

О РАСЧЕТЕ ПЕРЕНОСА ЭНЕРГИИ ИЗЛУЧЕНИЕМ В СПЕКТРАЛЬНЫХ ЛИНИЯХ

А. Т. Онуфриев, В. Г. Севастьяненко  
(Новосибирск)

В работе [1] был предложен метод расчета теплообмена излучением в спектральных линиях с учетом реабсорбции в предположении наличия локального термического равновесия.

В настоящем сообщении приводятся результаты расчетов ряда примеров.

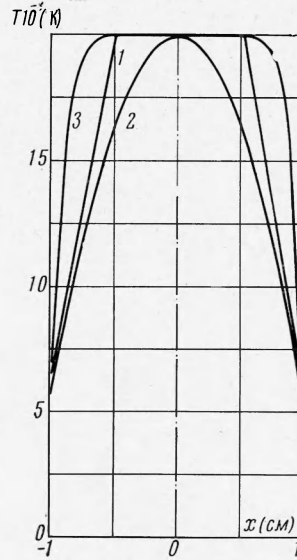
1. Метод усреднения коэффициента поглощения, развитый в [1], был проверен при расчетах для различных температурных профилей (профили 1, 2, 3, на фиг. 1) как менее наполненных 2, так и более наполненных 3, чем профиль 1, использованный в [1].

Результаты расчетов показаны на фиг. 2—5. Сплошные кривые — точное решение, пунктир — решение при помощи коэффициентов поглощения, усредненных [1] по формуле

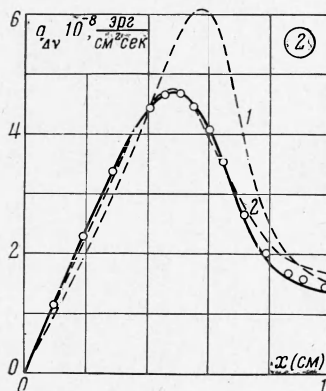
$$\langle k_j \rangle = \left[ \int_{\Delta\nu_j} k_\nu d\nu \right]^{1/2} \left[ \int_{\Delta\nu_j} \frac{d\nu}{k_\nu} \right]^{-1/2} \quad (1.1)$$

Цифры у кривых означают число интервалов, на которые разбит исследуемый участок спектра  $\Delta\nu$ . Видно, что для профиля 2, так же как и для профиля 1, разбиение интервала  $\Delta\nu$  на три участка (кружочки на фиг. 2, 3) дает результаты, практически совпадающие с точными. Для более наполненного профиля 3 такие же результаты получаются уже при усреднении коэффициента поглощения по двум интервалам (кружочки на фиг. 4, 5).

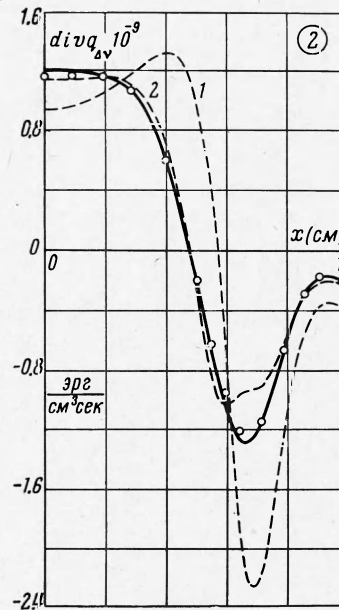
2. В [1] были высказаны соображения о способе учета системы спектральных линий с общим нижним уровнем (или группой близко расположенных уровней). Такую спектральную серию можно учитывать при помощи одного и того же набора средних коэффициентов поглощения для всех линий. Весь интервал значений коэффициентов поглощения в данной группе линий разбивается на участки, в каждом из которых коэффициент поглощения изменяется приблизительно в одинаковое число раз (фиг. 6). Количество участков выбирается, исходя из допустимой погрешности [1]. Крайние границы учитываемого интервала коэффициентов поглощения определяются из конкретных параметров задачи. Разбиение следует производить при той температуре, которая является важной для формирования характеристик лучистого теплообмена.



Фиг. 1



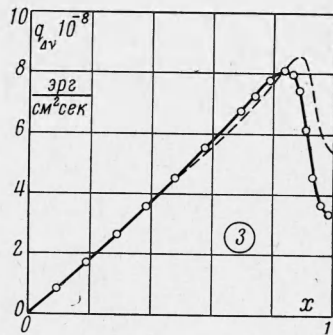
Фиг. 2



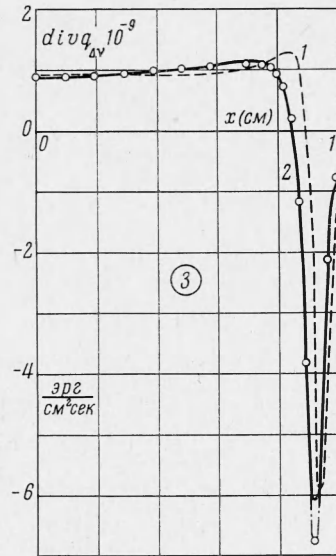
Фиг. 3

Произведенное разбиение коэффициентов поглощения определяет частотные интервалы, которые сохраняются и при других значениях температуры. В каждом из интервалов производится осреднение коэффициента поглощения, причем результирующие величины, полученные для наиболее сильной линии группы, используются для расчета теплообмена во всех линиях группы. Если все линии на данном участке изменения коэффициента поглощения имеют форму контура вида

$$k_\nu = \frac{A(T)}{(\nu - \nu_0)^m} \quad (2.1)$$



Фиг. 4

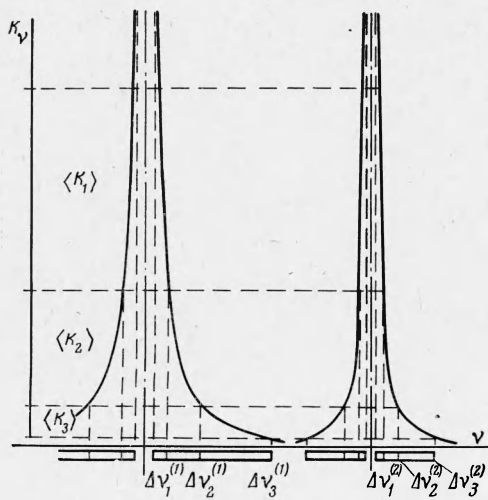


Фиг. 5

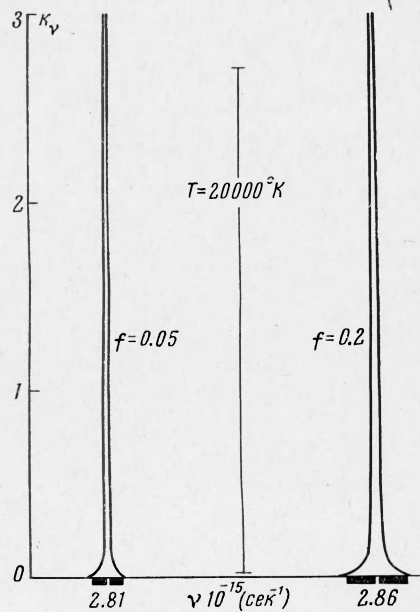
то можно показать, что осредненные по (1.1) величины  $\langle k \rangle$  будут зависеть в основном от граничных значений  $k_\nu$  и очень слабо — от величины  $m$ . В случае зависимости, более общей, чем (2.1), правило будет приближенным.

Таким образом, вся группа линий будет описываться единой системой осредненных коэффициентов поглощения  $\langle k_1 \rangle, \langle k_2 \rangle$  и т. д. При этом равновесная плотность лучистой энергии, соответствующая данному коэффициенту  $\langle k_j \rangle$ , запишется в виде (для симметричной линии)

$$2 (u_{\nu_1} \Delta \nu_j^{(1)} + u_{\nu_2} \Delta \nu_j^{(2)} + \dots) \quad (2.2)$$



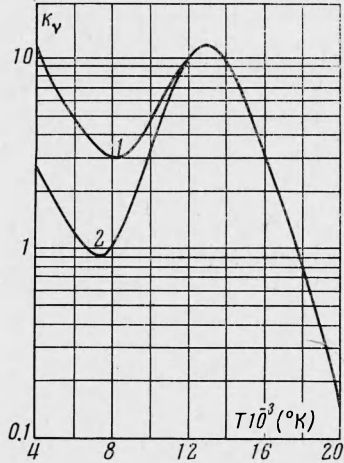
Фиг. 6



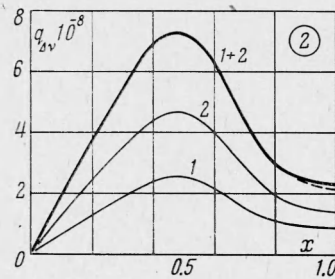
Фиг. 7

Здесь  $u_j^0$  — спектральная равновесная плотность лучистой энергии в центрах линий,  $\Delta\nu_j^{(i)}$  — интервал частот  $i$ -й линии, соответствующий  $j$ -му значению  $\langle k_j \rangle$ .

Для проверки изложенных соображений был рассчитан лучистый перенос в системе двух резонансных линий атома аргона. Кроме уже исследованной линии при  $\nu_0 = 2.86 \cdot 10^{12} \text{ сек}^{-1}$  с силой осциллятора 0.2, была взята вторая резонансная линия при  $\nu_0 = 2.81 \cdot 10^{12} \text{ сек}^{-1}$  с силой осциллятора 0.05. На фиг. 7 изображены обе линии при  $T = 20\ 000^\circ\text{K}$ . Черными прямоугольниками на оси абсцисс указаны области частот, в которых производился расчет, стрелкой показан интервал учтенных коэффициентов поглощения. Размерность величины  $K_\nu$  на фиг. 7 и 8:  $\text{см}^{-1}$ :



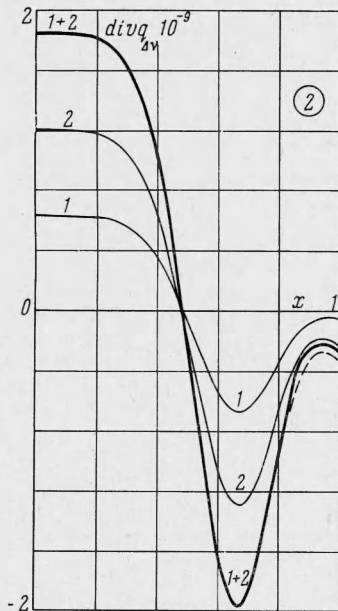
Фиг. 8.



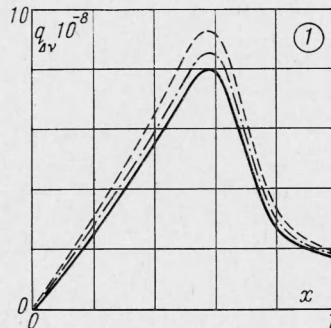
Фиг. 9

На фиг. 8 показано поведение коэффициентов поглощения указанных линий на соответствующих частотах в зависимости от температуры; кривая 1 соответствует  $\nu - \nu_{01} = 10^{12}$ , кривая 2 — значению  $\nu - \nu_{02} = 0.5 \cdot 10^{12} \text{ сек}^{-1}$ . Видно, что, начиная с  $12\ 000^\circ\text{K}$  и ниже, одинаковые вначале коэффициенты поглощения расходятся и при  $6000^\circ\text{K}$  различаются в четыре раза.

На фиг. 9 и 10 показаны величины  $q_{\Delta\nu}$  и  $\text{div} q_{\Delta\nu}$ , построенные по профилю 2 фиг. 1 для этих линий точно (кривые 1 и 2), их сумма (кривая 1 + 2), а также кривые переноса энергии в двух линиях при использовании коэффициента поглощения линии с  $f = 0.2$  (пунктир). Видно, что различие проявляется лишь в узкой области и практически незаметно. Для более наполненного профиля 3 расхождение еще меньше.



Фиг. 10



Фиг. 11

3. В [1] было проведено сравнение диффузионного приближения  $P_1$  с точным решением и указана возможная погрешность. Расчеты для других температурных профилей дали приблизительно те же цифры. С целью исследования более точного спо-

соба описания переноса было рассмотрено следующее после  $P_1$  [2-4], нечетное приближение метода сферических гармоник  $P_3$ . В плоском случае это приближение приводит к интегральным выражениям, аналогичным решению в приближении  $P_1$ . Результаты вычислений показали, что приближение  $P_3$  дает погрешность приблизительно вдвое меньшую, чем приближение  $P_1$ . На фиг. 11 воспроизведена вновь фиг. 3 работы [1]. Штрих-пунктир показывает решение в приближении  $P_3$ . (В настоящей работе был использован более точный состав плазмы при высоких температурах, чем в [1]. Расчеты на фиг. 11 выполнены со старым составом.) Размерности на фиг. 9—11 те же, что и на фиг. 2—5. Цифры в кружках на фигурах означают номер профиля на фиг. 1.

4. Предложенный метод, ввиду его численного характера, применим к любым формам контуров спектральных линий и при произвольном распределении температуры в газе.

Авторы благодарят Л. М. Ветлущую за помощь при проведении расчетов.

Поступила 16 VI 1966

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Онуфриев А. Т., Севастьяненко В. Г. Перенос лучистой энергии в спектральных линиях с учетом реабсорбции. ПМТФ, 1966, № 2, стр. 122—125.
2. Дэвисон Б. Теория переноса нейтронов. Атомизд., 1960.
3. Вейнберг А., Вигнер Е. Физическая теория ядерных реакторов. М., 1961.
4. Марчук Г. И. Методы расчета ядерных реакторов. М., 1961.

### К ТЕОРИИ СТАЦИОНАРНЫХ РЕЖИМОВ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО И СФЕРИЧЕСКОГО ДИОДОВ

*В. А. Сыровой (Москва)*

Построение теории цилиндрического и сферического диодов при эмиссии, ограниченной пространственным зарядом, начато в [1-3]. В последовавшем за ними цикле работ исследовались различные режимы, которые могут быть реализованы в этих устройствах. Решение получалось либо разложением в ряды, причем параметром разложения служила некоторая функция радиуса, либо численным интегрированием уравнений пучка, а для сферического диода оно было выражено через функции Эйри. В [4, 5] представлены рекуррентные соотношения для коэффициентов разложения при любом параметре, по которому оно производится, и для произвольной геометрии. Однако при подходе, имевшем место в перечисленных работах, определение времени пролета частицы вызывало известные трудности. Трудности эти снимаются при введении временного формализма, впервые предложенного в [6] и использованного в [7, 8] для рассмотрения цилиндрического и сферического диодов в режиме полного пространственного заряда. Ниже аналогичная задача решена при произвольных условиях эмиссии, причем для коэффициентов рядов выписаны рекуррентные соотношения. Тензорная запись уравнений пучка оставляет свободу в выборе параметра, по которому строится разложение для времени пролета.

§ 1. Радиальное движение зарядов с одним и тем же значением и знаком удельного заряда  $\eta$  в пространстве между коаксиальными цилиндрами или концентрическими сферами описывается системой уравнений, которая в тензорной форме имеет вид

$$v^1 \frac{dv^1}{dx} + \frac{1}{2} \frac{d \ln g_{11}}{dx} (v^1)^2 = g^{11} \frac{d\varphi}{dx}$$

$$\sqrt{g} \rho v^1 = J g_{22}(0) g_{33}(0), \quad \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{d}{dx} \left( \sqrt{g} g^{11} \frac{d\varphi}{dx} \right) = \rho \quad (1.1)$$

Здесь  $v^1$  — контравариантная компонента скорости,  $\varphi$  — скалярный потенциал,  $\rho$  — плотность пространственного заряда,  $J = \text{const}$  — плотность тока эмиссии. Под  $g$  понимается радиальная часть детерминанта метрического тензора  $g_{ik}$ ,  $x$  — некоторая функция радиуса, причем  $x = 0$  на эмиттере. Уравнения (1.1) записаны в безразмерных переменных  $r^\circ, v^\circ, \varphi^\circ, \rho^\circ$  ( $r^\circ, v^\circ$  — модули радиуса-вектора и вектора скорости)

$$r = ar^\circ, \quad v = Uv^\circ, \quad \varphi = -\frac{U^2}{\eta} \varphi^\circ, \quad \rho = \frac{U^2}{4\pi\eta a^2} \rho^\circ$$

причем символ безразмерной величины опущен;  $a$  и  $U$  — постоянные, имеющие размерность длины и скорости соответственно. В качестве  $a$  удобно выбрать радиус эмиттера. Введение временного формализма

$$\frac{d}{dx} = \frac{1}{v^1} \frac{d}{dt}$$