

7. *Bishop A. W.* The strength of soils as engineering materials. — «Geotechnique», 1966, 16, N 2.
8. *Vesic A.S., Clough G. W.* Behavior of granular materials under high stresses. — «J. Soil Mech. and Found. Div. Proc. Amer. Soc. Civ. Eng.», 1968, 94, N 3.
9. *Barden L., Ismail H., Tong P.* Plane strain deformation of granular material at low and high pressures. — «Geotechnique», 1969, 19, N 4.
10. *Fridman S., Zeitlen T. G.* Some pseudo — elastic properties of granular media. Proc. 7 th Int. Conf. Soil. Mech. and Found Eng. Mexico, 1969, vol. 1.
11. *Николаевский В. Н., Сырников Н. М., Шефтер Г. М.* Динамика упругопластических дилатирующих сред. — В кн.: Успехи и достиж. механ. деформ. тел. М., 1974.
12. *Адушкин В. В., Орленко Т. А.* Прочностные характеристики и разуплотнение песчаного грунта при сдвиге. — «Изв. АН СССР. Механ. тверд. тела», 1970, № 2.
13. *Roscoe K. H.* The influence of strain in soil mechanics. — «Geotechnique», 1970, 20, N 2.
14. *Ивлев Д. Д., Быковцев Г. И.* Теория упрочняющегося пластического тела. М., «Наука», 1971.

УДК 535.44

О ВИЗУАЛИЗАЦИИ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ПОЛЕЙ

С. Р. Стефанов

(Москва)

Проанализированы выражения для распределения интенсивности светового поля, промодулированного ультразвуковой волной. Рассмотрены случаи фазовой модуляции и модуляции в приближении геометрической оптики. Оценено влияние обоих видов модуляции на структуру оптического изображения, согласно теории дифракции С. М. Рытова.

Одним из наиболее точных методов измерения длины ультразвуковой волны и скорости ее распространения в исследуемой среде является метод, основанный на эффекте вторичной интерференции световой волны после пересечения ею ультразвукового поля [1].

Распределение интенсивности светового поля в плоскостях, расположенных за бегущей ультразвуковой волной в случае перпендикулярного падения на нее параллельного светового луча, дается выражениями [2]

$$(1) \quad I = \sum_{S=-\infty}^{+\infty} B_S \exp \left[jS \left(\Omega t - \frac{2\pi}{\Lambda} X \right) \right];$$

$$(2) \quad B_S = \sum_{r=-\infty}^{+\infty} a_r(L) a_{r-S}^*(L) \exp \left[j\pi (Z - L) \frac{\lambda}{\Lambda^2} S (S - 2r) \right],$$

где λ , Λ — длины волн света и ультразвука в невозмущенной среде соответственно; Ω — частота ультразвуковых колебаний; X , Z — направления распространения ультразвука и света соответственно; L — глубина ультразвукового поля по оси Z ; t — время; $a_r(L)$ — амплитуды дифрагированных на ультразвуке световых волн r -го порядка дифракции.

Применяя решение дифракционной задачи, согласно элементарной теории Рамана — Ната, учитывающей лишь изменение фазы светового луча при прохождении через ультразвуковое поле [3], имеем

$$(3) \quad a_r(L) \sim E_0 J^r(\nu),$$

где E_0 — амплитуда падающего светового поля; $J_r(v)$ — функция Бесселя 1-го рода r -го порядка; $v=2\pi/\lambda \cdot \Delta n/n_0 L$ — параметр Рамана — Ната, определяющий глубину фазовой модуляции света; Δn — амплитуда измерения оптического коэффициента преломления, создаваемая в среде ультразвуком; n_0 — коэффициент оптического преломления невозмущенной среды.

Подставляя (2), (3) в (1) и используя теорему сложения бesselевых функций, получаем

$$(4) \quad I = I_0 \sum_{S=-\infty}^{+\infty} J_S [2v \sin(\pi b S)] \exp \left[jS \left(\Omega t - \frac{2\pi}{\Lambda} X \right) \right],$$

$$\text{где} \quad I_0 = E_0^2; \quad b = \frac{\lambda}{\Lambda^2} (Z - L).$$

Из (4) видно, что периодическая структура интенсивности света содержит много гармонических колебаний различных частот. Для измерительных целей требуется выделять одну из гармоник частоты ультразвука. Исследуем (4) на экстремум относительно параметра с целью определения плоскостей наилучшей видимости третьей гармоники:

$$\frac{\partial I_3}{\partial b} = 6\pi v \cos(3\pi b) \frac{\partial J_3 [2v \sin(3\pi b)]}{\partial [2v \sin(3\pi b)]} = 0;$$

$$(1) \quad \cos(3\pi b) = 0, \text{ отсюда следует } b = 1/6 + 2/3 p, \text{ где } p = 0, 1; 2; 3 \dots;$$

$$(2) \quad \frac{\partial J_3 [2v \sin(3\pi b)]}{\partial [2v \sin(3\pi b)]} = 0.$$

Первое условие является определяющим в случае слабых ультразвуковых волн. Из него следует независимость периода повторения и местоположения плоскостей наилучшей видимости от глубины модуляции. Второе условие определяет поведение оптического изображения в случае сильных ультразвуковых волн. Когда $v > 2,2$, местоположение плоскостей наилучшей видимости начинает зависеть от глубины фазовой модуляции. Этот факт экспериментально был установлен О. Номото [4].

При распространении света через ультразвуковую волну происходит также искривление световых лучей на градиентах коэффициента оптического преломления. При этом на выходе из ультразвуковой волны световое поле модулируется по амплитуде вдоль оси X . В общем случае необходимо производить расчет интенсивности светового поля с учетом обоих видов модуляции. Он может быть сделан на основе результатов общей теории дифракции [5]; тогда для коэффициентов $a_r(L)$ имеем

$$(5) \quad a_r(L) \sim J_r \left[v \frac{\sin \frac{u}{2}}{\frac{u}{2}} \exp \left(j \frac{u}{2} \right) \right],$$

где $u = \pi \lambda \Lambda^{-2} L$.

Подставляя (5) в (1), (2), получим

$$(6) \quad I = I_0 \sum_{S=-\infty}^{+\infty} \left(\frac{\operatorname{tg}(\pi b S) - \frac{\dot{u}}{2}}{\operatorname{tg}(\pi b S) + \frac{\dot{u}}{2}} \right)^{S/2} J_S \left[2v \cos(\pi b S) \times \right. \\ \left. \times \sqrt{\operatorname{tg}^2(\pi b S) - \left(\frac{\dot{u}}{2} \right)^2} \right] \exp \left[jS \left(\Omega t - \frac{2\pi}{\Lambda} X \right) \right].$$

При $u \rightarrow 0$ это уравнение переходит в (4).

Полагая $\lambda \rightarrow 0$, после некоторых преобразований получим

$$(7) \quad I = I_0 \sum_{s=-\infty}^{+\infty} J_s \left[S \left(Z - \frac{L}{2} \right) \frac{\Delta n}{n_0} \left(\frac{2\pi}{\Lambda} \right)^2 L \right] \exp \left[jS \left(\Omega t - \frac{2\pi}{\Lambda} X \right) \right].$$

Это выражение дает распределение интенсивности света в случае малости фазовой модуляции и совпадает с распределением, полученным в приближении геометрической оптики на основе расчета траекторий движения световых лучей в ультразвуковом поле [6].

Сравнение распределений (4), (6) позволяет выделить области значений параметров Z и v , где искривлением световых лучей можно пренебречь.

Исследование картин распределения интенсивности света производилось путем расчета амплитуды сигнала третьей гармоники частоты ультразвука. Расчеты проводились для следующих значений параметров: $\lambda = 6,28 \cdot 10^{-5}$ см; $\Lambda = 2,5 \cdot 10^{-2}$ см; $L = 0,8$ см; $Z_1 = 11,2$ см; $Z_2 = 22,3$ см; $Z_3 = 32,5$ см; $S = 3$.

S -я гармоника образуется при взаимодействии r и $(r+S)$ -й дифракционных световых волн, выходящих от плоскости $Z=L$ под углами θ_r и θ_{r+S} к оси Z . При этом $\sin \theta_r = r\lambda/\Lambda$.

Для получения максимума этой гармоники в плоскости $Z=Z_\Phi$ необходимо выполнение условия

$$Z_\Phi \cos \bar{\theta}_r - \bar{Z}_\Phi \cos \theta_{r+S} = p\lambda,$$

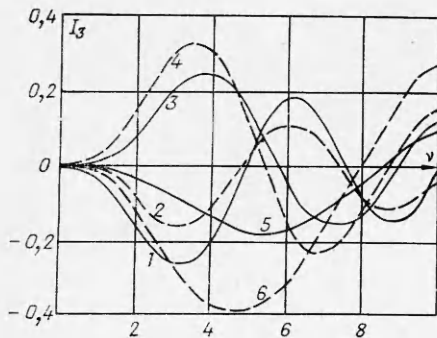
где p — целое положительное число.

При $L\lambda\Lambda^{-2} \ll 1$ получаем

$$(8) \quad Z_\Phi = \frac{2p\Lambda}{\lambda S (2r - S)}.$$

Из (8) следует, что местоположение максимума S -й гармоники существенно зависит от соотношения амплитуд соответствующих пар дифрагированных волн. Для получения сигнала этой гармоники без паразитной фазовой модуляции необходимо подбирать величину v таким образом, чтобы в дифракционном спектре преобладала одна пара с максимальными амплитудами.

В случае чисто фазовой модуляции из (4) следует, что фаза сигнала в разложении интенсивности светового поля меняется по координате Z с периодом $Z_\Phi = 2\Lambda^2/\lambda S (2r + S)$ на 180° . При значительном искривлении световых лучей становится существенным влияние амплитудной модуляции на структуру изображения.



Фиг. 1

При амплитудной модуляции фаза S -й гармоники меняется по координате Z , как можно показать из (7), с периодом: $Z_a = \Lambda^2/L \cdot \Delta n/n_0 \cdot 1/4\pi \gg \gg Z_\Phi$. Это приводит к тому, что при одних значениях $Z=Z_1$ (фиг. 1) амплитуда полного сигнала (кривая 1) больше сигнала, вычисленного в предположении чисто фазовой модуляции (кривая 2), в широком диапазоне изменений параметра v . Следовательно, фазовая и амплитудная модуляции усиливают друг друга в этом случае.

При других значениях $Z=Z_2$ (кривые 3, 4) и $Z=Z_3$ (кривые 5, 6) они ослабляют друг друга.

Наличие периодичности по ν при различных Z объясняется интерференцией сигналов данной гармоники, образованной различными порядками дифракционного спектра.

Усиление и ослабление фазовой модуляции происходит не только при движении света за пределами ультразвукового поля, но и внутри него, что следует непосредственно из (5). Это выражение имеет физический смысл при $u < \pi/2$ с точки зрения соотношения амплитуд светового поля, падающего на ультразвуковую волну и выходящего из нее. Но оно тем не менее описывает закономерность чередования фазовой и амплитудной модуляций в зависимости от глубины ультразвукового поля.

Действительная часть аргумента функции Бесселя определяет наличие фазовой модуляции света, мнимая — амплитудной модуляции. Из рассмотрения (5) следуют выводы:

1. При $u=\pi$ фазовая модуляция светового поля отсутствует. Раскрывая значение u , получаем, что это наступает при $L=\Lambda^2/\lambda$. При этом мнимое слагаемое имеет максимальное значение, равное $4\Delta n\Lambda^2/\lambda^2$.

2. При $u=2\pi$ отсутствуют как фазовая, так и амплитудная модуляции. Это происходит в случае $L=2\Lambda^2/\lambda$. Следовательно, световая волна выходит из ультразвукового поля немодулированной по фазе и амплитуде.

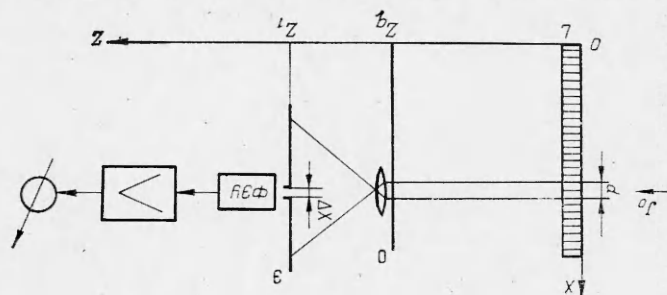
3. Можно показать, что максимум фазовой модуляции достигается при $u=\pi/2$. Это соответствует величине $L=1/2 \Lambda^2/\lambda$, при этом действительная часть (5) равна $4\Delta n\Lambda^2/\lambda^2$. Множитель, определяющий глубину амплитудной модуляции, в $8/\pi$ раз меньше.

Например, при $L=1$ см слагаемые, определяющие глубину амплитудной и фазовой модуляций, соответственно равны 1,57 и $3\Delta n10^4$.

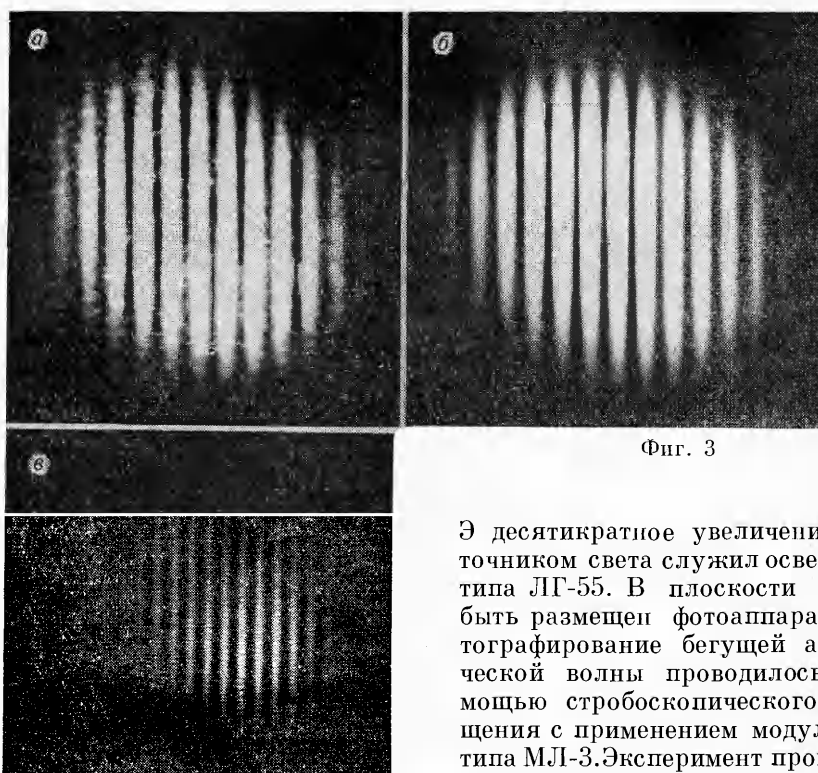
Поэтому они обе должны быть учтены при расчете структуры оптического изображения ультразвука.

Существенным в описываемом эффекте является то, что период чередования амплитудной и фазовой модуляций не зависит от интенсивности ультразвуковой волны. Аналогичные результаты были получены в работе [7] непосредственно из решения волнового уравнения.

Экспериментальная проверка выведенных соотношений производилась по исследованию с помощью фотографической и фотоэлектрической регистрации получающегося изображения после пересечения светом бегущей ультразвуковой волны (фиг. 2). Источником ультразвуковых колебаний интенсивности служил излучатель из керамики ИТС-19 диаметром 8 мм с резонансной частотой 6,0 МГц, питаемый от генератора ГЗ-41 и расположенный в кювете с водой. Приемником светового сигнала служил фотоумножитель типа ФЭУ-51Б с прямоугольной диафрагмой перед фотокатодом шириной 0,1 мм. В качестве оптической системы использовалась цилиндрическая линза, которая обеспечивала в плоскости



Фиг. 2



Фиг. 3

Э десятикратное увеличение. Источником света служил осветитель типа ЛГ-55. В плоскости Э мог быть размещен фотоаппарат. Фотографирование бегущей акустической волны проводилось с помощью стробоскопического освещения с применением модулятора типа МЛ-3. Эксперимент проводился при напряжении на излучателе

7В и расстоянии $Z_2 = 32,5$ см. В фокальной плоскости объектива O устанавливалась диафрагма, пропускающая на плоскость Э необходимые для эксперимента дифракционные порядки. На фиг. 3, а показана система полос, образующаяся при пропускании через диафрагму всего дифракционного спектра. При пропускании лишь первых дифракционных порядков контрастность интерференционных полос увеличивается (фиг. 3, б). При пропускании только вторых порядков структура картины несколько меняется, а период повторения полос уменьшается в два раза.

Распределение интенсивности света в полосах (см. фиг. 3), проведенное с помощью фотоэлектрической регистрации, соответствует форме и ширине полос, визуально наблюдаемых на фотографиях. Если бы изображение получалось лишь за счет фазовой модуляции света, то распределение интенсивности в случаях (см. фиг. 3, б, в) должно было бы подчиняться гармоническому закону. При использовании контрастного фотоматериала импульсы должны чередоваться со скважностью, равной двум. Это в некоторой степени наблюдается на фиг. 3, в и также на фиг. 3, б в случае использования слабых ультразвуковых волн.

Из рассмотрения полос (см. фиг. 3, б) видно, что распределение интенсивности существенно отличается от гармонического и имеет скважность повторения импульсов ≈ 4 . Это указывает на сильное влияние амплитудной модуляции света. Относительный уровень обоих видов модуляции может быть определен по величине коэффициента нелинейных искажений сигнала первой гармоники частоты ультразвука на выходе ФЭУ.

При пропускании через диафрагму лишь одного дифракционного порядка, согласно фазовой теории, в плоскости Э не должно образовываться системы полос. Проведенные эксперименты показали, что уже

при достаточно умеренных интенсивностях ультразвука на выходе ФЭУ образуются сигналы нескольких гармоник ультразвуковой волны. Это связано с влиянием на процесс образования дифракционного спектра искривлений световых лучей [8].

Отношение амплитуды образующегося при этом сигнала к амплитуде сигнала той же частоты, при отсутствии диафрагмы в фокальной плоскости объектива, может служить мерой влияния обоих видов модуляции на процесс образования интерференционных полос. Так, например, при описанных выше условиях для $Z=100$ мм это отношение равно 0,2 и при $Z=300$ мм составляет 0,5, что находится в соответствии с характером кривых (см. фиг. 3).

Поступила 4 XI 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. Бражников Н. И. Ультразвуковые методы. М., 1965.
2. Nagendra Nath N. S. The visibility of ultrasonic waves and its periodic variations. — «Proc. Indian Acad. Sci. Sect. A4», 1936.
3. Raman C. V., Nagendra Nath N. S. The diffraction of light by high frequency sound waves. Pt 1—4. — «Proc. Indian Acad. Sci. Sect. A», 1936, vol. 3, N 2.
4. Nomoto O. On the structure of the visibility curves of the stationary ultrasonic waves. — «J. Phys. Soc. Japan», 1947.
5. Рытов С. М. Дифракция света на ультразвуковых волнах. — «Изв. АН СССР. Сер. физ.», 1937, № 2.
6. Стефанов С. Р., Трохан А. М. Применение оптической регистрации фазы акустической волны для измерения характеристик турбулентности. — ТВТ, 1971, т. 9, № 5.
7. David E. Anschauliche Betrachtungen zur Lichtbeugung an schwachen Ultraschallwellen. — «Phys. Z.», 1957, vol. 38.
8. Nomoto O., Torikai Y. Intensity distribution of the ultrasonic light diffraction spectrum calculation by the method of successive diffraction. — «Acustica», 1971, vol. 24.

УДК 530.161:534.2

ИЗЛУЧЕНИЕ ЗВУКА В НЕРАВНОВЕСНОЙ СРЕДЕ ОТ ПЛОСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ С ПЕРИОДИЧЕСКИ МЕНЯЮЩЕЙСЯ ТЕМПЕРАТУРОЙ

А. С. Плешанов

(Москва)

Любое изменение температуры T сплошной среды сопровождается изменением ее плотности ρ , что приводит к возникновению движения и, в частности, к излучению звука. Этот вопрос, рассмотренный для обычной равновесной среды, например в [1], обобщается в данной работе на случай неравновесной среды.

Под неравновесной средой подразумевается среда, в которой идут процессы перераспределения энергии между различными степенями свободы частиц (поступательными, внутренними, химическими), приводящие к релаксации макроскопических характеристик (теплоемкостей c_p и c_v , теплопроводности κ , скорости звука c). Наиболее быстрым является процесс перераспределения между поступательными степенями. Время