

## ПРОСТЕЙШИЕ МОДЕЛИ И УПРОЩЕННЫЕ МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ НЕЛИНЕЙНОЙ СДВИГОВОЙ ПОЛЗУЧЕСТИ ГЛИНИСТЫХ ГРУНТОВ

УДК 624.131.22

С. Р. Месчян

Институт механики, 375019 Ереван

Для описания зависимости касательное напряжение  $\tau$  — деформация сдвига  $\gamma$  глинистых грунтов с учетом изменяемости состояния плотности — влажности под действием нормальных напряжений  $\sigma_z$  используется диаграмма идеального упругопластического тела Друкера — Прагера [1]. В диаграмме [1] влияние  $\sigma_z$  на зависимость  $\gamma - \tau$  выражается изменением предельного касательного напряжения  $\tau_f$  (предела текучести), а в диаграмме С. С. Вялова [2] — изменением как модуля упругости (линейного деформирования)  $G$ , так и величины  $\tau_f$ .

Реальные глинистые грунты обладают зависящим от  $\sigma_z$  свойством сдвиговой ползучести  $\gamma_t = f(t)$  и нелинейной зависимостью  $\gamma_t - \tau$ . При  $\sigma_z = \text{const}$  зависимость  $\gamma_t - \tau$  находится из одного семейства экспериментальных кривых сдвиговой ползучести (рис. 1) для различных фиксированных моментов времени. Для учета влияния  $\sigma_z$  на  $\gamma_t - \tau$  и  $\gamma_t - t$  следует иметь несколько семейств экспериментальных кривых сдвиговой ползучести, определенных под действием различных постоянных нормальных напряжений ( $\sigma_{z,i} = \text{const}$ ) [3]. Ниже рассматриваются две простейшие модели и упрощенные экспериментальные методы определения характеристик нелинейной сдвиговой ползучести глинистых грунтов, учитывающие изменяемость их состояния под действием нормальных напряжений  $\sigma_z$ .

Согласно теории наследственной ползучести глинистых грунтов, свойства которых изменяются под действием  $\sigma_z$ , выражение сдвиговой деформации во времени  $\delta(t - \vartheta, \sigma_z)$  под действием единичного касательного напряжения  $\tau = 1$  (по аналогии с деформированием стареющих материалов [4]) записывается в виде [3, 5]

$$\delta(t - \vartheta, \sigma_z) = 1/G_0(\sigma_z) + \omega(t - \vartheta, \sigma_z) = 1/G_0(\sigma_z) + \varphi(\sigma_z)\psi(t - \vartheta), \quad (1)$$

где  $1/G_0(\sigma_z)$  — зависящая от  $\sigma_z$  мгновенная деформация сдвига;  $\omega(t - \vartheta, \sigma_z)$  — зависящая от  $\sigma_z$  мера сдвиговой ползучести ( $\tau = 1$ );  $\varphi(\sigma_z)$  — функция состояния;  $\psi(t - \vartheta)$  — функция времени;  $t$  — время;  $\vartheta$  — момент приложения нагрузки.

Если ввиду малости пренебречь мгновенными (упругими) деформациями [2], выражение сдвиговой ползучести (при  $\vartheta = 0$ ) примет вид [3, 5]

$$\gamma_t(t, \tau, \sigma_z) = \omega(t, \sigma_z)f(\tau, \sigma_z) = \varphi(\sigma_z)\psi(t)f(\tau, \sigma_z). \quad (2)$$

Здесь  $f(\tau, \sigma_z)$  — зависящая от  $\sigma_z$  функция касательного напряжения, учитывающая нелинейную зависимость  $\gamma_t - \tau$  и удовлетворяющая условию  $f(\tau = 1, \sigma_z) = 1$ .

Выражение (2), представленное в простейшей форме записи теории старения, связывает между собой касательное напряжение, нелинейную сдвиговую ползучесть, время и нормальное напряжение. Оно может быть успешно использовано не только для определения деформации сдвига при постоянных касательных напряжениях, но и при медленно возрастающих.

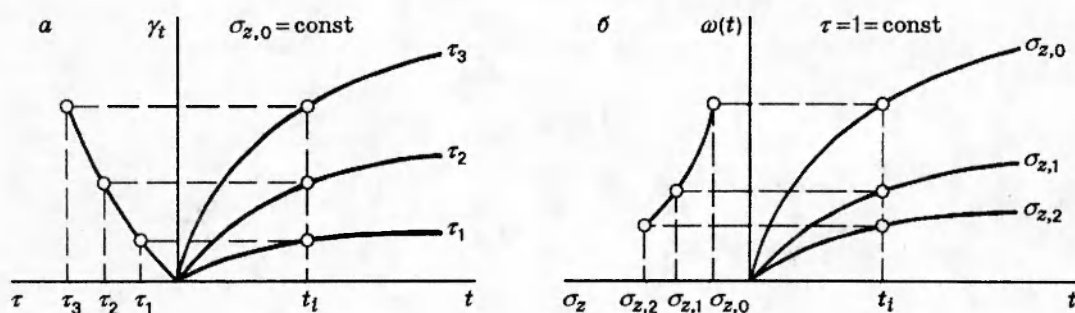


Рис. 1

Зависимость  $\gamma_t - \tau$  (рис. 1, а) можно, в частности, представить в виде степенной функции

$$\gamma_t(\tau) = B\tau^n, \quad (3)$$

тогда для  $f(\tau)$  имеем

$$f(\tau) = \gamma_t(\tau)/[\gamma_t(\tau = 1)] = \tau^n. \quad (4)$$

Еще в 1960 г. автором было установлено, что показатель нелинейной деформации сдвиговой ползучести глинистых грунтов  $n$  практически не зависит от их состояния (от  $\sigma_z$ ) [3]. В дальнейшем это было подтверждено многочисленными экспериментами. В частности, при испытании Киевской глины ( $\rho_s = 2670 \text{ кг/м}^3$ ,  $\rho = 1920 \div 1980 \text{ кг/м}^3$ ,  $w = 0,25 \div 0,32$ ,  $w_L = 0,537$ ,  $w_P = 0,333$ ,  $I_P = 0,204$ ) и Новомихайловского суглинка ( $\rho_s = 2610 \text{ кг/м}^3$ ,  $\rho = 1640 \div 1740 \text{ кг/м}^3$ ,  $w = 0,329$ ) [6] на приборах кручения М-5 [5] при различных значениях  $\sigma_z$  для  $n$  получены значения, приведенные в табл. 1.

Таким образом, установлена независимость функции касательного напряжения (4) от состояния грунта (от  $\sigma_z$ ). Из этого следует, что для нахождения  $f(\tau)$  достаточно иметь одно экспериментальное семейство кривых сдвиговой ползучести (рис. 1, а).

Из семейства экспериментальных кривых сдвиговой ползучести (рис. 1, а) определяются зависимость  $\gamma_t - \tau$ , функция касательного напряжения  $f(\tau)$  и мера сдвиговой ползучести  $\omega(t, \sigma_z = \text{const})$  для данного состояния грунта. Чтобы определить зависимость меры сдвиговой ползучести от  $\sigma_z$ , следует иметь семейство экспериментальных кривых меры сдвиговой ползучести (рис. 1, б), из которого находят зависимости  $\omega(t) - \sigma_z$  и  $\varphi(\sigma_z)$ .

Если, в частности, зависимость  $\omega(t) - \sigma_z$  представить в виде

$$\omega(t, \sigma_z) = (t, \sigma_{z,0}) - C(\sigma_z - \sigma_{z,0})^{n_1}, \quad (5)$$

для  $\varphi(\sigma_z)$  имеем уравнение

$$\varphi(\sigma_z) = 1 - C_1(\sigma_z - \sigma_{z,0})^{n_1}, \quad (6)$$

удовлетворяющее условию  $\varphi(\sigma_z) = 1$  при  $\sigma_z = \sigma_{z,0}$ , где  $\sigma_{z,0}$  — минимальное нормальное напряжение, под действием которого получено исходное выражение меры сдвиговой ползучести  $\omega(t, \sigma_z = \sigma_{z,0})$ .

Из изложенного выше следует, что для построения семейства кривых сдвиговой ползучести (рис. 1, а) и определения выражения (2) достаточно в одном состоянии грунта ( $\sigma_{z,0} = \text{const}$ ) испытать на ползучесть не менее трех образцов-близнецов под действием различных касательных напряжений. Для построения семейства кривых мер сдвиговой

Таблица 1

Грунт	$\sigma_z$ , МПа						Средние значения
	0,30	0,32	0,5	0,55	0,8	1,2	
	n						n
Глина Киевская	—	2,995	—	2,866	2,931	2,931	2,931
Суглинок Новомихайловский	2,209	—	2,00	—	2,285	—	2,17

ползучести (рис. 1, б) необходимо дополнительно испытать на ползучесть не менее двух образцов при  $\tau = 1$  под действием напряжений  $\sigma_{z,i=1,2,\dots}$ , отличных от  $\sigma_{z,0}$ . Количество испытываемых образцов можно сократить, если для определения семейства кривых сдвиговой ползучести воспользоваться методами двух или одной экспериментальной кривой.

В качестве примера нахождения выражения (2) по методу двух экспериментальных кривых [5] в правых частях рис. 2–4 сплошными линиями с кружочками изображены экспериментальные кривые сдвиговой ползучести, полученные соответственно в трех состояниях ( $\sigma_z = 0,15; 0,25; 0,35$  МПа) глины 46-75 ( $\rho_s = 2810$  кг/м<sup>3</sup>,  $\rho = 1850$  кг/м<sup>3</sup>,  $w = 0,41$ ,  $w_L = 0,555$ ,  $w_P = 0,374$ ,  $I_P = 0,181$ ,  $\varphi = 15^\circ 40'$ ,  $c = 0,012$  МПа) под действием постоянных и возрастающих степенями касательных напряжений. В левых частях тех же рисунков построены кривые зависимости  $\gamma_t - \tau$ , которые аппроксимированы выражением (3). Определена функция касательного напряжения

$$f(\tau) = B_1(10\tau)^n, \quad (7)$$

удовлетворяющая условию  $f(\tau = 0,5 \text{ МПа}) = 1$ . В (7) за единичное касательное напряжение принято  $\tau = 0,05$  МПа.

Экспериментальные данные стандартного сопротивления сдвигу  $\tau_{f, st}$ , параметры  $B$ ,  $B_1$  и  $n$ , полученные испытанием на крутильных приборах М-5 [5] сплошных образцов диаметром 101 мм, высотой 24 мм, приведены в табл. 2.

Кривые сдвиговой ползучести, построенные при постоянном нормальном напряжении  $\sigma_z = 0,15; 0,25; 0,35$  МПа под действием постоянных касательных напряжений  $\tau = 0,034; 0,0515; 0,0688$  МПа (рис. 2–4), аппроксимированные логарифмическими зависимостями

$$\gamma_t(t) = a + b \lg t, \quad (8)$$

изображены штриховыми линиями. Параметры  $a$  и  $b$  выражения (8) приведены в табл. 2.

С использованием (7), (8) из (2) найдены выражения мер сдвиговой ползучести для трех состояний грунта 46-75:

$$\omega(t, \sigma_{z,0} = 0,15 \text{ МПа}) = 0,0286 + 0,0254 \lg t; \quad (9a)$$

Таблица 2

$\sigma_z$	$\tau_f$	B	B <sub>1</sub>	n	a	b
МПа						
0,15	0,055	1,687	27,88	4,80	0,0045	0,0040
0,25	0,083	2,31	27,27	4,77	0,0040	0,0040
0,35	0,111	0,0609	25,80	4,69	0,0056	0,0049

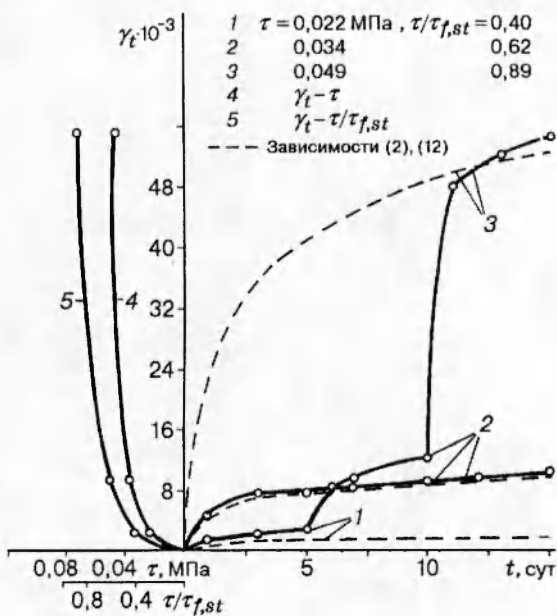


Рис. 2

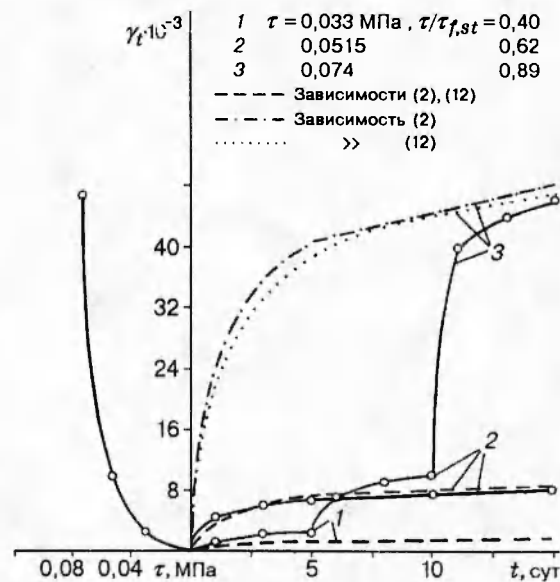


Рис. 3

$$\omega(t, \sigma_{z,1} = 0,25 \text{ МПа}) = 0,0035 + 0,0035 \lg t; \quad (96)$$

$$\omega(t, \sigma_{z,2} = 0,35 \text{ МПа}) = 0,00125 + 0,00108 \lg t. \quad (9в)$$

Выражения (9) определены из (2), потому что в разных состояниях грунта образцы не были испытаны при одном и том же значении постоянного касательного напряжения. Чтобы избежать этого, следует во всех состояниях грунта образцы испытать при одном и том же единичном касательном напряжении.

По соотношениям (7), (9) в правых частях рис. 2–4 штриховыми линиями построены кривые сдвиговой ползучести по выражению  $\gamma_t = \omega(t, \sigma_z = \text{const}) f(\tau)$  для различных постоянных касательных напряжений. В правой части рис. 5 сплошными линиями показаны кривые мер сдвиговой ползучести, построенные по (9), а в левой части — кривая зависимости  $\omega(t) - \sigma_z$ . Эта кривая аппроксимирована соотношением (5), и получено выражение для функции состояния вида (6)

$$\varphi(\sigma_z) = 1 - 1,194(\sigma_z - 0,15)^{0,137}, \quad (10)$$

удовлетворяющее условию  $\varphi(\sigma_z = 0,15 \text{ МПа}) = 1$ .

Кривые мер сдвиговой ползучести ( $\tau = 0,05 \text{ МПа}$ ) при  $\sigma_{z,1} = 0,25$ ,  $\sigma_{z,2} = 0,35 \text{ МПа}$ , построенные по выражению  $\omega(t, \sigma_z) = \omega(t, \sigma_{z,0}) \varphi(\sigma_z)$  с учетом (9а), (10), показаны штриховыми линиями на рис. 5.

Используя выражения  $f(\tau, \sigma_{z,0} = 0,15 \text{ МПа})$  (7) и  $\omega(t, \sigma_{z,0} = 0,15 \text{ МПа})$  (9а) для одного состояния грунта (см. рис. 2), а также функцию состояния (10), найденную из семейства кривых мер ползучести, соотношение (2) представим как

$$\begin{aligned} \gamma_t(t, \tau, \sigma_z) &= \varphi(\sigma_z) \omega(t, \sigma_z = 0,15 \text{ МПа}) f(\tau, \sigma_z = 0,15 \text{ МПа}) = \\ &= [1 - 1,194(\sigma_z - 0,15)^{0,137}] (0,0286 + 0,0254 \lg t) 27,88 (10\tau)^{4,8}. \end{aligned} \quad (11)$$

Получены выражения сдвиговой ползучести по соотношению (11) при  $\sigma_z = 0,25$  и  $0,35 \text{ МПа}$

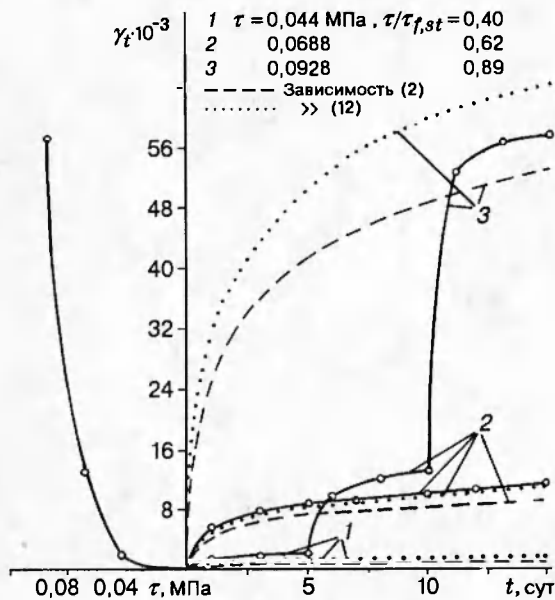


Рис. 4

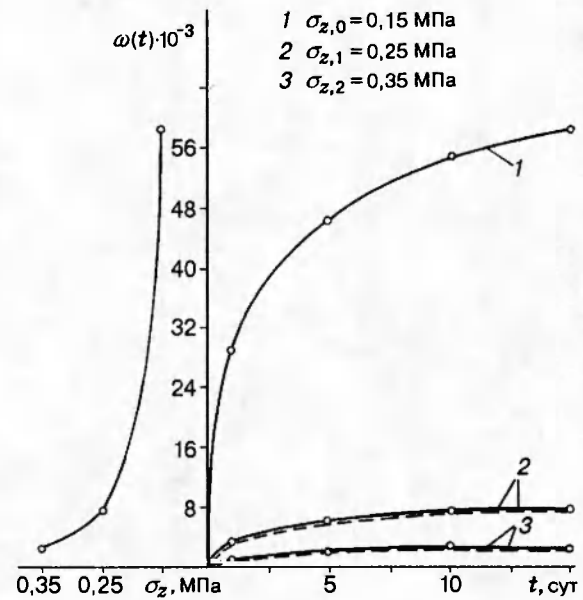


Рис. 5

для разных значений постоянного касательного напряжения. Построенные по этим выражениям кривые практически полностью совпадают с кривыми, построенными по методу двух экспериментальных кривых в этих состояниях грунта (штриховые линии на рис. 3 и 4).

Экспериментами установлено [5–8], что, помимо независимости функции касательного напряжения  $f(\tau)$  от состояния глинистого грунта  $\sigma_z$ , его деформации сдвиговой ползучести, определенные при одних и тех же уровнях касательного напряжения  $\tau/\tau_{f,st}$  ( $\tau_{f,st}$  — стандартное сопротивление сдвигу), также не зависят от  $\sigma_z$ . Поэтому обобщенное уравнение сдвиговой ползучести записывается в виде [5, 6]

$$\gamma_t = \omega(t)f(\tau/\tau_{f,st}), \quad (12)$$

где  $f(\tau/\tau_{f,st})$  — функция уровня касательного напряжения, удовлетворяющая условию  $f(\tau/\tau_{f,st} = 1) = 1$ ;  $\omega(t)$  — мера единичного уровня сдвиговой ползучести;

$$\tau_{f,st} = \sigma_z \operatorname{tg} \varphi + c. \quad (13)$$

Мера сдвиговой ползучести при  $\tau/\tau_{f,st} = 1$  является фиктивной и служит только для определения деформаций при  $\tau/\tau_{f,st} < 1$ . Выражение (12), представленное, как и (2), в форме записи теории старения, связывает между собой касательные напряжения, нелинейные деформации сдвига, время и сопротивление грунта сдвигу, посредством которого учитывается изменяемость состояния грунта под действием  $\sigma_z$ .

Если зависимость  $\gamma_t - \tau/\tau_{f,st}$  выразить зависимостью (3), функция уровня касательного напряжения с учетом (13) примет вид

$$f\left(\frac{\tau}{\tau_{f,st}}\right) = \left(\frac{\tau}{\tau_{f,st}}\right)^n = \left(\frac{\tau}{\sigma_z \operatorname{tg} \varphi + c}\right)^n. \quad (14)$$

Очевидно, что для получения (12) достаточно иметь одно семейство экспериментальных кривых сдвиговой ползучести (рис. 1), определенных испытанием образцов при раз-

ных уровнях касательного напряжения, и диаграмму сопротивления грунта сдвигу для нахождения параметров  $\varphi$  и  $c$ .

В качестве примера получения выражения (12) воспользуемся семейством кривых сдвиговой ползучести грунта 46-75, определенных при  $\sigma_{z,0} = 0,15$  МПа (см. рис. 2), где одна экспериментальная кривая построена при постоянном уровне касательного напряжения  $\tau/\tau_{f,st} = 0,62$ , а другая — при его возрастании ступенями:  $\tau/\tau_{f,st} = 0,4; 0,62; 0,89$ . В левой части рис. 2 построена кривая  $\gamma_t - \tau/\tau_{f,st}$ . Для функции  $f(\tau/\tau_{f,st})$  получено выражение вида (14)

$$f(\tau/\tau_{f,st}) = (\tau/\tau_{f,st})^{4,8}. \quad (15)$$

Используя аппроксимацию кривой ползучести при  $\tau/\tau_{f,st} = 0,62$  по (8), параметры которой приведены в табл. 2, и функцию (15), получим выражение уровня меры касательного напряжения:

$$\omega(t, \tau/\tau_{f,st} = 1) = 0,045 + 0,04 \lg t. \quad (16)$$

Кривые сдвиговой ползучести, построенные по соотношению (12) с учетом (15) и (16), для всех трех состояний грунта 46-75 при уровнях касательного напряжения  $\tau/\tau_{f,st} = 0,4; 0,62; 0,89$  на рис. 2-4 изображены пунктирными линиями или совпадают со штриховыми.

Из изложенного следует, что рассмотренные выше простейшие модели нелинейной сдвиговой ползучести глинистых грунтов (2) и (12) как по сложности, так и по результатам аппроксимации экспериментальных данных практически не отличаются друг от друга. Вместе с тем соотношение (12) имеет некоторое преимущество по сравнению с (2). Это преимущество выражается в том, что количество опытов на сдвиговую ползучесть доведено до минимума, а определение параметров сопротивления грунтов сдвигу  $\varphi$  и  $c$  является обычно обязательным в лабораторной практике.

Рассмотренные выше модели отличаются ясностью подхода к решению проблемы, исключительной простотой как по виду, так и по методам нахождения небольшого числа параметров и точностью аппроксимации опытных данных. Применение упрощенных методов одной и двух экспериментальных кривых для определения сдвиговой ползучести глинистых грунтов существенно сокращает объем работ и делает их доступными для широкого применения в лабораторной практике.

При учете изменяемости во времени касательного напряжения, наследственности деформации сдвиговой ползучести и изменяемости состояния грунта рассмотренные модели существенно усложняются [4, 5], и изложенные выше результаты могут быть распространены на случаи сложного напряженно-деформированного состояния грунтов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Drucker D. C., Prager W. Soil mechanics and plastic analysis or limit design // Quarterly of Applied Mathematics. 1952. V. 10, N 2. P. 157-165.
2. Вялов С. С., Шаабан Ж. С. Модифицированная модель нелинейного деформирования связных грунтов // Основания, фундаменты и механика грунтов. 1994. № 5. С. 2-6.
3. Месчян С. Р. Влияние уплотняющей нагрузки на деформативные свойства глинистых грунтов при сдвиге // Докл. АН АрмССР. 1960. Т. 31, № 4. С. 211-217.

4. Арутюнян Н. Х. Некоторые вопросы теории ползучести. М.; Л.: Гостехтеоретиздат, 1952.
5. Месчян С. Р. Экспериментальная реология глинистых грунтов. М.: Недра, 1985.
6. Месчян С. Р. Об определении уравнения ползучести глинистых грунтов при сдвиге // Изв. вузов. Строительство и архитектура. 1976. № 2. С. 172–176.
7. Ломизе Г. М., Иващенко И. Н. О закономерностях деформируемости лессовых грунтов // Механические свойства грунтов и вопросы строительства зданий на увлажненных лессовых основаниях. Грозный: Чеч.-Инг. кн. изд-во, 1968. С. 80–91.
8. Singh A., Mitchell J. K. General stress-strain-time function for soil // J. Soil Mech. and Foundation Division. ASCE. 1968. V. 94, N SM1. P. 24–46.

*Поступила в редакцию 17/VIII 1995 г.*

---