

Следовательно, условный минимум $G \geq 0$ и одномерная основная мода в кубичной среде устойчива. В трехмерном случае основную моду можно представить в виде

$$A_0 = \sqrt{\gamma} \psi_0(\sqrt{\gamma} r), \quad I = 4\pi \int_0^\infty A_0^2 r^2 dr = \frac{4\pi}{\sqrt{\gamma}} \int_0^\infty \psi_0^2(\rho) \rho^2 d\rho$$

Так как

$$\frac{dI}{d\gamma} = -\frac{2\pi}{\gamma^{3/2}} \int_0^\infty \psi_0^2(\rho) \rho^2 d\rho < 0$$

то основная мода со сферической симметрией в кубичной безынерционной среде неустойчива. Вычисления, проведенные на ЭВМ, показали, что в случае сферической симметрии система (3) при $\Omega = 5.9 \gamma$ имеет решение, удовлетворяющее граничным условиям

$$\left. \frac{du}{dr} \right|_{r=0} = \left. \frac{dv}{dr} \right|_{r=0} = 0, \quad u(\infty) = v(\infty) = 0$$

Автор благодарен Г. В. Скродскому за полезное обсуждение и В. Я. Ершову и Е. Д. Пуховой за помощь в проведении вычислений на ЭВМ.

Поступила 3 X 1972

ЛИТЕРАТУРА

1. Беспалов В. И., Таланов В. И. О нитевидной структуре пучков света в нелинейных жидкостях. Письма ЖЭТФ, 1966, т. 3, вып. 12.
2. Вгучекнер К. А., Жорна С. Linearized theory of laser-induced instabilities in liquids and gases. Phys. Rev., 1967, vol. 164, No. 1.
3. Захаров В. Е., О неустойчивости самофокусировки света. ЖЭТФ, 1967, т. 53, вып. 5.
4. Карпман В. И., Крушкаль Е. М. О модулированных волнах в нелинейных диспергирующих средах. ЖЭТФ, 1968, т. 55, вып. 2.
5. Янкаускас З. К. Радиальные распределения поля в самософокусировавшемся пучке света. Изв. вузов. Радиофизика, 1966, т. 9, вып. 2.
6. Вощенекс К. On some properties of eigenvalues and eigenfunctions of certain differential equations of the fourth order. Ann. Pol. Math., 1971, vol 24, No. 2.

УДК 536.46 + 662.314

УСТОЙЧИВОСТЬ КОНИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ ГОРЕНИЯ ПРИ СЖИГАНИИ ТВЕРДОГО ТОПЛИВА В ПОЛУЗАМКНУТОМ ОБЪЕМЕ

Л. Е. Гусаченко

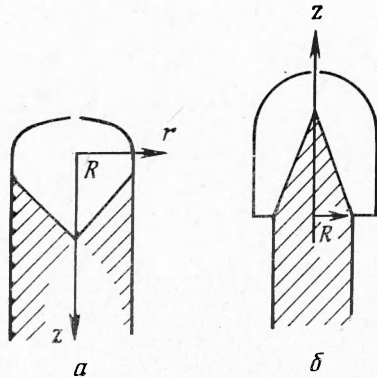
(Томск)

Для установок с конической поверхностью горения излагается метод получения прогноза устойчивости с использованием частотных характеристик системы подачи топлива или конструкции центрального стержня. Эти характеристики предлагается находить экспериментально без сжигания топлива.

Известны схемы, в которых регулирование газоприхода от твердого топлива достигается изменением его поверхности [1-4]. Для этого в топливо помещается тонкий (по сравнению с радиусом R камеры) стержень, конструкция которого обеспечивает распространение пламени вдоль него со скоростью v_1 , превышающей нормальную скорость горения v . При этом поверхность топлива становится конической с вершиной в конце

центрального стержня (фигура *a*). Если применяется система стержней, под R имеется в виду половина расстояния между соседними стержнями. Коническую поверхность можно получить также при сжигании пастообразного топлива, выдавливаемого со скоростью v_1 из каналов радиусом R со смазанными стенками ([4], см. фигура, *b*).

В [5], по-видимому, впервые была рассмотрена возможность автоколебаний, связанных с искажением конической формы поверхности твердого топлива при его горении в полузамкнутом объеме. Период t_0 таких колебаний имеет порядок R/v . Поскольку применяются устройства с величиной R от нескольких миллиметров до нескольких сантиметров и $v \sim 1$ см/сек, то $t_0 \sim 10^{-1} - 1$ сек. Это, как правило, много больше характерного времени t_1 сгорания прогретого слоя ($10^{-3} - 10^{-2}$ сек) и времени t_2 истечения их камеры ($\sim 10^{-2}$ сек). В таком же соотношении находятся средний радиус кривизны поверхности при колебаниях ($\sim R$) и толщина прогретого слоя $\Delta x \sim 0.01$ см. Следовательно, можно применять зависимость нормальной скорости горения от давления $v(p)$, полученную в стационарных условиях при горении плоской поверхности.



Однако характерное время (срабатывания, запаздывания) конструкции центрального стержня (в схеме фигуры, *a*) или системы подачи топлива (в схеме фигуры, *b*) может оказаться сравнимым с временем t_0 перестройки поверхности, и величина v_1 будет «нестационарной». Такая возможность в [5] не учитывалась.

Движение горячей поверхности соответственно для схем *a* и *b* фигуры описывается уравнениями

$$\begin{aligned} \partial z / \partial t &= v [1 + (\partial z / \partial r)^2]^{1/2} \\ \partial z / \partial t &= v_1 - v [1 + (\partial z / \partial r)^2]^{1/2} \end{aligned} \quad (1)$$

Системы координат изображены на фигуре. Граничные условия для (1)

$$r = 0, \quad \partial z / \partial t = v_1; \quad r = R, \quad \partial z / \partial r = 0 \quad (2)$$

Стационарное решение имеет вид

$$\begin{aligned} z &= \text{const} + v_1 t - r [(v_1 / v)^2 - 1]^{1/2} \\ z &= \text{const} - r [(v_1 / v)^2 - 1]^{1/2} \end{aligned} \quad (3)$$

Для определения давления и формы поверхности в нестационарном случае следует использовать равенство прихода G_+ и расхода G_- газа

$$G_+ = G_- \quad (4)$$

и выражение для прихода

$$G_+ \sim \int_0^R (\partial z / \partial t) r dr, \quad G_- \sim \int_0^R (v_1 - \partial z / \partial t) r dr \quad (5)$$

Расход считается известной функцией давления. Из (1)–(5) для собственных частот малых возмущений (типа $\exp \omega t$), используя линеаризацию, получим

$$n^2 [1 - (1 + n) \exp(-n)]^{-1} = \beta \quad (6)$$

$$n^2 [n - 1 + \exp(-n)]^{-1} = \beta$$

Здесь

$$n = \omega t_0, \quad t_0 = [1 - (v/v_1)^2]^{-1/2} R/v, \quad \beta = 2 \frac{d \ln v_1 - d \ln v}{d \ln G_- - d \ln v} \quad (7)$$

Устойчивость относительно колебаний формы поверхности обеспечена, если для всех корней (6) выполняется

$$\text{Re } n < 0 \quad (8)$$

При $\beta = \beta(p)$ численное решение (6), (8) дает условие устойчивости

$$-3.603 < \beta < 2, \quad \beta < 2 \quad (9)$$

В общем случае ввиду отмеченной выше «нестационарности» v_1 величина β является функцией комплексной безразмерной частоты n . Пусть система подачи или центральный стержень подвергались воздействию колебаний давления с амплитудой $|\Delta p|$ и переменной частотой ε , причем для v_1 записывались в зависимости от ε амплитуда $|\Delta v_1|$ и сдвиг φ по фазе

$$\Delta v_1 = |\Delta v_1| (\Delta p / |\Delta p|) \exp(i\varphi) \quad (10)$$

В дальнейшем вместо ε удобно использовать величину $m = \varepsilon t_0$, так что $\omega = i\varepsilon$, $n = im$. Тогда из определения β (7) с учетом (10) следует:

$$v = |\Delta \ln v_1 / \Delta \ln p| [\cos \varphi - (\operatorname{Re} \beta / \operatorname{Im} \beta) \sin \varphi] \quad (11)$$

$$v_- = |\Delta \ln v_1 / \Delta \ln p| [\cos \varphi - (\sin \varphi) (\operatorname{Re} \beta - 1) / \operatorname{Im} \beta]$$

$(v = d \ln v / d \ln p, \quad v_- = d \ln G_- / d \ln p)$

Полагая на границе колебательной неустойчивости $n = im$ и приравнивая отдельно вещественные и мнимые части, получим из (6)

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} \beta &= m^2 a (a^2 + b^2)^{-1}, \quad \operatorname{Im} \beta = m^2 b (a^2 + b^2)^{-1} \\ a &= m \sin m + \cos m - 1, \quad b = \sin m - m \cos m \\ \operatorname{Re} \beta &= m^2 c (c^2 + d^2)^{-1}, \quad \operatorname{Im} \beta = m^2 d (c^2 + d^2)^{-1} \\ c &= 1 - \cos m, \quad d = m - \sin m \end{aligned} \quad (12)$$

Таким образом, правые части (11) есть известные функции от m , что позволяет построить границу устойчивости в виде параметрической (с параметром m) зависимости v (v_-). Практически всегда $v_- = 1$, но построение v (v_-) представляется наиболее надежным способом получения значений v (1) на границе устойчивости.

Поступила 24 X 1972

ЛИТЕРАТУРА

1. Caveny L. H., Glick R. L., Influence of embedded metal fibers on solid-propellant burning rate. J. Space. and Rockets, 1967, vol. 4, No. 1.
2. Silver B. Gas generating device. Atlantic Research. Corp. Англ. пат., кл. F3A (F 07 f) No. 1034682.
3. Гусаченко Л. К. Возможность колебаний очень низкой частоты в полузамкнутом объеме. Автореф. докл. 3-го Всес. симпозиума по горению и взрыву. Л., 1971, Черноголовка, 1971.
4. Siegmund G., Schaberger J. Verfahren zum Betreiben eines Strahlantriebes, insbesondere für Raketen. Josef Schaberger and Co. Gmb H. Пат. ФРГ, кл. 46 д, 1/05, (F 02K), № 977738.

УДК 620.191.33

О РОСТЕ УСТАЛОСТНЫХ ТРЕЩИН ПРИ НИЗКОМ УРОВНЕ НАПРЯЖЕНИЙ

Х. Халманов, Г. П. Черепанов

(Москва)

Недавние эксперименты Барзома, Имхофа и Ролфе (см. обзор [1]) показали, что в высокопрочных никелевых сталях рост усталостных трещин в области низких напряжений значительно отличается от предсказываемого теорией [2]. В связи с этим в работе [2] было высказано мнение о возможном влиянии атмосферной влаги на рост усталостных трещин в этих материалах. В данной работе произведен учет этого эффекта в рамках старой теории, что позволило вполне удовлетворительно описать и объяснить упомянутые выше опытные данные.