

21. Зубцов В. М., Спикевич О. А. Развитие двух- и трехмерных возмущений в случае ионизационной неустойчивости в канале с непроходящими стенками. — МЖГ, 1976, № 3.
22. Спикевич О. А. О характере потери устойчивости в неравновесной замагниченной плазме. — ПММ, 1974, т. 38, № 4.
23. Курант Р., Гильберг Д. Методы математической физики. М., Гостехтеориздат, 1933.
24. Найфе А. Методы возмущений. М., «Мир», 1976.
25. Баренблат Г. И., Зельдович Я. Б. Об устойчивости распространения пламени. — ПММ, 1957, т. 21, № 6.

УДК 621.039.637+621.316.53

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ВЗРЫВ ПРОВОДНИКОВ. СТАДИЯ ПЛАВЛЕНИЯ

А. П. Байков, А. М. Искольдский, Г. П. Микитик,
В. И. Моторин, С. Л. Мушер, А. Ф. Шестаков

(Новосибирск)

Физические процессы, сопровождающие электрический взрыв проводников (ЭВП), весьма многообразны: фазовые переходы твердый металл — жидкость, жидкий металл — пар, образование страт, пробой паров и зажигание дугового разряда и т. д. [1—6]. К настоящему времени не существует сколько-нибудь полной даже качественной картины явления. В такой ситуации естественно перейти к построению физических моделей различных стадий ЭВП и проверке их в ряде целенаправленных экспериментов.

Данная работа посвящена изучению начальной стадии ЭВП — стадии плавления. В экспериментальных и расчетных работах прикладного характера этой стадии не уделяется большого внимания, что в определенной степени оправдано, так как плавление — энергетически менее значимый процесс, чем, например, кипение. Однако для проверки положений теоретического характера (в частности, будем рассматривать двухфазную модель твердый металл — жидкость) исследование стадии плавления представляет существенный интерес.

В качестве исследуемого объекта выбрана фольга. Скорость плавления и величина сопротивления фольги как функции вложенной энергии зависят от соотношения характерных времен

$$\tau_1 = h_0^2/\chi, \quad \tau_2 = \lambda n \sigma_0 / j_0^2,$$

где $2h_0$ — толщина фольги; λ — удельная теплота плавления; χ — температуропроводность; j_0 — начальная плотность тока; σ_0 — проводимость; n — плотность вещества; τ_1 — характерное время релаксации температуры; τ_2 — параметр, характеризующий скорость ввода энергии и время плавления фольги.

Рассмотрим основные режимы плавления, возможные при импульсном нагреве фольги током различной плотности, они характеризуются различными значениями параметра $\delta^2 = \tau_1/\tau_2$ [7].

В случае $\tau_1 \ll \tau_2$ («медленный ввод» энергии в фольгу) температуру можно считать постоянной по всему сечению — вся выделяющаяся энергия идет на плавление. Выразим сопротивление фольги в предположении, что плавление происходит с поверхности образца [8] и фронт плавления плоский

$$(1) \quad R = \frac{l}{2b} \frac{1}{\sigma_1 h(t) + \sigma_2 [h_0 - h(t)]},$$

где l и b — длина и ширина фольги; $h(t)$ — толщина твердой фазы; σ_1 , σ_2 — удельные проводимости твердой и жидкой фаз. Поскольку теплопроводность велика, баланс тепла имеет вид

$$(2) \quad E = 2\lambda n l b [k_0 - h(t)].$$

Объединяя (1) и (2), получим

$$(3) \quad R(E) = \frac{R_0}{1 + \frac{E}{Q} \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1} - 1 \right)},$$

где $Q = 2\lambda n h_0 l b$; $R_0 = l / (2h_0 b \sigma_1)$.

В случае $\tau_1 > \tau_2$ («быстрый» ввод энергии) вся энергия E , введенная в фольгу, не успевает поступать к фронту плавления за счет теплопроводности. Часть энергии поэтому тратится на перегрев удаленных от фронта плавления слоев твердой и жидкой фаз. При этом доля энергии, идущей на перегрев, тем больше, чем больше отношение τ_1/τ_2 . Используя уравнение теплопроводности, можно, как и в [7], при $\delta^2 \gg 1$ получить оценку перегрева в центре фольги

$$\frac{\delta T}{T_{пл}} \sim \frac{j_0^2}{T_{пл} n c_p \sigma_0 \tau_2} \sim \frac{\lambda}{c_p} \frac{1}{T_{пл}} \sim 1,$$

где $T_{пл}$ — температура плавления при нормальных условиях; c_p — удельная теплоемкость. Для определения $R(E)$ в этом случае необходимо знать распределение температуры по сечению фольги.

Постановка задачи о профиле температуры по сечению фольги. Пренебрегая теплообменом с окружающей средой и краевыми эффектами, запишем уравнения теплопроводности для твердой (индекс 1) и жидкой (индекс 2) фаз

$$(4) \quad \frac{\partial T_i}{\partial t} = \chi \frac{\partial^2 T_i}{\partial x^2} + \frac{j_i^2}{n_i c_{pi} \sigma_i(T)} \quad (i = 1, 2)$$

(ось x направлена перпендикулярно поверхности фольги, начало отсчета помещено в центре (фиг. 1)). Неизвестные T_i и толщина $h(t)$ удовлетворяют уравнению баланса тепла на границе раздела

$$(5) \quad n_2 \lambda \frac{dh}{dt} = \kappa_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} \Big|_{x=h(t)} - \kappa_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} \Big|_{x=h(t)},$$

где κ_i — теплопроводность; c_{pi} — удельная теплоемкость.

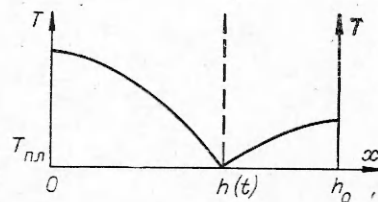
Предположим, что величины $n_1 = n_2$, $c_{p1} = c_{p2}$, $\chi_1 = 2\chi_2$ не зависят от температуры и полный ток через фольгу постоянен

$$I = I_1 + I_2 = \text{const.}$$

Зависимость проводимости от температуры выражается в виде

$$(6) \quad \sigma_i(T) = \frac{\sigma_{0i}}{1 + \beta_i (T_i - T_{пл})},$$

где σ_{0i} — проводимость при $T = T_{пл}$; β_i — температурный коэффициент сопротивления.



Фиг. 1

Запишем плотность тока в виде

$$(7) \quad j_i = \frac{j_{ci}}{\sigma_{0i}} \sigma_i = \frac{j_{0i}}{1 + \beta_i (T_i - T_{пл})}$$

Значение начальной плотности тока на единицу ширины фольги можно выразить через полный ток и начальную проводимость

$$j_{0i} = I \frac{\sigma_{0i}}{k_1 + k_2}, \quad k_1 = \int_0^h \sigma_1 dx, \quad k_2 = \int_h^{h_0} \sigma_2 dx.$$

Подставляя (6), (7) в (4) и используя (5), получим систему уравнений

$$(8) \quad \frac{\partial T_i}{\partial t} = \chi \frac{\partial^2 T_i}{\partial x^2} + \frac{j_{0i}^2}{nc_p \sigma_{0i}} \frac{1}{1 + \beta_i (T_i - T_{пл})},$$

$$n\lambda \frac{dh}{dt} = \kappa_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} \Big|_{x=h(t)} - \kappa_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} \Big|_{x=h(t)}$$

с граничными условиями:

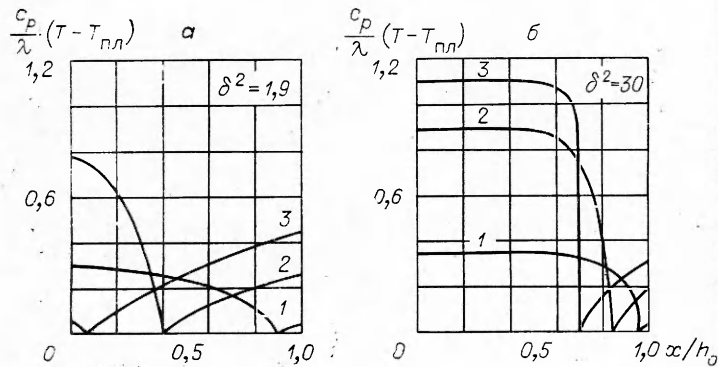
$$\frac{\partial T_2}{\partial x} \Big|_{x=h_i} = 0 \quad (\text{отсутствует теплообмен с окружающей средой}),$$

$$\frac{\partial T_1}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0 \quad (\text{из соображений симметрии}),$$

$$T_1|_{x=h} = T_2|_{x=h} = T_{пл}.$$

Система уравнений (8) решалась численно при различных параметрах с помощью неявной разностной схемы типа Кранка — Никольсона [9] второго порядка точности по обеим переменным.

Результаты численного решения. Фиг. 2, а, б (кривые 1—3 соответствуют моментам времени $t=0,3 \tau_2$; $0,75 \tau_2$; $0,9 \tau_2$) иллюстрируют динамику изменения профилей температуры в твердой и жидкой фазах в процессе плавления. Как следует из фиг. 2, а, величина температуры на внешней границе жидкой фазы монотонно растет. В центре твердого слоя температура вначале также возрастает, однако после достижения некоторой максимальной величины ее значение быстро уменьшается. Подобное пове-



Ф и г. 2

дение объясняется тем, что при $\delta^2 > 1$ и $h(t) \approx h_0$ основная часть выделяемого тепла расходуется на повышение температуры (вещество в центре не «чувствует» влияния фазового перехода). На более поздних стадиях, когда толщина слоя твердого металла уменьшается до $h(t) \approx (\tau_1 \chi)^{1/2}$, возникает эффективный отток тепла в зону фазового перехода за счет теплопроводности.

Интересным представляется существование в начале процесса более высокого градиента температуры в слое твердого металла: это свидетельствует о том, что теплоотдача от твердой фазы к границе плавления является более эффективной и в первом приближении именно она определяет скорость движения границы раздела между фазами.

На фиг. 2, б представлены результаты для случая быстрого ввода энергии ($\delta^2 = 30$). Уже на начальной стадии процесса распределение температуры по сечению фольги принимает характерный П-образный профиль (температура в твердой фазе практически постоянна).

Результаты численных расчетов профиля температуры (используя соотношение (6)) можно представить в интегральной форме как зависимость полного сопротивления фольги от введенной в нее энергии $R/R_0 = f(E/Q)$. Найденные таким образом зависимости для двух сильно различающихся значений параметров $\delta^2 = 1,9$ и 30 сравнивались с полученными в эксперименте.

Эксперимент и обсуждение результатов. Методика постановки эксперимента и техника измерений аналогичны [10].

Определенные трудности связаны с тем, что было необходимо обеспечить принятое в расчетах постоянство полного тока. На основании приближенных оценок удалось реализовать такие режимы, в которых это требование выполнялось достаточно хорошо. Осциллограммы $I(t)$ и $U_R(t)$, представленные на фиг. 3, иллюстрируют выполнение рассмотренного выше требования, плавление фольги происходит при достижении током максимального значения, когда $I = \text{const}$.

В соответствии с проведенными оценками выбраны следующие условия экспериментов:

$$\delta^2 = 1,9, \quad \varepsilon = 0,036, \quad \tau = 3,5 \cdot 10^{-6} \text{ с};$$

$$\delta^2 = 30, \quad \varepsilon = 0,027, \quad \tau = 10^{-6} \text{ с},$$

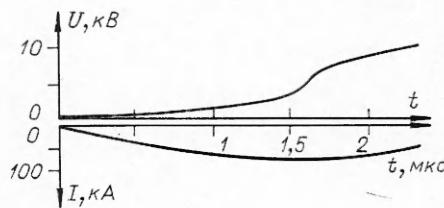
где $\varepsilon = 2Q/CU_0^2$ — отношение энергии, необходимой для фазового перехода к энергии, запасенной в конденсаторе; $\tau \approx \sqrt{LC}$ — время нарастания тока в контуре; C — емкость конденсатора; U_0 — зарядное напряжение конденсатора; L — индуктивность контура.

Накопителем электрической энергии служил конденсатор емкостью $C = 2,6 \cdot 10^{-6}$ Ф, в качестве коммутатора использовался механический разрядник. Все опыты проводились с медной фольгой.

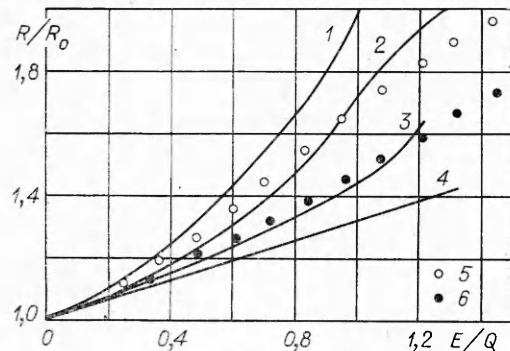
При обработке экспериментальных данных использован алгоритм поиска особых точек [11], позволивший увеличить точность измерений.

На фиг. 4 представлены зависимости сопротивления от введенной энергии для различных δ^2 (кривые 1—4).

Кривая 1 рассчитана по формуле (3), т. е. в предположении бесконечной теплопроводности (или очень медленного ввода энергии). Сравнение рассчитанных зависимостей с экспериментальными провести для этого



Фиг. 3



Фиг. 4

зависимости $R(E/Q)$ лежат, естественно, в области, ограниченной кривыми 1 и 4; кривые 2 и 3 построены по результатам численного решения системы (8) для $\delta^2 = 1,9$ и 30^* . На фиг. 4 приведены экспериментальные данные для указанных δ^2 (точки 5, 6), усредненные по серии из 10 опытов. Ошибка измерения при проведении экспериментов составляла менее 5%

Из рассмотрения зависимостей $R(E/Q)$, полученных расчетным путем и экспериментально, вытекают следующие закономерности.

1. После начала плавления подводимая энергия может расходоваться на плавление материала фольги, перегрев твердой фазы и нагрев жидкой фазы выше $T_{пл}$. Основной вклад в увеличение сопротивления дает энергия, идущая на плавление материала фольги, так как проводимость жидкой фазы $\sigma_2 \sim 0,5 \sigma_1$. Поэтому для малых значений δ^2 зависимость $R(E/Q)$ идет более круто, чем для больших δ^2 .

2. Для $\delta^2 \gg 1$ вследствие нагрева жидкой фазы выше $T_{пл}$ в конце процесса расплавленная фольга нагрета в среднем до $T > T_{пл}$. Поэтому ее сопротивление будет превышать значение сопротивления, соответствующего $T_{пл}$ в жидкой фазе. Этот факт подтверждается расчетами и экспериментально.

3. Как для $\delta^2 = 1,9$, так и для $\delta^2 = 30$ расчетные зависимости $R(E/Q)$ достаточно хорошо количественно согласуются с экспериментальными значениями $R^*(E/Q)$. Однако в поведении R есть некоторые качественные отличия от R^* .

Почти на протяжении всего процесса $R < R^*$. По нашему мнению, эти отклонения не обусловлены упрощающими предположениями ($n = \text{const}$ и т. д.). Они, по-видимому, являются следствием неустойчивости плоского фронта плавления — фольга в некоторых местах оказывается проплавленной по всей толщине. Возникающие таким образом жидкие «вкрапления» могут быть ответственны за смещение экспериментальных данных в сторону больших значений от расчетной кривой, поскольку $\sigma_2 \sim 0,5 \sigma_1$.

Ближе к концу процесса фольгу можно представить в виде расплава, в котором находятся «кусочки» твердой фазы. Для одной и той же массы твердой фазы площадь поверхности S может оказаться больше S^* , тогда плавление пойдет более интенсивно для невозмущенного фронта и соответственно $R^* < R$ (фиг. 4). Можно поставить вопрос о вычислении проводимости такого рода систем аналогично тому, как это делается в теории

* Для кривой 3 вычисления не удается довести до конца процесса из-за некорректности разностной схемы при больших градиентах $\partial T/\partial x$.

случая трудно, так как при медленном нагреве в фольге развиваются неустойчивости, приводящие к ее разрушению. Кривая 4 соответствует обратному предельному случаю $\delta^2 \rightarrow \infty$. Сравнение с экспериментом здесь также затруднено, поскольку при очень высокой скорости ввода энергии необходимо учитывать неравномерное распределение тока по сечению проводника за счет скин-эффекта.

Для конечных значений δ^2

твердого тела («теория протекания») для сильно неоднородных сред [12]. Однако рассмотрение этого вопроса выходит за рамки данной работы.

Нужно отметить, что предположение о поверхностном характере плавления перестает выполняться при больших перегревах. Можно получить, используя результаты работы [13], что при перегреве относительно точки плавления примерно на 10° начнется интенсивное образование зародышей жидкой фазы в объеме проводника. Однако для достаточно однородных образцов и быстром вводе энергии в проводник размер зародышей будет, скорее всего, невелик и вклад объемного плавления мал.

Таким образом, сравнение расчетов и экспериментальных данных показывает, что модель поверхностного плавления достаточно хорошо качественно и количественно описывает начальную стадию ЭВП — стадию плавления.

Поступила 11 X 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. Bennet F. D. Progress in high Temperature Physics and Chemistry, Edited by C. A. Rouse. Vol. 1. Pergamon press, 1967.
2. David E. Physikalische Vorgänge bei elektrischen Drahtexplosionen.— «Z. Phys.», 1958, Bd 150, S. 162.
3. Взрывающиеся проволочки. Под ред. А. А. Рухадзе. М., ИЛ, 1963; Электрический взрыв проводников. Под ред. А. А. Рухадзе и И. С. Шпигеля. М., «Мир», 1965.
4. Абрамова К. Б., Валицкий В. П., Вандакуров Ю. В., Златин Н. А., Перегуд Б. П. Магнитогидродинамические неустойчивости при электрическом взрыве.— ДАН СССР, 1966, т. 167, № 4.
5. Conn W. M. Berichten studien zum Mechanismus von elektrischen Drahtexplosionen.— «Z. angew. Phys.», 1955, Bd 7, S. 539.
6. Искольдский А. М., Пинус В. К., Эпельбаум Я. Г. Электрический взрыв проводников. Препринт ИАиЭ СО АН СССР № 30. Новосибирск, 1976.
7. Искольдский А. М., Пинус В. К. Сингулярности в решениях уравнений электрического взрыва проводников. Препринт ИАиЭ СО АН СССР № 17. Новосибирск, 1974.
8. Френкель Я. И. Кинетическая теория жидкостей. Л., «Наука», 1975.
9. Марчук Г. И. Методы вычислительной математики. Новосибирск, «Наука», 1973.
10. Байков А. П., Герасимов Л. С., Искольдский А. М. Экспериментальное исследование электрической проводимости алюминиевой фольги в процессе электрического взрыва.— ЖТФ, 1975, т. XLV, вып. 1.
11. Искольдский А. М., Киричук В. С. Обработка результатов эксперимента, описываемого математической моделью с особыми точками.— «Автоматрица», 1975, № 4.
12. Шкловский В. И., Эфрос Э. Л. Теория протекания и проводимости сильно неоднородных сред.— УФН, 1975, т. 117, вып. 3.
13. Лифшиц И. М., Гузида Л. С. Теория локального плавления.— ДАН СССР, 1952, т. 87, № 3.

УДК 533.6.011.8

ИССЛЕДОВАНИЕ ПУЧКА СВОБОДНЫХ МОЛЕКУЛ, ВЫЛЕТАЮЩЕГО ИЗ ПАКЕТА КАПИЛЛЯРОВ

С. Т. Барашкин, И. Г. Неудачин, Б. Т. Породнов

(Свердловск)

Введение. Молекулярные пучки нашли широкое применение в науке и технике [1, 2]. Предметом проводившихся ранее исследований параметров газовых потоков, как правило, являлись предельные угловые распределения (диаграммы направленности) [3—14], наблюдаемые на больших расстояниях от источника молекулярного пучка. В качестве источника часто выбираются либо отдельные каналы с различной формой поперечного сечения [3, 6], либо плотно упакованные блоки (пакеты) таких каналов [4, 5, 7—14].