

3. Буряченко В. А., Липанов А. М. Уравнения механики газонасыщенных пористых сред // ПМТФ.— 1986.— № 4.
4. Буряченко В. А., Липанов А. М. Эффективные характеристики упругих физически нелинейных композитов // Прикл. механика.— 1990.— № 1.
5. Гузь А. Н. Основы трехмерной теории устойчивости деформируемых тел.— Киев: Вища школа, 1986.
6. Маслов Б. П. Макроскопические модули упругости третьего порядка // Прикл. механика.— 1979.— № 7.
7. Krieger I. W. Rheology of monodisperse latices // Adv. in Colloid and Interface Sci.— 1972.— V. 3.— N 2.

г. Москва

Поступила 22/VI 1988 г.,  
в окончательном варианте — 11/V 1989 г.

УДК 534.202.2

А. В. Еремин, И. М. Набоко

### РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛОТНОСТИ В ИМПУЛЬСНЫХ СТРУЯХ ГАЗА, ИСТЕКАЮЩИХ В РАЗРЕЖЕННОЕ ПРОСТРАНСТВО

Излагаются результаты измерения плотности в импульсных струях большой нерасчетности. Обсуждаются приемы получения информации о локальных значениях плотности на основе измерений интегрального ослабления зондирующего электронного луча в специфических условиях нестационарного струйного течения. При оценке последствий импульсных направленных выбросов, рассматривают, как правило, весьма упрощенные схемы течения. Предполагается, что поле течения можно оценить либо по соотношениям и результатам расчетов для стационарных струй, либо на основе модельных представлений течения от пространственно-симметричного мгновенно включенного стационарного источника. Оба подхода приближенные и по мере повышения требований к достоверности информации о характере распределения параметров потока в пространстве от времени нуждаются в уточнении.

В [1—3] даны результаты экспериментального изучения импульсных газовых струй, формирующихся при исходной нерасчетности  $(P_0/P_\infty) \cdot 10^8$ , давлении в фоновом пространстве  $P_\infty \sim 10^{-5}$  мм рт. ст. На основе измерения интегрального поглощения электронного пучка построены поля плотности струй азота и аргона в процессе развития течения. Получены данные о движении фронта струи и особенностях заполнения фонового пространства газом формирующейся струи.

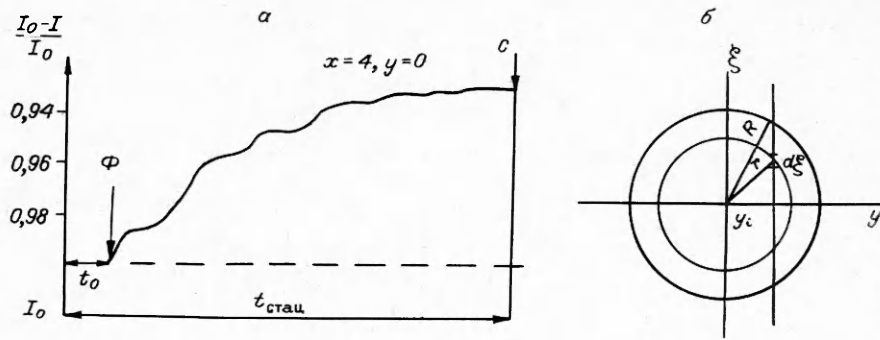
Измерение интегрального ослабления электронного пучка обеспечивает возможность получения информации на пределе чувствительности диагностической аппаратуры в условиях, когда использование других способов локальной диагностики разреженных потоков становится проблематичным. В то же время определение локального значения плотности на основе данных по интегральному поглощению, сводящегося при априори известной геометрии течения (ввиду его симметрии) к решению уравнения Абеля [4—6], — задача трудоемкая.

Анализ характера первичных экспериментальных данных и результатов выполненных ранее расчетов показал возможность аналитического описания распределения плотности в рассматриваемых импульсных струях на основе данных эксперимента.

На рис. 1, а приведены типичные осциллограммы поглощения электронного пучка ( $x$ -координата вдоль оси струи от среза сопла,  $y$ -координата в перпендикулярном оси направлении,  $\Phi$  — начало поглощения,  $c$  — выход на квазистационарный уровень). В опытах регистрировалась лишь переменная составляющая тока пучка, что позволило значительно повысить точность измерений. На рис. 1, б показана схема зондирования.

Так как в экспериментах для определения плотности проводится похордовое зондирование осесимметричного течения, связь между значением плотности в точке с координатой  $(y, \xi)$  в декартовой системе координат (или с координатой  $r$  — в полярной, см. рис. 1, б) и значением поглощения вдоль хорды  $y_i$  выражается как

$$(1) \quad F(y) = 2 \int_0^{\sqrt{R^2 - y^2}} \rho(\sqrt{y^2 + \xi^2}) d\xi.$$



Р и с. 1

Соотношение (1) заменой переменных  $r^2 - y^2 = \xi^2$  сводится к уравнению Абеля

$$(2) \quad F(y) = 2 \int_y^R \frac{\rho(r) r dr}{\sqrt{r^2 - y^2}}$$

( $R$  — радиус границы струи).  
Функция

$$(3) \quad \rho(r) = \frac{1}{\pi} \left\{ \frac{F(R)}{\sqrt{R^2 - r^2}} - \int_r^R \frac{dF}{\sqrt{y^2 - r^2}} dy \right\}$$

— решение уравнения (2) [7]. Характер расположения измеренных значений поглощения дает основание аппроксимировать их двухпараметрической функцией вида  $F(y) = ae^{-by^2}$  для  $y > R$ . В соответствии с физическим смыслом задачи для  $y \geq R$   $F(y) = 0$ , если  $R$  выбрано таким образом, что поглощение зондирующего пучка для  $y \geq R$  равно поглощению в фоновом газе, т. е. измеряемый сигнал равен нулю. Подстановка

$$F(y) = \begin{cases} ae^{-by^2}, & y < R \\ 0, & y \geq R \end{cases} \text{ в (3) дает}$$

$$(4) \quad \rho(r) = \frac{a\sqrt{b}}{\pi} \Phi(\sqrt{2b(R^2 - r^2)}) e^{-br^2},$$

где  $\Phi$  — интеграл вероятностей:  $\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-t^2/2} dt$  ( $\Phi(x) > 0,95$ , если  $x > 2$ ). В нашем случае

$$(5) \quad \Phi(\sqrt{2b(R^2 - r^2)}) \cong 1, \quad b = (R^2 - r^2) > 2.$$

Введем в рассмотрение предел чувствительности измерительной аппаратуры  $\Delta = ae^{-br_{\max}^2}$  и определим через него

$$(6) \quad r_{\max}^2 = \frac{1}{b} \ln \frac{a}{\Delta}.$$

При выполнении условия  $R^2 > \frac{1}{b} \ln \frac{a}{\Delta} + \frac{2}{b}$ , которое следует из (5) и (6), на основании (4) получаем

$$(7) \quad \rho(r) = \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{\pi}} e^{-br^2}.$$

Если в качестве сглаживающей функции взять  $F(y) = ae^{-by^2}$ ,  $0 \leq y < \infty$ , т. е. не рассматривать требование  $F(y) = 0$  для  $y \geq R$ , то решение вида (7) для уравнения (3) получается строго, в чем можно убедиться непо-

средственной подстановкой (7) в (3). Даваемые такой аппроксимацией отличные от нуля значения плотности при любом аргументе оправданы с учетом специфики анализируемых экспериментальных результатов.

Реальная плотность при  $y > R$  фактически не равна нулю, помимо фонового газа за формально установленной границей струи всегда присутствует истекающий газ за счет сепарации молекул в процессе истечения [8] и «размывания» границы струи.

Рассмотренные виды аппроксимаций имеют «изъяны», различные по математической природе, но дают совпадающие виды решений, поэтому допустима любая из рассмотренных аппроксимаций. Выполнение условий (5) будет проверено после определения параметра  $b$ . Для определения  $a$  и  $b$  используем метод наименьших квадратов (МНК), согласно которому эти параметры на основе набора значений поглощения ( $F_1 \dots F_n$ ) можно найти в результате решения системы

$$(8) \quad \frac{\partial S}{\partial a} = 0, \quad \frac{\partial S}{\partial b} = 0 \quad \left( S = \sum_{i=1}^n (ae^{-by_i^2} - F_i)^2 \right).$$

Из исходных уравнений после подстановки и сведения системы к одному уравнению для одного неизвестного запишем

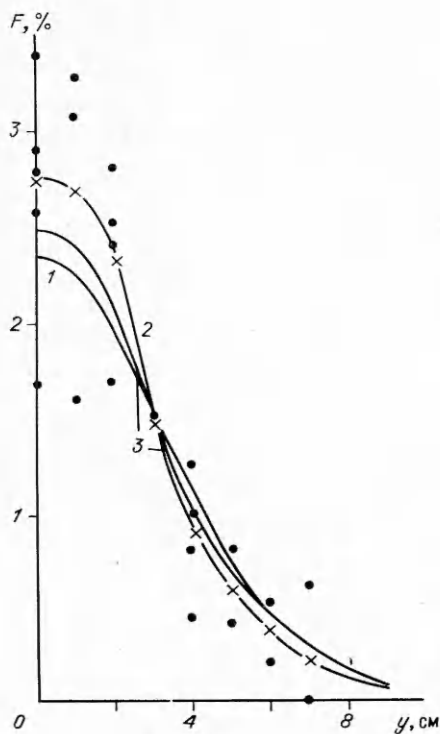
$$(9) \quad \sum_{i=1}^n y_i^2 e^{-2by_i^2} \sum_{i=1}^n F_i e^{-by_i^2} = \sum_{i=1}^n e^{-2by_i^2} \sum_{i=1}^n F_i y_i^2 e^{-by_i^2},$$

где  $a = \left( \sum_{i=1}^n F_i e^{-by_i^2} \right) / \left( \sum_{i=1}^n e^{-2by_i^2} \right)$ . Из (9) видно, что разные измерения  $F_i$  имеют различный вес, с ростом аргумента  $y_i$  вес уменьшается, так что при достаточно больших значениях аргумента измерения не влияют на результат и поэтому бесполезны.

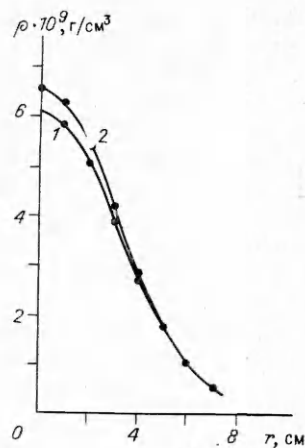
Теория МНК как по практическим соображениям простоты решения, так и по некоторым принципиальным соображениям рекомендует подходами преобразованиями приводить систему уравнений к линейному виду [5]. Линеаризовав систему (8) логарифмированием и выполнив необходимые преобразования, находим коэффициенты  $a$  и  $b$ . По (7) (с учетом физических характеристик исследуемого газа) получаем значения плотности в зависимости от радиальной координаты.

Для всех реализованных в эксперименте режимов значения  $b$  лежат в диапазоне  $0,05 \leq b \leq 0,2$ , а отношение  $a/\Delta$  — в диапазоне  $30 \leq a/\Delta \leq 100$ , в соответствии с чем  $R = 7,75$  см. В экспериментах поглощение регистрировалось устойчиво при  $r_{\max} \leq 7,5$ , для больших значений оно равнялось нулю. Следовательно, можно обоснованно пользоваться аппроксимацией вида  $F(y) = ae^{-by^2}$  во всем диапазоне  $0 \leq y < \infty$ . Эта аппроксимация согласуется с возможностями метода измерений, и ее точность не хуже точности измерений, определяемой чувствительностью аппаратуры. Очевидно, развитие методов электронно-пучковой диагностики в условиях импульсных струйных течений будет эффективнее, если использовать многолучевое и многолучевое зондирование, в таком случае возможность применения аналитической аппроксимации существенно облегчает обработку экспериментальных данных и позволяет автоматизировать ее.

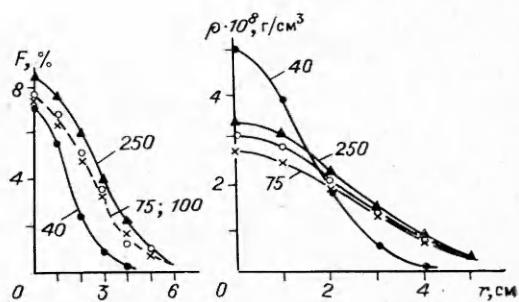
Ниже приводятся конкретные примеры обработки экспериментов и сопоставление их с результатами численных расчетов с использованием графической аппроксимации поглощения. На рис. 2 представлены данные о поглощении пучка, полученные в одном из сечений струи Ag на заведомо нестационарной стадии течения. Измерения выполнены по семи хордам, общее число точек 24. Для рассмотрения выбрано сечение, в котором из-за достаточной удаленности от среза и сравнительно малого времени от начала истечения отчетливо проявляются нерегулярности в измеряемых величинах. Кривая 1 — аппроксимация непосредственно экспери-



Р и с. 2



Р и с. 3



Р и с. 4

ментальных значений, кривая 2 проведена через среднеарифметические экспериментальные значения, 3 — аппроксимационная кривая, построенная по среднеарифметическим значениям. Несовпадение кривых 1 и 3 отражает влияние разного веса точек в приосевой и периферийной областях течения. На рис. 2 видно, что аппроксимационные соотношения вносят коррекцию в среднеарифметические значения, определенные для каждого  $y_i$  по-разному. Значения в максимуме занижены, а за точкой перегиба завышены по сравнению со среднеарифметическими. Максимальное различие в плотностях составляет при этом 7 % (рис. 3). Сопоставление результатов, полученных с использованием аналитического и геометрического способов аппроксимации опытных данных, показывает, что во втором случае плотность более резко падает на периферии. Это происходит потому, что метод расчета предполагает введение границы, на которой сигнал поглощения равен нулю: за пределами  $r \geq R$  истекающего газа нет. Фактически же имеет место размывание границы струи, и не только по причине диффузии и взаимного проникновения газов струи и фоновое пространство, а и, как указывалось выше, за счет сепарации молекул истекающего газа в прифронтной зоне. Асимптотическое спадение поглощения по закону  $F = ae^{-br^2}$  в большей мере соответствует физической картине процесса.

Еще один эксперимент с построением аналитической сглаживающей функции и нахождением соответствующего распределения плотности иллюстрируется рис. 4. Здесь сопоставлены данные для струи азота в сечении  $x = 2$  см, измерения выполнены через 40, 75, 100 и более 250 мкс от начала истечения. По сглаженным аппроксимационным функциям значений поглощения построены кривые распределения плотности. С переходом от 75 к 100 и 250 мкс плотность в приосевой области плавно нарастает. На периферии струи ( $r > 5$ ) поглощение мало, для всех моментов времени близко к пределу чувствительности и плотность (для  $r > 5$ )

меняется мало. Для 40 мкс плотность на оси в 1,5 раза больше, чем в последующие моменты времени, она более резко падает на периферии. Можно предположить, что демонстрируемый характер изменения плотности связан с формированием вихревых структур, аналогичных наблюдаемым на начальной стадии развития импульсных струй, истекающих в пространство с более высоким противодавлением [2].

Сравнение абсолютных и относительных значений плотности, найденных в экспериментах для квазистационарных режимов течения разных газов, обнаруживает тенденцию, проявляющуюся в модельных расчетах струй, истекающих в вакуум: струя аргона уже и более «дальнобойна», чем струя азота.

Сопоставляя методы подхода к обработке экспериментальных данных, использованные ранее [1—3] и изложенные в настоящей работе, целесообразно отметить, что эволюция поля плотности, полученная при анализе результатов измерения интегрального ослабления пучка, в обоих случаях качественно совпадает. Количественные расхождения имеют наибольшее значение там, где максимален разброс измерений, что представляется естественным. Достоверность значений плотности, найденных из обработки экспериментов по интегральному поглощению, априори нельзя предсказать независимо от способа извлечения этой информации. Выполняя регуляризацию измерений геометрически, получаем информацию непосредственно, избегаем математически сложное звено — подбор функции, с максимальным правдоподобием передающей фактическую зависимость поглощения от координаты. Но наличие закономерных нерегулярностей и случайный разброс измерений неизбежно вносят искажения в реконструируемую функцию плотности  $\rho(r)$ , и так как  $\rho(r)$  неизвестна, то не только масштаб, но и характер искажений непредсказуемы. Численное решение уравнения Абеля не спасает положения, хотя и использует непосредственные, практически прямые, результаты измерений.

Аналитическая аппроксимация представляется предпочтительнее из-за меньшей трудоемкости и возможности автоматизированной обработки измерений непосредственно в процессе эксперимента. Аналитически описанные результаты более удобны при их анализе и дальнейшем научном и прикладном использовании.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Еремин А. В., Кочнев В. А., Набоко И. М. Исследование формирования струй газа при истечении в разреженное пространство // ПМТФ.— 1975.— № 2.
2. Naboko I. M., Golub V. V., Eremin A. V. et al. Wave structure and density distribution in a nonstationary gas jets // Arch. Mech.— 1977.— V. 29, N 1.
3. Еремин А. В., Кочнев В. А., Куликовский А. А., Набоко И. М. Нестационарные процессы при запуске сильно недорасширенных струй // ПМТФ.— 1978.— № 1.
4. Щиголов Б. М. Математическая обработка наблюдений.— М.: Физматгиз, 1962.
5. Кузнецов Э. И., Щеглов Д. А. Методы диагностики высокотемпературной плазмы.— М.: 1974.
6. Пикалов В. В., Преображенский Н. Г. О некоторых проблемах диагностики низкотемпературной плазмы, решаемых с помощью ЭВМ // Свойства низкотемпературной плазмы и методы ее диагностики.— Новосибирск: Наука, 1977.
7. Скотников М. М. Теневые количественные методы в газовой динамике.— М.: Наука, 1976.
8. Плешанов А. С. Температурное разделение при свободно-молекулярном расширении в вакуум // ДАН.— 1962.— Т. 146, № 4.

г. Москва

Поступила 16/1 1987 г.,  
в окончательном варианте — 17/V 1989 г.