

5. Hartunian R. A., Spenser D. Y. Visualization technique for massive blowing studies.— AIAA J., 1966, vol. 4, N 7.
6. Hartunian R. A., Spenser D. Y. Experimental results for massive blowing studies.— AIAA J., 1967, vol. 5, N 8.
7. Bott Jerry F. Massive blowing experiments.— AIAA J., 1968, vol. 6, N 4.
8. Харченко В. Н. Экспериментальное исследование обтекания острых и затупленных конусов гиперзвуковым потоком гелия при наличии сильного вдува.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1972, № 6.
9. Masson B. S., Taylor T. D. A numerical solution of supersonic flow past blunt bodies with large mass injection.— Fluid Dynamics Trans., 1971, vol. 5, pt 1.
10. Taylor T. D., Masson B. S. Supersonic flow past blunt bodies with large surface injection. JAF Paper, 1968, Re. 42.
11. Гершбейн Э. А. Теория гиперзвукового вязкого ударного слоя при больших числах Рейнольдса и при сильном вдуве инородных газов.— ПММ, 1974, т. 38, № 6.
12. Сафаров Р. А. О равномерно точных уравнениях вязкой жидкости в случае сильного вдува при больших числах Рейнольдса.— Численные методы механики сплошной среды, 1977, т. 8, № 6.
13. Стулов В. П. Сильный вдув на поверхности затупленного тела в сверхзвуковом потоке.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1972, № 2.
14. Гишинский М. М., Лебедев М. Г. К расчету сильного вдува на затупленном теле и профиле.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1977, № 1.
15. Давыдов Ю. М. Численное исследование течений со струями, направленными навстречу потоку.— Труды ВВИА им. Н. Е. Жуковского, 1971, вып. 1301.
16. Белоцерковский О. М., Давыдов Ю. М. Численное моделирование сложных задач аэродинамики методом «крупных частиц». Ч. III. Результаты численных исследований.— Учен. зап. ЦАГИ, 1977, т. 8, № 5.
17. Захарченко В. Ф. Параметры внешнего невязкого обтекания тел вращения.— Изв. высш. учеб. заведений. Машиностроение, 1978, № 9.
18. Коваль М. А. Сильный вдув газа во встречный сверхзвуковой поток с поверхности торца.— Аэродинамика больших скоростей, 1979, вып. 5.
19. Антонов В. А. Обтекание тела сверхзвуковым потоком идеального газа при наличии вдува.— В кн.: Научно-практ. конф. «Молодые ученые и специалисты Кемеровской области — народному хозяйству». Тезисы докл. Кемерово, 1977.
20. Коваль М. А., Стулов В. П., Швец А. И. Экспериментальное исследование сверхзвукового обтекания затупленных тел с сильным распределенным вдувом.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1978, № 3.
21. Годунов С. К., Забродин А. В., Прокопов Г. П. Разностная схема для двумерных нестационарных задач газовой динамики и расчет обтекания с отошедшей ударной волной.— ЖВММФ, 1961, т. 1, № 6.
22. Годунов С. К., Забарин А. В., Иванов М. Я., Крайко А. И., Прокопов Г. П. Численное решение многомерных задач газовой динамики. М.: Наука, 1976.
23. Гершбейн Э. А., Суходольская Э. Я., Суходольский С. Л., Тирский Г. А. Радиационный нагрев осесимметричных затупленных тел с интенсивно испаряющейся поверхностью при входе в атмосферу Юпитера.— В кн.: Аэродинамика гиперзвуковых течений при наличии вдува. М.: изд. Моск. ун-та, 1979.
24. Боровский Е. Э. Расчет геометрии ударной волны перед затупленным носком в условиях интенсивного массообмена.— Труды МВТУ. Вопросы прикладной аэродинамики, 1978, № 1.
25. Гишинский М. М. Нестационарные режимы обтекания затупленного тела, связанные с сильным вдувом газа через поверхность.— Науч. труды Ин-та механики МГУ, 1976, № 44.
26. Чушкин П. И., Шулишина Н. П. Таблицы сверхзвукового обтекания около затупленных конусов. М.: изд. ВЦ АН СССР, 1961.

УДК 533.6

## ВЛИЯНИЕ ЭКРАНА НА АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ КОЛЕБЛЮЩЕГОСЯ ПРОФИЛЯ

В. А. Алгазин

(Омск)

Различие аэродинамических характеристик крыла в безграничной жидкости и в непосредственной близости от экрана представляет в настоящее время большой практический интерес. Он связан как с проектированием транспортных средств, использующих крылья в качестве несущих элементов, так и с созданием новых типов двигателей с машущим крылом [1]. Расчету нестационарных аэродинамических характеристик крыльев, движущихся вблизи твердой прямолинейной границы,

посвящены, например, работы [2—4]. Достаточно подробный обзор работ по этому вопросу имеется в [5, 6]. Общим для всех методов [2—6] является то, что они выполнены в рамках линейной теории тонкого слабоизогнутого крыла. Имеются лишь отдельные результаты, относящиеся к решению задачи в нелинейной постановке (см., например, [5, 6]), однако относятся они либо к случаю движения на предельно малых высотах, либо к стационарному движению профиля.

В данной работе рассмотрена задача о машущем движении тонкого профиля в идеальной несжимаемой жидкости вблизи твердого прямолинейного экрана в нелинейной постановке, когда форма вихревой пелены за профилем не задается заранее, а определяется в процессе решения задачи. Решение этой задачи получено методом дискретных вихрей [7].

1. Рассмотрим движение тонкого профиля в идеальной несжимаемой жидкости над твердой плоской границей. Введем декартову систему безразмерных (отнесенных к длине хорды) координат  $O_1x_1y_1$ , в бесконечно удаленной точке которой жидкость покоится. Пусть в момент времени  $\tau = 0$  профиль начинает движение из состояния покоя с некоторой заданной скоростью  $\mathbf{V}(x_1, y_1, t)$ , где  $t = V_0\tau/b$ , а  $V_0$  — некоторая характерная скорость (например,  $V_0 = |\mathbf{V}(\tau_*)|$ ,  $\tau_* > 0$ ). Пренебрегая влиянием толщины профиля, заменим его бесконечно тонкой пластинкой  $S_0(t)$ . Вихревой след за пластинкой обозначим через  $S_1(t)$ . Предположим, что движение жидкости вне контура  $S = S_0 \cup S_1$  потенциально.

Контур  $S(t)$  будем моделировать вихревым слоем с интенсивностью  $\gamma = v_{\sigma-} - v_{\sigma+}$ , а скачок давления в точке  $M \in S(t)$  будем определять при помощи интеграла Коши — Лагранжа

$$(1.1) \quad \frac{p_- - p_+}{\rho V_0^2} = - \frac{\partial}{\partial t} \int_0^s \gamma(\sigma, t) d\sigma - \gamma(s, t)(v_{0\sigma} - v_{e\sigma}),$$

где индексами плюс и минус обозначены предельные значения функций при подходе к контуру  $S(t)$  сверху и снизу соответственно; индексом  $\sigma$  — проекции векторов на орт касательной к  $S(t)$ , направленный в сторону возрастания параметра  $s$ ;  $s$  — дуговая абсцисса точки  $M \in S(t)$ , отсчитываемая от передней кромки пластины;  $\rho$  — плотность жидкости;  $\mathbf{v}_0 = (\mathbf{v}_+ + \mathbf{v}_-)/2$ ;  $\mathbf{v}_e$  — переносная скорость точки  $M$ .

Наряду с неподвижной системой координат  $O_1x_1y_1$  для решения задачи введем подвижную систему декартовых координат  $Oxy$ , связанную с профилем. Ось  $Ox$  направим вдоль хорды от передней кромки назад. Предположим, что в каждый момент времени  $t$  контур  $S(t)$  гладкий в смысле Лягунова, а функция  $\gamma(s, t)$  на нем принадлежит классу  $H^*$  [8] в окрестности передней кромки контура. Это позволяет определить скорость в любой точке жидкости и точке  $M \in S(t)$  с помощью известной формулы Био — Саварра. Полученное поле скоростей потенциально вне  $S(t)$ , и возмущенные скорости загужают на бесконечности всюду вне  $S_1(t)$ . Удовлетворяя остальным условиям задачи обтекания тонкого профиля вблизи прямолинейного твердого экрана (см., например, [6]), для интенсивностей  $\gamma_0, \gamma_1$  вихревых слоев на контурах  $S_0(t), S_1(t)$  и координат точек вихревого следа получим систему уравнений:

$$(1.2) \quad \int_0^1 \gamma_0(\xi, t) \left\{ \frac{1}{x - \xi} + G_0(x, \xi, h) \right\} d\xi = 2\pi V_y(x, t) - \\ - \int_{S_1(t)} \gamma_1(\sigma, t) \left\{ \frac{x - \xi(\sigma, t)}{(x - \xi)^2 + \eta^2} + G_1(x, \xi, \eta, h) \right\} d\sigma$$

для  $x \in (0, 1)$ ;

$$(1.3) \quad \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t} = \mathbf{v}_0(\mathbf{r}, t), \quad \mathbf{r}(\gamma, t_\gamma) = \mathbf{r}_0(\gamma);$$

$$(1.4) \quad \int_{s_1(t)}^{s_2(t)} \gamma(\sigma, t) d\sigma = \Phi(s_1, s_2, t);$$

$$(1.5) \quad \frac{d}{dt} \int_0^1 \gamma_0(x, t) dx = -w_x(1, t) \gamma_1(1, t), \quad w = v_0 - V$$

для  $M \in S_1(t)$ . Здесь  $\mathbf{r} = \mathbf{r}(\gamma, t)$  — радиус-вектор точек вихревого следа  $S_1(t)$ , рассматриваемый как функция завихренности  $\gamma$  и времени  $t$ ;  $t_\gamma$  — момент схода с задней кромки профиля вихря  $\gamma$ ;  $\mathbf{r}_0(\gamma)$  — радиус-вектор этого вихря при  $t = t_\gamma$ ; величина  $\Phi(s_1, s_2, t)$  определяется в момент образования вихревого элемента  $(s_1, s_2)$  и в дальнейшем сохраняет постоянное значение для фиксированных  $s_1, s_2$  на  $S_1(t)$ , хотя сам элемент деформируется в соответствии с изменением поля скоростей; функции  $G_0$  и  $G_1$  учитывают влияние экрана и получены в результате зеркального отображения профиля  $S_0(t)$  и вихревого следа  $S_1(t)$  за ним относительно твердого экрана  $y_1 = 0$  с заменой интенсивностей  $\gamma_l$  на противоположные:  $-\gamma_l$  ( $l = 0, 1$ ).

Так как область течения жидкости и вектор скорости  $\mathbf{V}$  движения точек профиля зависят от времени, систему (1.2)–(1.5) необходимо решать с начальными данными, которые в случае движения из состояния покоя имеют вид

$$(1.6) \quad S(0) = S_0(0), \quad \gamma(x, 0) = 0.$$

При рассмотрении малых установившихся колебаний профиля (линейная задача) необходимость в задании начальных данных (1.6) отпадает, а система (1.2)–(1.5) упрощается. Учет нелинейных эффектов, связанных с деформацией вихревого следа (уравнения (1.3), (1.4)) за колеблющимся профилем, позволяет решать систему (1.2)–(1.5) только приближенно. Ее решение в этом случае будем искать для ряда моментов времени  $t_n$ , начиная с  $t_0 = 0$ , при котором выполняются условия (1.6), методом дискретных вихрей [7].

Разобьем профиль на  $N$  элементов  $[x_{k-1}, x_k]$ , с каждым из которых свяжем вихрь интенсивности

$$\Gamma_k^{(n+1)} = \int_{x_{k-1}}^{x_k} \gamma(x, t_{n+1}) dx.$$

Решение дискретизированной системы уравнений (1.2)–(1.5) определяет величины  $\Gamma_k^{(n+1)}$ , начиная с  $n = 0$ . Найденные значения позволяют определить непрерывный вихревой слой  $\gamma_0$  на  $S_0$  [9], который необходим как при расчете распределенных нагрузок на профиле, так и при расчете подсысывающей силы, действующей на него.

2. Нормальную силу  $P_q$  (отнесенную к  $\rho V_0^2 b/2$ ), действующую на элемент  $S_{0q} = \{x : x_{q-1} \leq x \leq x_q\}$ , в соответствии с (1.1) ( $\mathbf{v}_e = \mathbf{V}$ ) представим в виде

$$P_q = \int_{S_{0q}} dP = P_{q1} + P_{qt} + P_{qit},$$

где  $P_{q1}$  определяет часть силы, зависящую от  $\gamma_0$ , а величины  $P_{qt}$ ,  $P_{qit}$  связаны с изменением циркуляции вокруг профиля

$$P_{qt} = -\frac{2}{N} \frac{d}{dt} \sum_{k=1}^{q-1} \Gamma_k^{(n+1)}, \quad P_{qit} = -2 \frac{d}{dt} \int_{S_{0q}} \left( \int_{x_{q-1}}^x \gamma_0 d\xi \right) dx.$$

Отбрасывая величины порядка  $\Gamma_q/N$  и выше, получим

$$P_{q1} = -W_{qx} \Gamma_q^{(n+1)}, \quad P_{qit} = -\frac{2}{N} (1 - \mu_q) \frac{d}{dt} \Gamma_q^{(n+1)},$$

где коэффициент  $\mu_q$  определяет положение ( $x_q = (q - 1 + \mu_q)/N$ ) дискретного вихря  $\Gamma_q$  на элементе  $S_{0q}$  в долях его длины, а

$$(2.1) \quad W_{qx} = 2w_x(x_{0q}, t_{n+1}), \quad x_{0q} = (q - 0,5)/N.$$

Подсасывающую силу  $Q$  (отнесенную к  $\rho V_0^2 b/2$ ) получим из теоремы об изменении количества движения, применяя ее к объему жидкости внутри круга радиуса  $\varepsilon \ll 1$  с центром в передней кромке профиля. Можно показать, что при  $\varepsilon \rightarrow 0$   $Q = -\pi a^2/2$ , где  $a$  — коэффициент при особенности  $x^{-1/2}$  интенсивности  $\gamma_0$  вихревого слоя. Аппроксимация вихревого слоя, предложенная в [9], позволяет вычислять  $a$  через величины  $\Gamma_q^{(n+1)}$ .

Безразмерные коэффициенты нормальной силы  $P$  и подсасывающей силы  $Q$  определим следующим образом:

$$c_n = P = \sum_{h=1}^N P_h, \quad c_q = Q.$$

3. При практической реализации метода, изложенного в п. 2, алгоритм расчета аэродинамических характеристик на  $n+1$  шаге по времени условно разобьем на ряд этапов: 1) выбор шага по времени  $\Delta t_{n+1}$ ; 2) определение координат  $\mathbf{r}_q^{(n+1)}$  вихревого следа  $S_1$  из решения задачи Коши (1.3) для  $q$ -го свободного вихря

$$\mathbf{r}_q^{(n+1)} = \mathbf{r}_q^{(n)} + \mathbf{w}_{1q}^{(n)} \Delta t_{n+1},$$

где

$$(3.1) \quad \mathbf{w}_{1q}^{(n)} = \begin{cases} \mathbf{w}_q^{(n)} \left( 1 + \frac{\Delta t_{n+1}}{2\Delta t_n} \right) - \mathbf{w}_q^{(n-1)} \frac{\Delta t_{n+1}}{2\Delta t_n}, & q \leq n, \\ \mathbf{w}_q^{(n)}, & q = n+1; \end{cases}$$

3) расчет поля скоростей  $\mathbf{w}_q^{(n+1)}$  в заданных точках (2.1) профиля  $S_0$  и вихревого следа  $S_1(t_{n+1})$ ; 4) определение коэффициентов  $c_n, c_q$ .

Остановимся на некоторых этапах расчета. Следуя работе [7], шаг по времени  $\Delta t_{n+1} = t_{n+1} - t_n$  выбирали из условия

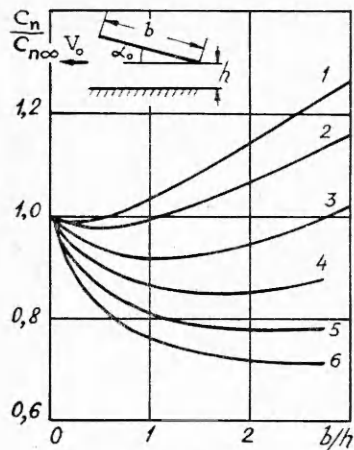
$$(3.2) \quad \Delta t_{n+1} = 1/(Nw_x(1, t_n)).$$

Условие (3.2) обеспечивает равномерность распределения вихрей в окрестности задней кромки профиля. Координаты точек вихревого следа определялись в отличие от [7, 9] по разностной формуле (3.1) второго порядка.

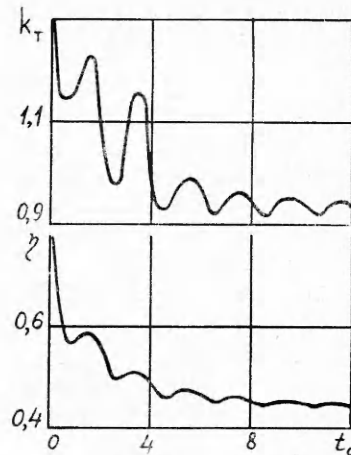
Сходимость численного метода проверялась численно путем сравнения результатов расчета с различным числом  $N$  вихрей на профиле. Результаты расчета с шагом по времени  $\Delta t_n$  и шагом по времени, равным его половине (в силу (3.2) это соответствует тому, что если в одном случае число элементов на профиле равно  $N$ , то в другом оно будет  $2N$ ), практически совпадали. Это позволяет сделать вывод о сходимости метода в данном случае.

С целью проверки алгоритма расчета аэродинамических характеристик профиля вблизи экрана рассмотрена задача о движении его с постоянной скоростью  $V = \text{const} = 1$  вдоль экрана под постоянным углом атаки  $\alpha$ . Относительно результатов по такому движению крыла отметим следующее: во-первых, нестационарные значения аэродинамических характеристик с ростом монотонно стремятся к некоторым значениям, которые выбирались затем в качестве стационарных, отвечающих рассматриваемому углу атаки; во-вторых, такой расчет этих характеристик достаточно экономичен, так как они стабилизируются уже после прохождения крылом 3—4 хорд.

На фиг. 1 приведены зависимости отношения коэффициента нормальной силы  $c_n$ , полученной в расчете, к величине  $c_{n\infty}$ , соответствующей случаю движения профиля в безграничной жидкости, от параметра  $b/h$ , где  $h$  — расстояние от задней кромки профиля до экрана при различных значениях угла атаки  $\alpha$  ( $\alpha = 2; 5; 10; 15; 20$  и  $25^\circ$  — кривые 1—6 соответственно). Видно, что наличие твердого экрана при больших углах атаки приводит к уменьшению величины  $c_n$ . При относительно малых расстояниях до экрана и достаточно малых углах атаки коэффициент  $c_n$  рас-



Ф и г. 1



Ф и г. 2

тет по мере приближения к экрану. Этот результат совпадает с соответствующими выводами Л. И. Седова [6].

Исследование нестационарных аэродинамических характеристик профиля вблизи экрана проводилось на примере поступательных колебаний его по закону

$$(3.3) \quad y(t) = (y_0/b) \cos kt,$$

где  $y_0/b$  — безразмерная амплитуда колебаний;  $k = \omega b/V_0$  — число Струхали. При решении задач обтекания колеблющихся профилей наряду с коэффициентами  $c_n$ ,  $c_d$  определим мощность, затрачиваемую для поддержания колебаний (3.3):

$$N_0(t) = -\rho V_0^3 b \int_0^1 \Delta p y dx,$$

где  $y$  — безразмерная скорость колебаний, и коэффициент тяги  $c_T = -c_d$ . Практический интерес при использовании крыла в качестве движителя представляют средние за период колебаний  $T = 2\pi/k$  значения коэффициентов:

$$(3.4) \quad \bar{c}_T = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} c_T(t) dt, \quad \bar{N}_0 = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} N_0(t) dt.$$

По осредненным значениям  $\bar{c}_T$  и  $\bar{N}_0$  определим КПД

$$(3.5) \quad \eta = \rho V_0^3 b \bar{c}_T / (2\bar{N}_0).$$

Отметим одно обстоятельство, связанное с расчетом величин (3.4), (3.5) по описанному выше алгоритму решения нелинейной задачи. Известно, что при осреднении любой периодической функции (с периодом  $T$ ) результат осреднения не зависит от точки  $t_0$ . При определении осредненных аэродинамических характеристик, полученных в результате решения нелинейной задачи обтекания колеблющегося профиля, который начал движение из состояния покоя, ситуация получается иная. На фиг. 2 представлена зависимость величин КПД  $\eta$  и приведенного [1] коэффициента тяги

$$k_T = \frac{c_T}{k^2 \left(\frac{y_0}{b}\right)^2}, \quad \left( k_T = \frac{R_x}{\frac{1}{2} \rho (\omega y_0)^2 b} \right)$$

от начальной точки осреднения при  $k = \pi$ ,  $b/h = 0,5$  и  $y_0/b = 0,25$ .

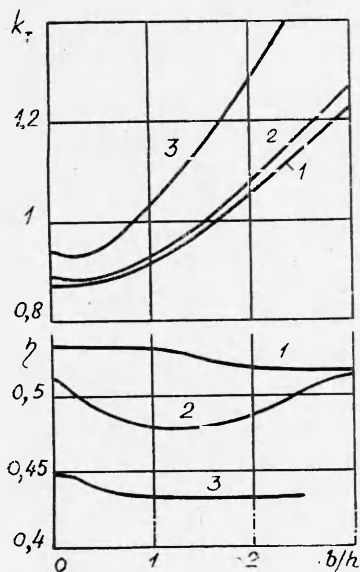
Характер поведения кривых объясняется достаточно сильным влиянием переходных процессов в начале движения из состояния покоя на рассматриваемые величины. Следует отметить, что в безграничной жидкости ( $h = \infty$ ) это влияние переходного процесса затягивается еще больше. Так, при тех же параметрах  $y_0/b = 0,25$  и  $k = \pi$ , но  $b/h = 0$ , зависимость  $k_T$  от  $t_0$  сохраняется до  $t_0 \approx 18$ , а  $\eta$  — до  $t_0 \approx 15$ , в то время как при  $b/h = 0,5$  эти значения  $t_0$  равны соответственно 14 и 12. Такое различие можно, по-видимому, объяснить тем, что экран оказывает стабилизирующее действие на вихревой след за колеблющимся профилем, что приводит, в свою очередь, к уменьшению его влияния на аэродинамические характеристики.

Учитывая отмеченное выше обстоятельство, в качестве средних величин  $k_T$  и  $\eta$  в дальнейшем брались те значения приведенного коэффициента тяги  $k_T$  и КПД  $\eta$ , которые получались после повторного осреднения по формулам типа (3.4) с периодом  $T = 2\pi/k$ . При этом начальная точка  $t_0$  повторного осреднения выбиралась таким образом, чтобы погрешность  $\delta$  в определении этих величин была меньше  $10^{-4}$  при увеличении  $t_0$  на величину  $0,1T$ . Результаты расчетов, представленные на фиг. 2, показывают, что учет 7—8 периодов колебаний в данном случае достаточен для определения величин  $k_T$  и  $\eta$ .

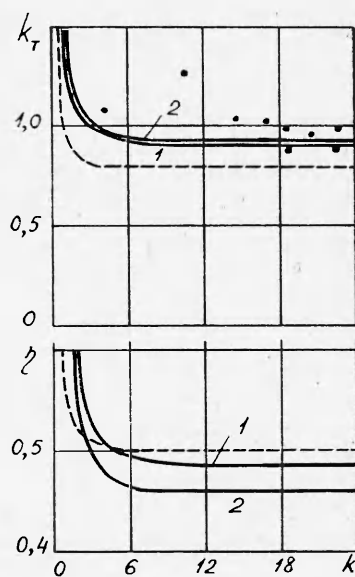
4. Приведем теперь некоторые результаты расчета. На фиг. 3 показаны зависимости коэффициентов тяги  $k_T$  и КПД от  $b/h$  при числе Струхала  $k = \pi$  и различных амплитудах поступательных колебаний. Видно, что наличие экрана приводит к увеличению коэффициента тяги  $k_T$  при всех  $h$  для  $y_0/b = 0,01$  (кривая 1) и  $h > 0,5$  для  $y_0/b \geq 0,1$  (кривые 2, 3). Коэффициент полезного действия при этом уменьшается, что связано с увеличением мощности, затрачиваемой на поддержание колебаний при уменьшении расстояния до экрана.

Отметим также, что расчет аэродинамических характеристик колеблющегося профиля в безграничной жидкости ( $b/h = 0$ ) показал достаточно сильное влияние амплитуды колебаний  $y_0/b$  на коэффициент тяги  $k_T$ , что ограничивает, по-видимому, пределы применимости линейной теории при  $y_0 > 0,1 b$ .

На фиг. 4 представлены результаты расчета влияния экрана на зависимость от числа Струхала коэффициентов тяги и КПД. Сплошными линиями отмечены рассчитанные значения коэффициентов при  $b/h = 1,67$  и амплитудах  $y_0/b = 0,01; 0,08$  (кривые 1, 2 соответственно), штриховы-



Ф и г. 3



Ф и г. 4

ми — значения коэффициентов, полученные на основе линейной теории [10] для безграничной жидкости ( $b/h = 0$ ). Здесь же точками нанесены результаты эксперимента для значений  $y_0/b = 0,08$ ,  $b/h = 1,67$ , любезно предоставленные автору Д. Н. Гореловым и А. В. Пинером. Видно, что экспериментальные данные достаточно хорошо согласуются с теоретическими.

Поступила 20 VIII 1981

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Горелов Д. Н. Экспериментальное исследование силы тяги. — В сб.: Бионика, 1980, № 14.
2. Яковлев Г. Я. Неустановившееся движение крыла вблизи поверхности раздела. — Труды ЦАГИ, 1959, вып. 755.
3. Ефремов И. И. К задаче о неустановившемся движении тонкого профиля вблизи границы раздела двух сред. — Гидромеханика, 1959, вып. 15.
4. Горелов Д. Н. О влиянии границ потока несжимаемой жидкости на нестационарные аэродинамические характеристики профиля. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1965, № 5.
5. Рождественский К. В. Метод срачиваемых асимптотических разложений в гидродинамике крыла. Л.: Судостроение, 1979.
6. Басин М. А., Шадрин В. П. Гидроаэродинамика крыла вблизи границы раздела сред. Л.: Судостроение, 1980.
7. Горелов Д. Н., Куляев Р. Л. Нелинейная задача о нестационарном обтекании тонкого профиля несжимаемой жидкостью. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1971, № 6.
8. Мухелишвили Н. И. Сингулярные интегральные уравнения. М.: Физматгиз, 1962.
9. Алгазин В. А., Горелов Д. Н. О произвольном движении крыла конечного размаха в несжимаемой жидкости. — Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук, 1974, № 3, вып. 1.
10. Некрасов А. И. Собр. соч. Т. 2. М.: Изд-во АН СССР, 1962.

УДК 533.6.011 + 527.985

### ПРОСТРАНСТВЕННЫЙ АНАЛОГ ЦЕНТРИРОВАННЫХ ВОЛН РИМАНА И ПРАНДТЛЯ—МЕЙЕРА

В. М. Тешуков

(Новосибирск)

В работе доказано существование решений уравнений пространственной газовой динамики, обладающих особенностями определенного вида — волн, центрированных на произвольных двумерных поверхностях в четырехмерном пространстве  $x, t$ . Эти решения являются обобщениями центрированных волн Римана в теории одномерных нестационарных движений и центрированных волн Прандтля—Мейера в теории плоских стационарных течений. Особенности указанного вида возникают при рассмотрении задач о взаимодействии ударных волн, имеющих фронт произвольной формы, о взаимодействии ударных волн и контактного разрыва, в задаче о поршне.

**1. Постановка задачи.** Рассматриваются уравнения, описывающие пространственные неустановившиеся течения вязкого нетеплопроводного нормального газа [1, 2]:

$$(1.1) \quad \frac{d\mathbf{u}}{dt} + \frac{1}{\rho} \nabla p = 0, \quad \frac{dp}{dt} + \rho c^2 \operatorname{div} \mathbf{u} = 0, \quad \frac{dS}{dt} = 0, \quad \rho = \psi(p, S),$$

где  $\mathbf{u}$  — вектор скорости;  $p$  — давление;  $\rho$  — плотность;  $S$  — энтропия;  $c$  — скорость звука;  $t$  — время;  $\mathbf{x} = (x, y, z)$  — радиус-вектор точки в  $R^3$ ;  $\nabla = (\partial/\partial x, \partial/\partial y, \partial/\partial z)$ ;  $d/dt = \partial/\partial t + \mathbf{u} \cdot \nabla$ . Функция  $\psi(p, S)$ , задающая уравнение состояния нормального газа, предполагается аналитической.

Центрированной волной называется такое решение системы (1.1), область определения которого покрыта однопараметрическим семейством звуковых характеристик, проходящих через заданную двумерную поверхность  $\gamma_0 \subset E^4 = R^3 \times R$  ( $\mathbf{x} \in R^3, t \in R$ ). При этом волна называется центрированной на  $\gamma_0$ .