стенде периодического действия с вертикальным расположением рабочей части (фиг. 1).

Соединение ее с напорным баком обеспечивает плавный вход. Чтобы исключить вибрации при входе струи в приемный бак, он оборудован гасителями. На выходе из рабочего канала установлено регулирующее устройство для поддержания постоянного расхода воды. Системой блоков ось затвора регулирующего устройства связана с поплавком в напорном баке, благодаря чему осуществляется автоматический контроль заданного режима течения. Из приемного бака в напорный вода перекачивается насосом. Наполнение производится до рабочей отметки. Поплавок, поднимаясь до заданного положения, замыкает контакт реле и тем самым, разрывая цепь электропитания, автоматически выключает насос. После успокоения воды в напорном баке в течение 5 мин производится пуск установки. На этом рабочий цикл завершается.

Рабочий участок имеет прямоугольное сечение  $a \times b = 10 \times 30 \text{ см}^2$ . Стенки стеклянные. Внутри этой части стенда симметрично устанавливались две сменные раздвижные пластины ( $b \times l = 30 \times 70 \text{ см}^2$ ), позволяющие изменять поперечное сечение исследуемого участка.

Гладкие пластины изготовлены из семимиллиметрового стекла. С целью исключения ламинарного участка пограничного слоя на первые 3 см пластин от передней кромки нанесена шероховатость средней высотой  $d = 1.5 \text{ мм}$ . Шероховатые пластины изготовлены путем наклейки с помощью эпоксидной смолы (слой  $t \approx 0.5 \text{ мм}$ ) зерен гравия на стеклянную поверхность. Взяты фракции гравия с диаметром частичек в 1 и 2 мм в равных пропорциях и тщательно перемешаны. После наклейки шероховатости произведена окраска тонким слоем нитрокраски при помощи пульверизатора.

Измерения структуры проводились методом микрофотосъемки течения при импульсном освещении потока через узкую щель с последующей статистической обработкой опытных данных. Подробное описание метода исследования и электронного импульсного осветительного оборудования дано в работах [1, 2].

Остановимся кратко на изложении способов определения некоторых характеристик течения, которые будут использованы в дальнейшем при анализе экспериментальных данных.

Толщина пограничного слоя  $h$  определялась в данной работе по точкам перехода эюр осредненных и пульсационных скоростей в прямую линию, соответствующую величине этих характеристик в потенциальном ядре потока, а также по точке на эюре моментов корреляции, в которой  $\langle uv \rangle$  становится равным нулю.

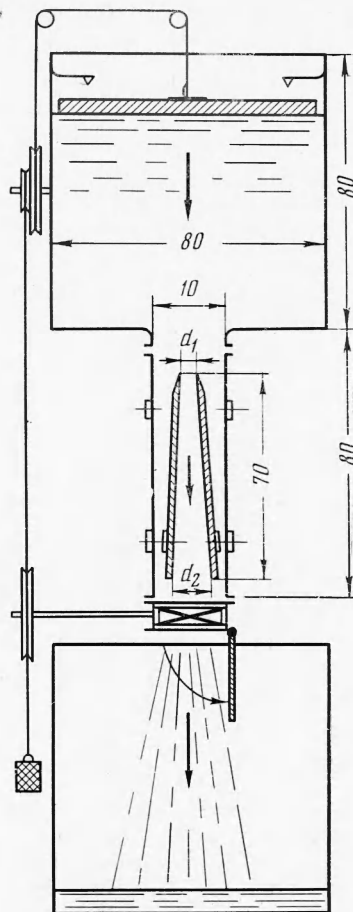
Толщина внутренней области пограничного слоя  $s$  определялась по точке на эюре  $U = f(y)$ , в которой начинается отклонение от логарифмического профиля, рассчитанного по зависимости (2.1), приводимой ниже.

По изменению скорости внешнего потока находились значения градиентов давления из соотношения [3]

$$U_{\infty} \frac{dU_{\infty}}{dx} = -\frac{1}{\rho} \frac{dP_{\infty}}{dx} \quad (1.1)$$

Определение градиентов скорости  $dU/dy$  производилось графически и аналитически. Результаты определения двумя способами хорошо согласуются между собой.

2. **Результаты эксперимента.** Исследовались три характерных случая турбулентного пограничного слоя, развивающегося на гладких и шероховатых поверхностях в канале с параллельными, сужающимися и расширяющимися стенками. Проведено семь серий опытов. Получены данные измерения структуры течений в сечениях на различных расстояниях от входа. Седьмая серия представляет собой результаты повторной съемки шестой серии более крупным планом в пристеночной области течения. Совпадение



Фиг. 1. Схема экспериментальной установки (вариант с расширяющимся каналом)

результатов повторной съемки и основной является доказательством воспроизводимости и достоверности полученного экспериментального материала.

Кроме того, проведено измерение структуры течения непосредственно перед передней кромкой пластин, образующих рабочий канал, что позволяет судить о характеристиках набегающего потока. Установлено, что эпюра осредненных продольных скоростей имеет прямоугольную форму. Зафиксировано наличие поперечной скорости, что может быть причиной образования небольшого вихря на передней кромке пластины и поджатия потока на входе в канал. Моменты корреляции  $\langle uv \rangle = 0$ . Относительная интенсивность турбулентности набегающего потока

$$\frac{\sqrt{\langle u \rangle^2 + \langle v \rangle^2}}{U_\infty} \approx 5\%$$

Исследования выполнены в диапазоне рейнولدсовых чисел  $R_x = 5 \cdot 10^3 - 5 \cdot 10^5$ . Исходные данные приведены в таблице.

Здесь отношения  $d_1/d_2 = 1.0, 2.2, 0.455$  характеризуют канал соответственно с параллельными ( $d_1 = d_2 = 4.0$  см), сужающимися ( $d_1 = 6.6$  см,  $d_2 = 3.0$  см) и расширяющимися ( $d_1 = 3.0$ ,  $d_2 = 6.6$  см) стенками; звездочки у номеров серий означают шероховатую поверхность; время осреднения скорости при фотосъемке  $T = 0.00092$  сек для 1, 2, 3, 4, 5, 6 серий и  $T = 0.000035$  сек для седьмой серии; кинематическая молекулярная вязкость  $\nu = 0.0100, 0.0115, 0.01035$  для серий 1, 2, 4 и  $\nu = 0.0117$  для серий 3, 5, 6, 7.

$\frac{d_1}{d_2}$	№ серии	№ опыта	x, см	h, см	$U_\infty$ , см/сек	$\frac{P'_\infty}{\rho}$	$R_x = \frac{U_\infty x}{\nu}$	
1.0	1	1	7	0.50	69.0	-0.0162	$4.39 \cdot 10^4$	
		2	20	0.75	74.0	-0.0173	$1.48 \cdot 10^5$	
		3	31	1.05	72.0	-0.0169	$2.23 \cdot 10^5$	
		4	44	1.25	74.0	-0.0173	$3.25 \cdot 10^5$	
		5	59	1.60	82.0	-0.0193	$4.84 \cdot 10^5$	
		6	5	0.60	70.6	-0.0165	$5.05 \cdot 10^3$	
		7	15	1.00	75.5	-0.0177	$1.67 \cdot 10^4$	
	2*	8	26	1.30	79.0	-0.0186	$3.08 \cdot 10^4$	
		9	40	1.60	82.0	-0.0193	$4.55 \cdot 10^4$	
		10	59	1.80	84.0	-0.0197	$6.70 \cdot 10^4$	
		3	11	6	0.35	55.3	-0.0161	$2.84 \cdot 10^4$
			12	15	0.55	56.5	-0.0164	$7.25 \cdot 10^4$
			13	30	0.80	61.0	-0.0177	$1.56 \cdot 10^5$
			14	55	0.95	69.5	-0.0202	$3.25 \cdot 10^5$
4*	15	5	0.45	57.3	-0.0239	$4.95 \cdot 10^3$		
	16	22	0.95	64.5	-0.0269	$3.02 \cdot 10^4$		
	17	38	1.10	70.3	-0.0298	$4.86 \cdot 10^4$		
	18	59	1.25	80.0	-0.0334	$8.31 \cdot 10^4$		
5	19	8	0.80	110.0	+0.0443	$7.51 \cdot 10^4$		
	20	18	1.40	105.5	+0.0425	$1.65 \cdot 10^5$		
	21	35	1.90	98.5	+0.0396	$2.95 \cdot 10^5$		
	22	58	2.10	90.5	+0.0364	$4.50 \cdot 10^5$		
	23	6	0.75	111.0	+0.0192	$8.42 \cdot 10^3$		
0.455	6*	24	18	1.55	109.0	+0.0189	$2.95 \cdot 10^4$	
		25	35	2.15	107.5	+0.0186	$5.79 \cdot 10^4$	
		26	55	2.40	103.0	+0.0179	$9.76 \cdot 10^4$	
	7*	27	6	0.75	—	+0.0192	$8.42 \cdot 10^3$	
		28	18	1.55	—	+0.0189	$2.95 \cdot 10^4$	
		29	35	2.15	—	+0.0186	$5.79 \cdot 10^4$	
		30	55	2.40	—	+0.0179	$9.76 \cdot 10^4$	

Результаты этого исследования в основном сравниваются с экспериментальными данными о течении в турбулентном пограничном слое на гладкой стенке при различных градиентах давления, полученными Клайном, Рейнольдсом, Шраубом и Рунштадлером [4].

*Осредненные скорости.* Распределение осредненных скоростей течения в безразмерном виде  $U/U_\delta = f(\lg y/\delta)$  представлено на фиг. 2. Для описания профиля ско-

рости в области действия закона стенки ( $\delta \leq y \leq s$ ) и в пристенном подслое  $\delta$  использованы зависимости, построенные на основе двухслойной модели течения [5]. Запишем их в следующем виде:

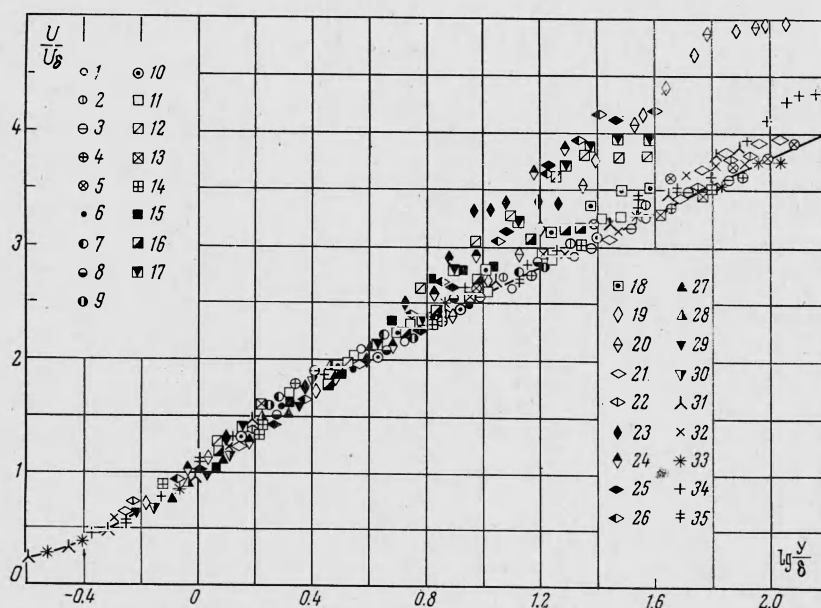
$$1 \leq \frac{y}{\delta} \leq \frac{s}{\delta}, \quad \frac{U}{u_* \delta R_* \delta} = 1.15 \lg \frac{y}{\delta} + 1.5 - 0.5 \frac{\delta}{y} \quad (2.1)$$

$$0 \leq \frac{y}{\delta} \leq 1, \quad \frac{U}{u_* \delta R_* \delta} = \frac{y}{\delta} \quad \left( \bar{n}_* \delta = \frac{u_* \delta}{\varepsilon \delta} \right) \quad (2.2)$$

Произведение  $u_* \delta R_* \delta$ , которым нормируются осредненные скорости потока, представляет собой реальную физическую величину — скорость течения на границе подслоя. В самом деле, из (2.1) и (2.2) следует, что при  $y = \delta$

$$U_\delta \equiv u_* \delta R_* \delta \quad (2.3)$$

Таким образом, зависимость для описания профиля скорости в пристеночной области содержит в себе две неизвестные величины  $\delta$  и  $U_\delta$ . Для их определения исполь-



Фиг. 2. Безразмерный профиль скорости в турбулентном пограничном слое. Измерения автора на гладкой и шероховатой стенке: 1—5 (серия 1), 6—10 (серия 2,  $P' < 0$ ), 11—14 (серия 3), 15—18 (серия 4,  $P' < 0$ ), 19—22 (серия 5), 23—26 (серия 6), 27—30 (серия 7,  $P' > 0$ ); нумерация точек соответствует нумерации опытов в таблице. Измерения Клайна и др. [4] на гладкой поверхности: 31 —  $P' = 0$ , 32 —  $P' < 0$ , 33 —  $P' \ll 0$ , 34 —  $P' > 0$ , 35 —  $P' \geq 0$

зовалось уравнение (2.1) и измеренный профиль  $U = f(y)$ . Подставляя в (2.1) значения  $y_i$  и  $U_i$  для двух произвольно выбранных точек на эпюре скоростей, заведомо относящихся к логарифмической области ( $\delta < y < s$ ), решаем систему из двух уравнений с двумя неизвестными и находим значения  $\delta$  и  $U_\delta$ .

Динамическая скорость, или скорость трения, по определению выражается соотношением

$$u_* \equiv \sqrt{\tau_0 / \rho}$$

По аналогии с этим

$$u_* \delta \equiv \sqrt{\tau_\delta / \rho} \quad \text{при } y = \delta \quad (2.4)$$

Значения параметра  $R_{* \varepsilon}$ , характеризующего энергетические процессы в пристенных слоях течения [5], находится как частное от деления (2.3) на (2.4). Эффективная вязкость представляет собой простую комбинацию

$$\varepsilon \equiv \nu_T + \nu \quad (2.5)$$

Турбулентная вязкость по Буссинеску определяется выражением

$$-\langle uv \rangle \equiv \nu_T dU/dy$$

Таким образом, можем записать

$$\tau/\rho \equiv -\langle uv \rangle + \nu dU/dy = \varepsilon dU/dy$$

Отсюда следует, что

$$\varepsilon = \frac{\tau/\rho}{dU/dy} \quad \text{или} \quad \varepsilon = \nu - \frac{\langle uv \rangle}{dU/dy} \quad (2.6)$$

Тогда на границе пристенного подслоя  $\delta$  после соответствующих преобразований (2.6) найдем

$$\varepsilon_s = \frac{u_* \delta}{R_* \delta}$$

что также следует непосредственно из (2.2).

Заметим, что в случае течения у гладкой поверхности  $\varepsilon_s = \nu$ .

Экспериментальные данные указывают на существование локального подобия пристеночного течения в пограничном слое с ненулевыми градиентами давления и подтверждают универсальность закона стенки. Этот важный результат получил общее признание и положен в основу ряда современных методов расчета турбулентного пограничного слоя.

Распределение осредненных скоростей на гладкой и шероховатой поверхности представлено единой универсальной зависимостью. Обычно предполагается, что влияние шероховатости в логарифмической области проявляется только как сдвиг профиля скорости в полулогарифмических осях. Однако из-за разнообразия геометрических форм элементов шероховатости необходимо большое число параметров для описания свойств поверхности, что в высшей степени усложняет проблему. При использовании зависимости (2.1) влияние шероховатых свойств поверхности полностью учитывается значением пристенного подслоя  $\delta$  и величиной эффективной вязкости  $\varepsilon_s$  на его внешней границе и приводит к универсальной форме профиля скорости. Это обстоятельство упрощает проблему, удобно для анализа и может служить хорошей основой для разработки новых методов теоретического расчета турбулентного пограничного слоя.

Логарифмический профиль скорости для определенного класса течений с достаточной степенью точности может быть распространен на всю толщину пограничного слоя. Это утверждение справедливо для большинства течений в трубах и каналах, для многих случаев турбулентного пограничного слоя на пластине и в начальных участках каналов с нулевыми и отрицательными градиентами давления. Основой этого служат результаты многочисленных исследований различных авторов и частично данные фиг. 2.

Внешняя область пограничного слоя в рамках данной статьи подробно не рассматривается. Ограничимся лишь замечанием, что опытные данные указывают на отсутствие подобия профилей дефекта скорости при течении в сужающемся и расширяющемся каналах, т. е. в этих случаях развивается неравновесный турбулентный пограничный слой.

**3. Пульсации, трение. Пульсации скорости.** При отрицательных градиентах давления (каналы с параллельными и сужающимися стенками) абсолютные значения компонент пульсаций скорости  $\sqrt{\langle u^2 \rangle}$  и  $\sqrt{\langle v^2 \rangle}$  монотонно увеличиваются в направлении течения, при положительных градиентах давления (расширяющийся канал) — уменьшаются. Во всех исследованных случаях эпюры продольных пульсаций имеют четко выраженный максимум вблизи гладкой стенки, который находится несколько выше границы пристенного подслоя; при течении у шероховатой стенки максимум  $\sqrt{\langle u^2 \rangle}$  смещается в ядро пограничного слоя. Эпюры поперечных пульсаций скорости во всех случаях изменяются плавно, их максимальное значение находится в толще пограничного слоя. Ордината максимума не постоянная.

Распределение интенсивности пульсаций скорости в сечениях пограничного слоя на различных расстояниях от входа в канал представлено на фиг. 3. Наблюдается одна и та же качественная картина: у гладких поверхностей значения интенсивности продольных пульсаций

$$u_i^* = (\sqrt{\langle u^2 \rangle} / u_*)_{\max} \quad (3.1)$$

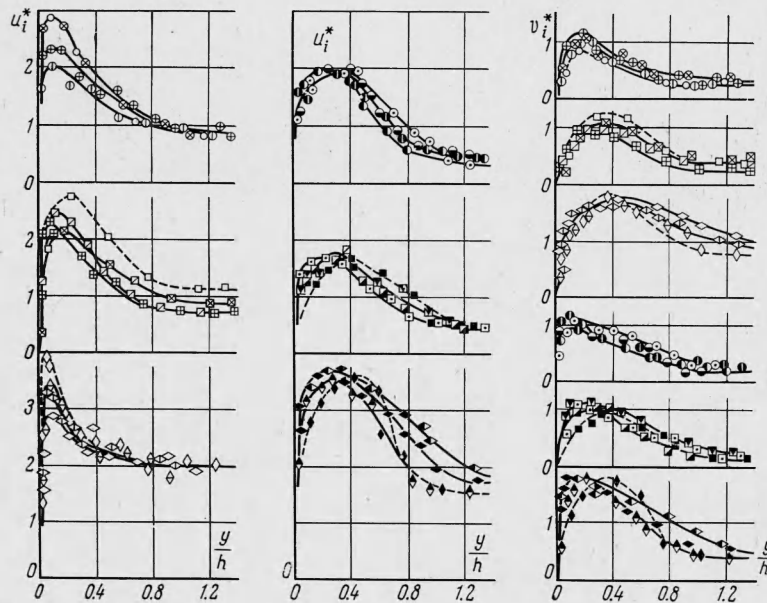


больше, а поперечных

$$v_i^* = (\sqrt{\langle v^2 \rangle} / u_*)_{\max} \quad (3.2)$$

меньше, чем у шероховатых.

Интенсивность турбулентности существенно увеличивают положительные градиенты внешнего давления. Величина среднеквадратичных значений пульсаций скорости на внешней границе пограничного слоя зависит от степени турбулентности потенциального ядра потока.



Фиг. 3. Профили интенсивности продольных  $u_i^*$  и поперечных  $v_i^*$  пульсаций скорости на различных расстояниях от входа в канал; штриховой профиль относится к первому сечению. Обозначения точек те же, что и на фиг. 2

Измерения интенсивности пульсаций скорости для течения у гладкой стенки при отрицательных градиентах давления сравнивались с результатами экспериментов Лауфера [6], Конт-Белло [7] и Кларка [8]. Получено достаточно хорошее принципиальное согласование этих данных. Обратим внимание лишь на одну особенность. Конт-Белло указывает, что значения интенсивности пульсаций монотонно увеличиваются в направлении течения. По полученным данным, происходит уменьшение этих значений в первых трех сечениях, но уже в четвертом сечении знак эволюции указанного распределения меняется. Кстати, аналогичная картина наблюдается и для течения у гладкой стенки при положительном градиенте давления. Во всяком случае, это в полной мере относится к максимальным значениям продольных пульсаций скорости. По-видимому, объяснить эти различия можно влиянием ряда факторов, обусловленных особенностями входа потока в канал.

*Турбулентное трение.* На фиг. 4, а, б дано распределение турбулентного трения, нормированного квадратом динамической скорости. Для течения на гладких и шероховатых поверхностях при прочих равных условиях распределение

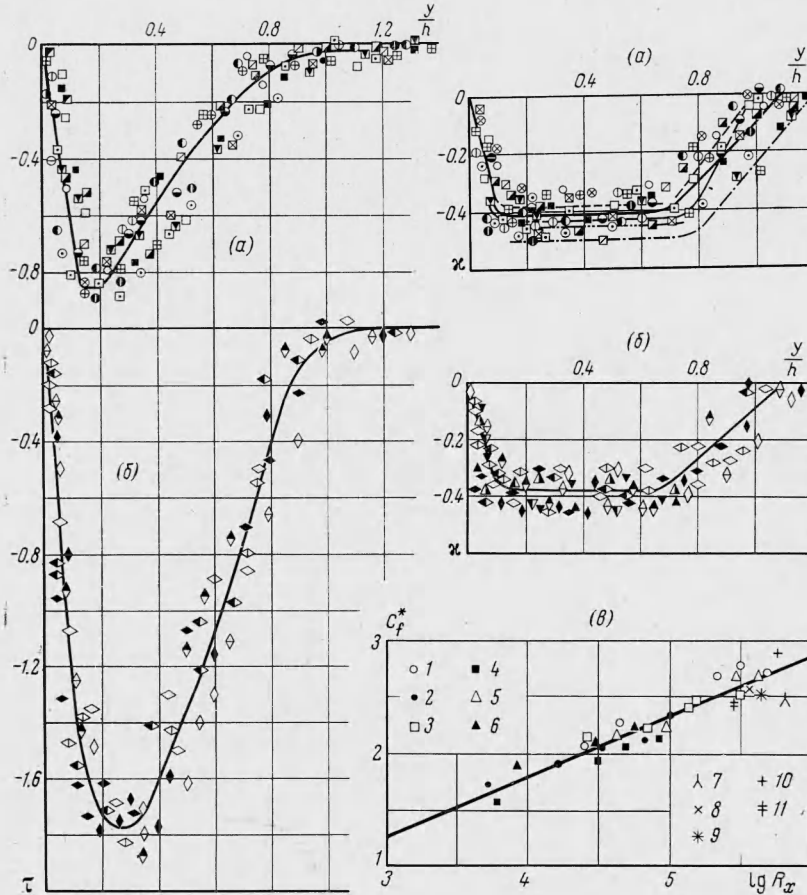
$$\tau = \langle uv \rangle / u_*^2 = f(y/h) \quad (3.3)$$

может быть аппроксимировано одной зависимостью с точностью до ошибок эксперимента. Положительные градиенты давления вызывают весьма существенное увеличение турбулентного трения и смещают его максимум в ядро пограничного слоя.

На фиг. 4, а, б дано распределение турбулентного трения  $\langle uv \rangle$ , причем использован коэффициент корреляции поперечного сдвига

$$\kappa = \frac{\langle uv \rangle}{\langle u^2 \rangle \langle v^2 \rangle} \quad (3.4)$$

Величина его равна нулю на стенке и стремится к нулю на внешней границе пограничного слоя; в области, считая от ближайшей окрестности стенки и до  $y/h \approx 0.7$ , коэффициент корреляции имеет почти постоянное значение. Разброс экспериментальных точек не имеет определенной тенденции, поэтому его можно приписать неточности измерений. С определенной степенью достоверности можно считать, что распределение значений коэффициента корреляции существенно не зависит от продольной координаты  $x$ , от шероховатости стенок и градиента давления.



Фиг. 4. Распределение напряжения турбулентного трения  $\tau$  и коэффициентов корреляции  $\zeta$  в пограничном слое на гладких и шероховатых поверхностях при отрицательных (а) и положительных (б) градиентах давления. Для точек автора сохраняются обозначения фиг. 2; штриховые линии с двумя точками — стабилизированное течение по измерениям Лауфера [6]; штриховые линии — Конт-Белло [7]; штриховые линии с точками Клебанова [9]. Универсальная форма зависимости местного коэффициента поверхностного трения от числа  $R_x$  — (в). Экспериментальные данные автора соответственно для гладкой и шероховатой поверхности: 1, 2 —  $P' < 0$  (плоскопараллельный канал); 3, 4 —  $P' < 0$  (сужающийся канал); 5, 6 —  $P' > 0$  (расширяющийся канал). Номера точек соответствуют номеру серии. Данные Клайна и др. [4] для гладкой поверхности: 7 —  $P' = 0$ , 8 —  $P' < 0$ , 9 —  $P' \ll 0$ , 10 —  $P' > 0$ , 11 —  $P' \gg 0$ .

Сравнение с результатами измерений Клебанова [9] (на плоской пластине), Лауфера [6] (в круглой гладкой трубе) и Конт-Белло [7] (в плоскопараллельном канале с гладкими стенками) указывает, что характер распределения коэффициента корреляции по поперечному сечению потока является общим для всех рассмотренных случаев течения. Однако максимальные значения коэффициента корреляции для различных ви-

дов течения оказываются разными и равными 0.5 для пограничного слоя на плоской пластине, 0.45 для течения в круглой трубе и 0.39 ÷ 0.41 для течений в начальных участках плоских каналов с гладкими и шероховатыми стенками при различных градиентах давления.

*Касательные напряжения на стенке.* Измерения турбулентной структуры в данном исследовании частично включают в себя область пристенного подслоя. Следовательно, по опытным данным можно определить величину полного касательного напряжения на весьма близком расстоянии от стенки  $y = \delta$ . Тогда

$$\tau_{\delta} = \rho (\langle -uv \rangle + \nu dU / dy)_{\delta} \quad (3.5)$$

Касательное напряжение на стенке может быть определено, если учесть влияние градиента давления добавочным членом  $y dP_{\infty} / dx$  [3]. Тогда для  $y = 0$

$$\tau_0 = \tau_{\delta} - \delta dP_{\infty} / dx \quad (3.6)$$

*Коэффициент поверхностного трения.* Величина местного коэффициента поверхностного трения, определяемого выражением

$$C_f = 2\tau_0 / \rho U_{\infty}^2 \quad (3.7)$$

зависит от числа Рейнольдса, шероховатости поверхности, от величины и знака градиента давления. Предложен ряд зависимостей для определения  $C_f$ , каждая из которых дает удовлетворительные результаты для сравнительно узкого диапазона условий. Попытки установить универсальные соотношения для расчета распределения касательных напряжений и коэффициентов поверхностного трения пока не увенчались успехом. Детальный анализ современного состояния вопроса дан в [3]. Решающая роль в решении этой проблемы отводится эксперименту.

В результате анализа полученных данных оказалось возможным найти такие безразмерные соотношения параметров течения, которые приводят к универсальной эмпирической зависимости вида

$$\frac{1}{\sqrt{C_f}} = R_{*\delta} \left( \frac{U_{\infty}}{U_s} \right)^{1/2} (0.52 \lg R_x - 0.32) \quad (3.8)$$

Результаты вычислений для всего диапазона исследованных условий в координатах

$$\ln R_x, \quad C_f^* = \frac{1}{\sqrt{C_f} R_{*\delta} \sqrt{U_{\infty} / U_s}}$$

представлены на фиг. 4, в. Разброс опытных точек не превышает 10%.

Данные экспериментального исследования турбулентного пограничного слоя на гладкой стенке при пяти различных по величине и знаку градиентах давления, полученные Клайном, Рейнольдсом, Шраубом и Рунштадлером [4], вполне удовлетворительно согласуются с зависимостью (3.8) и тем самым позволяют распространить ее действие на более широкий диапазон условий.

Практическое использование формулы (3.8) для расчета величины коэффициента трения  $C_f$  возможно, если известно распределение скоростей  $U = f(y)$  в сечениях пограничного слоя при течении у гладких поверхностей, а в случае шероховатых поверхностей необходима дополнительная информация о величине реинольдсовых напряжений  $\langle uv \rangle$  вблизи стенки. Тогда по предлагаемой выше методике определяются неизвестные заранее величины  $R_{*\delta}$  и  $U_{\infty} / U_s$ .

Для случаев нулевых градиентов давления, когда логарифмический профиль скорости может быть распространен на всю толщину пограничного слоя, задача упрощается

$$U_{\infty} / U_s = 1$$

а значение  $R_{*\delta}$  находится по формуле [10]

$$R_{*\delta} = \frac{R_{*\delta\infty}}{\psi(h/\delta)}, \quad \psi\left(\frac{h}{\delta}\right) = \left(\frac{h/\delta - 1}{h/\delta}\right)^{1/2} \left(1 - \frac{\delta}{h}\right) \quad (3.9)$$

Величина  $R_{*\delta\infty}$  для определенного типа шероховатостей имеет постоянное значение. Этот вопрос подробно излагается в работе [10].

Поступила 26 X 1970



## ЛИТЕРАТУРА

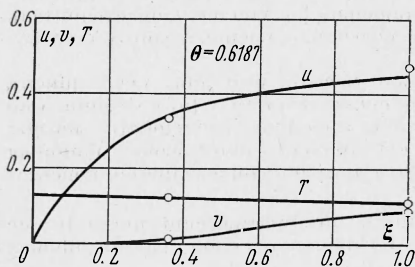
1. Нищук В. С., Марченко А. Г. Изучение макротурбулентности методом микрофотосъемки течения. Сб. «Гидравлика и гидротехника», вып. 7, Киев, «Техніка», 1968.
2. Егидис Е. М., Нищук В. С., Марченко А. Г., Рацкий В. И. Импульсные осветительные установки для исследования скоростной структуры потоков. Сб. «Гидравлика и гидротехника», вып. 8, Киев, «Техніка», 1969.
3. Ротта И. К. Турбулентный пограничный слой в несжимаемой жидкости. Л., «Судостроение», 1967.
4. Kline S. J., Reynolds W. C., Schraub F. A., Runstabler P. W. The structure of turbulent boundary layers. J. Fluid Mech., 1967, vol. 30, pt 4.
5. Никитин И. К. Обобщенные зависимости для расчета стабилизированных турбулентных течений по двухслойной схеме. Сб. «Исследования однородных и взвесенесущих турбулентных потоков», Киев, «Наукова думка», 1967.
6. Laufer J. The structure of turbulence in fully developed pipe flow. NASA, 1954, Rept No. 1175.
7. Конт-Белло Ж. Турбулентное течение в канале с параллельными стенками. М., «Мир», 1968.
8. Кларк Исследование несжимаемого турбулентного пограничного слоя при течении в канале. Тр. Америк. о-ва инж.-механ., Теоретические основы инженерных расчетов, 1968, № 4.
9. Klebanoff P. S. Characteristics of turbulence in a boundary layer with zero pressure gradient. NASA, 1955, Rept No. 1247.
10. Никитин И. К. Двухслойная схема расчета турбулентного пограничного слоя на пластине с произвольной шероховатостью. Сб. «Исследования турбулентных одно- и двухфазных потоков», Киев, «Наукова думка», 1966.

## СВЕРХЗВУКОВОЕ ОБТЕКАНИЕ ЗАТУПЛЕННЫХ ТЕЛ ВЯЗКИМ ГАЗОМ

И. М. Бреев

(Ленинград)

Исследование гиперзвукового вязкого ударного слоя было проведено ранее в работах [1, 2]. В данной работе излагаются результаты расчета течения вязкого газа при умеренных и малых сверхзвуковых скоростях набегающего потока ( $M_\infty \leq 10$ ), когда теплоемкость газа можно считать постоянной величиной. Постановка задачи аналогична использованной в [1, 2]. Решение «укороченных» уравнений Навье — Стокса получено методом конечных разностей по неявной девятиточечной схеме. Число узлов расчетной сетки (в пределах 30) выбиралось из условия достижения необходимой точности расчетов. Нелинейная система разностных уравнений решалась итерационным методом. Для случаев теплоизолированной и охлаждаемой поверхности тела определены форма и положение ударной волны, построены линии тока и звуковые линии, получены профили газодинамических параметров в ударном слое и исследовано распределение теплового потока и трения по поверхности сферы в различных режимах течения. Рассмотрен широкий диапазон чисел Рейнольдса  $R_\infty$ .



Фиг. 1

Численное решение уравнений Навье — Стокса в задаче вязкого обтекания при малых числах Рейнольдса дано в работах [3-6]. С использованием асимптотических

разложений и оценок исследование вязкого гиперзвукового слоя проведено в [7].  
 1. Расчеты проводились для двухатомного газа ( $\gamma = 1.4$ ) при числе Прандтля, равном 0.72, в диапазоне чисел Маха  $1.4 \leq M_\infty \leq 10$  и чисел Рейнольдса  $10^2 \leq R_\infty \leq 10^5$  ( $R_\infty = \gamma^{1/2} M_\infty R$ ). Коэффициент динамической вязкости считался связанным с температурой по степенному закону с показателем, равным 0.5. При исследовании обтекания охлаждаемой сферы безразмерная температура поверхности принималась равной 0.05. В дальнейшем приняты обозначения работы [2]. Ниже приводятся некоторые из полученных результатов.