

УДК 531.58

ЭВОЛЮЦИЯ УДАРНОГО ИМПУЛЬСА В ГЕТЕРОГЕННОЙ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОЙ СРЕДЕ

А. Е. Краус, Е. И. Краус, И. И. Шабалин, А. Е. Бузюркин

Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН,
630090 Новосибирск, Россия

E-mails: akraus@itam.nsc.ru, kraus@itam.nsc.ru, shabalin@itam.nsc.ru, buzjura@itam.nsc.ru

Численно исследован процесс распространения короткого импульса сжатия в гетерогенных мишенях, содержащих керамические включения различного размера. Рассмотрен случай гетерогенной среды с включениями макроскопического размера. Показано, что во всех мишенях начальная форма ударного импульса в процессе распространения эволюционирует в форму, соответствующую упругому напряженно-деформированному состоянию, в котором его амплитуда и длина не зависят от пройденного расстояния. Обнаружено, что для гетерогенных материалов с включениями большого размера скорость уменьшения амплитуды импульса больше, чем для гетерогенных материалов с включениями малых размеров.

Ключевые слова: ударная волна, керамические включения, гетерогенная среда, градиентный материал, относительная амплитуда, длительность импульса.

DOI: 10.15372/PMTF20210314

В работе [1] экспериментально исследованы образцы из алюмооксидной керамики, полученные с использованием аддитивных технологий с последующим лазерным спеканием. Предел упругости и откольная прочность керамики определены путем анализа волновых профилей образцов при ударном сжатии импульсами с амплитудами 6,8 и 13,8 ГПа.

В работе [2] представлены результаты численного моделирования процесса распространения волн сжатия в слоистых и гетерогенных материалах. Одномерные расчеты проведены методом конечных разностей и методом распада разрыва в акустическом приближении. Выполнено сравнение волновых полей для слоистых систем, а также для систем, полученных с использованием аддитивной смесевой технологии при одной и той же объемной концентрации материалов, и систем со случайно распределенными в них различными материалами. Показано, что в системах со слоями большой толщины не распространяются волны со стационарными профилями давления, уменьшение толщин слоев приводит к сглаживанию волновых профилей, а в системах, полученных с использованием аддитивной смесевой технологии, распространяются волны сжатия с классическим профилем импульса.

Распространение плоских волн в двумерных периодических средах с изменением свойств только в одном направлении исследовалось в работе [3]. В неоднородных сре-

Работа выполнена в рамках государственного задания (номер госрегистрации 121030500137-5) и при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 19-08-00906).

дах с быстрыми пространственными изменениями свойств можно отсрочить образование скачка уплотнения или избежать его. Скорость распространения волн сжатия зависит от структуры материала.

В работе [4] численно исследован процесс распространения волн напряжения большой амплитуды, возникающих при ударе пластины по вязкопластической слоистой системе из алюминия и вольфрама с ячейками различного размера. При относительно небольшой длительности ударного импульса вблизи поверхности нагружения формируются слабозатухающие локализованные бегущие волны, подобные уединенным волнам. В [5] с помощью численных расчетов продолжено исследование распространения коротких и длинных импульсов большой амплитуды в слоистом композите, состоящем из алюминиевой матрицы с цилиндрическими включениями из вольфрама. При воздействии короткого импульса форма наблюдаемой волны напряжения не отличается от формы локализованной одиночной волны, распространяющейся в слоистой системе. При длинном импульсе нагружения большой амплитуды наблюдается ударная волна, аналогичная волне в слоистой системе. Установлено, что композит с включениями вольфрама цилиндрической формы является более диссипативной средой по сравнению со слоистой средой вследствие различия пластических свойств компонентов композита.

Цель работы и постановка задачи. Целью данной работы является исследование влияния размера включений на степень рассеяния ударного импульса в гетерогенной (градиентной) среде.

В приближении одноосной деформации проведены серии расчетов процесса нагружения ударом тонкой металлической пластины по мишеням из гетерогенных и градиентных материалов с заданной концентрацией компонентов. В каждой серии расчетов рассматривались включения различного размера (от десятков до нескольких сотен расчетных ячеек), а также макровключения — сферы, содержащие несколько тысяч ячеек. Так как нагружающий импульс имеет конечную длину, то за счет разгрузки на тыльной поверхности налетающей пластины амплитуда волны напряжений уменьшается до значения, равного амплитуде волны напряжений, которая распространяется в упругом материале без диссипации и дисперсии.

Из условия сохранения импульса следует, что $(\rho, u, \Delta\tau)_{t_1} = (\rho, u, \Delta\tau)_{t_5}$, где t_1 — момент времени, соответствующий начальному напряженному состоянию; t_5 — момент времени, в который происходит переход в упругое состояние. Поскольку плотность ρ изменяется незначительно, а массовая скорость u в упругом состоянии существенно меньше начальной массовой скорости, длина импульса $\Delta\tau$ в момент времени t_5 значительно больше начальной длины импульса нагружения $\Delta\tau$ в момент времени t_1 (рис. 1).

Используемая в расчетах численная модель гетерогенной среды предложена в работе [6] и апробирована в работах [7–10]. Для обеспечения одноосного деформированного состояния исследуемая мишень ограничивалась жесткими боковыми стенками без трения (рис. 2). Нагружающий импульс сжатия формируется ударом по мишени металлической пластины из титанового сплава ВТ20 толщиной 1 см со скоростью 1 км/с и первоначально имеет прямоугольную форму с упругими предвестниками. Мишень представляет собой гетерогенный материал — смесь титана Ti (60 %) и карбида бора B_4C (40 %).

Область, в которой находится металлокерамический гетерогенный композит, покрыта разностной сеткой. Ячейки сетки, имеющие треугольную форму, заполняют пространство без пропусков и перехлестов. При этом заданный объем керамических включений случайным образом распределяется по объему матрицы (см. рис. 2). С использованием данного алгоритма можно построить различные формы керамических включений в металлической матрице.

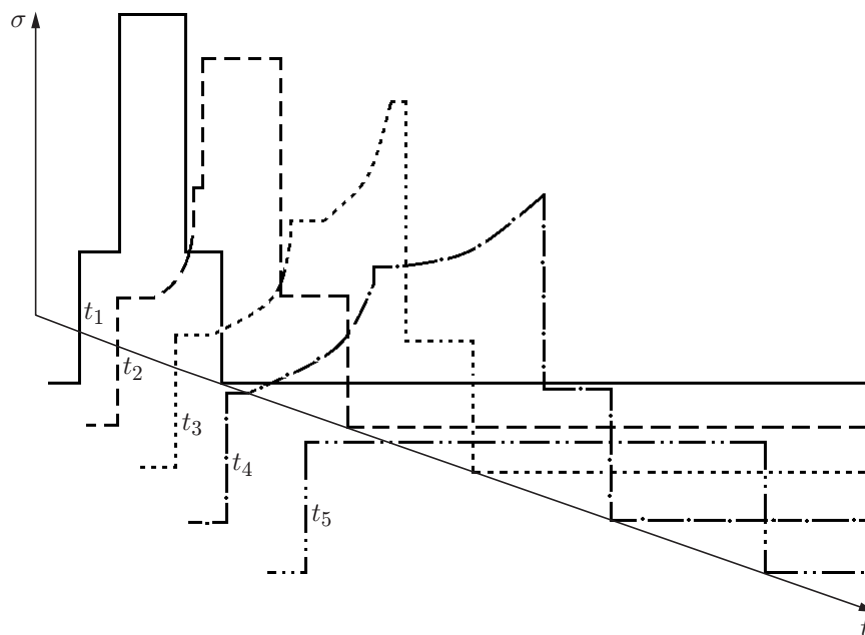


Рис. 1. Форма первоначально прямоугольного ударного импульса напряжения в мишени из упругопластического материала в моменты времени t_1, \dots, t_5

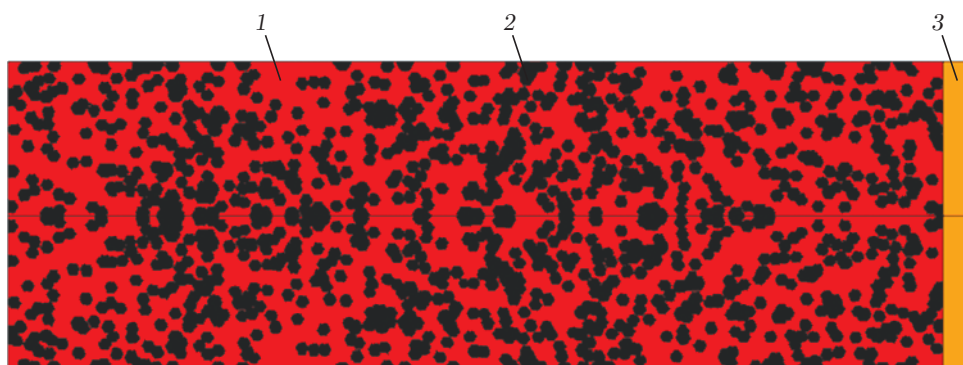


Рис. 2. Геометрия задачи:

1, 2 — мишень из гетерогенного материала, состоящая из смеси Ti и V_4C и ограниченная жесткими боковыми стенками (1 — Ti (60 %), 2 — V_4C (40 %)), 3 — ударник (тонкая пластина из титанового сплава BT20)

Для построения гетерогенного материала с включениями различного размера в программном комплексе REACTOR [11] реализованы два основных способа задания числа ячеек, образующих включение: 1) присоединение заданного числа ячеек к узлу разностной сетки (рис. 3,а); 2) присоединение ячеек к ребрам выбранной ячейки (рис. 3,б). Таким образом, задавая число ячеек во включении, получаем включения различного размера. На рис. 4 показан гетерогенный материал с одной и той же объемной концентрацией керамики, но разными размерами включений.

Для каждой треугольной ячейки заданы свои физико-механические свойства материала. При переходе из одной ячейки в другую характеристики материала могут изменяться скачкообразно. На границах ячеек выполняются условия совместного движения составляющих гетерогенного материала. Внутри ячеек исследуемые величины определяются с использованием явной разностной схемы.

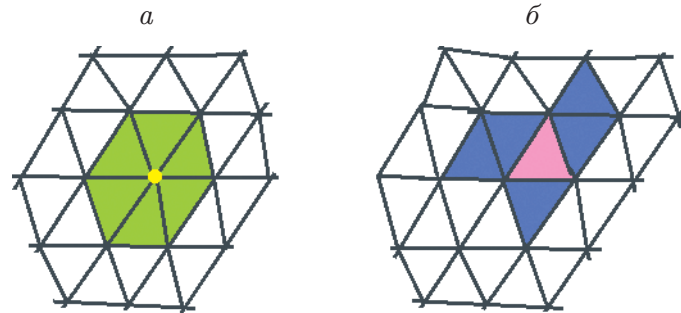


Рис. 3. Фрагменты расчетной сетки при различных способах задания размера керамических включений в матрице гетерогенного материала:
a — включения, расположенные вокруг узла, *б* — включения, примыкающие к ребрам ячейки

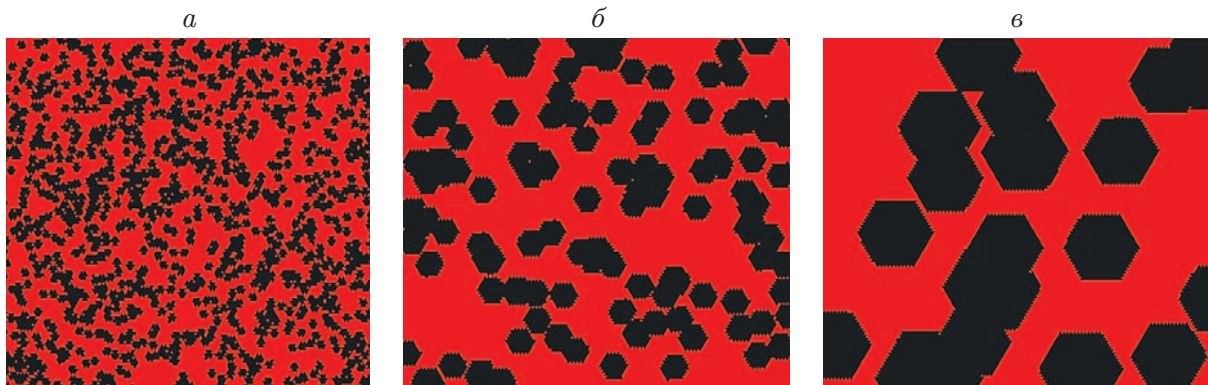


Рис. 4. Гетерогенный материал с включениями керамики (40 %) различного размера:
a — 10 расчетных ячеек, *б* — 100 расчетных ячеек, *в* — 700 расчетных ячеек

Следуя [12–14], приведем систему уравнений модели твердого деформируемого тела, включающую следующие уравнения:

— уравнение траектории материальной частицы

$$\dot{x}_i = u_i; \quad (1)$$

— уравнение баланса массы

$$V_0 \rho_0 = V \rho; \quad (2)$$

— уравнение баланса импульса

$$\rho \dot{u}_i = \sigma_{ij,j}; \quad (3)$$

— уравнение баланса внутренней энергии

$$\rho \dot{e} = \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}, \quad (4)$$

где $\dot{\varepsilon}_{ij}$ — тензор скоростей деформаций:

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = (u_{i,j} + u_{j,i})/2, \quad (5)$$

σ_{ij} — тензор напряжений:

$$\sigma_{ij} = -\delta_{ij} P + s_{ij}, \quad (6)$$

s_{ij} — девиатор напряжений, характеризующий сдвиговое формоизменение материальной частицы; δ_{ij} — символ Кронекера.

Малопараметрическое уравнение состояния принимается в форме уравнения Ми — Грюнайзена [15, 16]

$$P = P_x + \frac{\gamma(V)c_{v,l}T}{V} + \frac{c_{v,e}T^2}{3V(V/V_0)^{2/3}},$$

где P_x — давление на нулевой изотерме; T — температура; $c_v = c_{v,l} + c_{v,e}$ — теплоемкость при постоянном объеме, равная сумме решеточной и электронной теплоемкостей; V, V_0 — текущий и начальный удельные объемы; $\gamma(V)$ — коэффициент Грюнайзена.

Уравнения упругопластического течения принимаются в форме уравнений Прандтля — Рейсса

$$\hat{s}_{ij} + d\lambda' s_{ij} = 2G\dot{\epsilon}'_{ij}, \quad \dot{\epsilon}'_{ij} = \dot{\epsilon}_{ij} - \dot{\epsilon}_{kk}/3 \tag{7}$$

при условии пластичности Губера — Мизеса

$$s_{ij}s_{ij} \leq 2Y_0^2/3, \tag{8}$$

где Y_0 — динамический предел текучести. Вместо процедуры вычисления скалярного множителя $d\lambda'$ используется известная процедура приведения к кругу текучести компонент девиатора напряжений [14]. В уравнениях (1)–(8) каждый из индексов i, j принимает значения 1, 2, 3; по повторяющимся индексам проводится суммирование; точка над символом обозначает производную по времени, индекс после запятой — производную по соответствующей координате; x_i, u_i — компоненты векторов положения и скорости материальной частицы соответственно; ρ — текущая плотность; G — модуль сдвига.

Уравнения в частных производных преобразуются в явную разностную схему на разностной сетке вдоль траектории каждой материальной частицы. Процедура построения разностной схемы подробно описана в работах [13, 14].

Результаты моделирования процесса распространения волны сжатия по гетерогенному материалу. Рассмотрим образцы гетерогенного материала, построенного на основе титановой матрицы с включениями керамики (карбида бора) различного размера. На рис. 5 приведены результаты численного моделирования процесса распространения

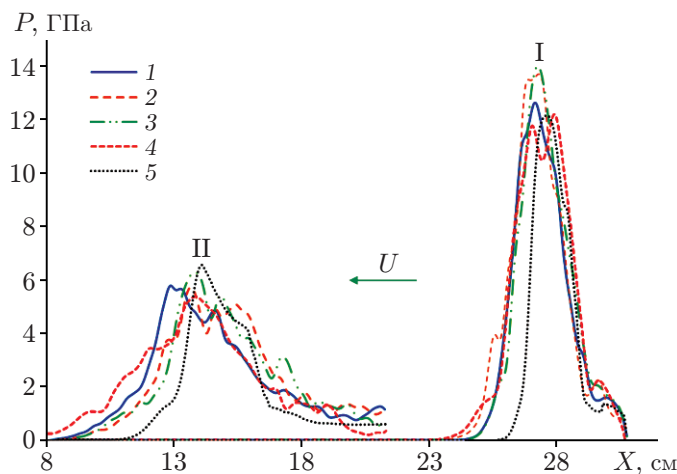


Рис. 5. Форма импульсов давления в мишенях из гетерогенного материала, содержащего включения керамики различного размера (1–4), и гомогенного титана (5) в моменты времени t_1 (I) и t_2 (II):

1 — размер включений 10 ячеек; 2 — размер включений 50 ячеек; 3 — размер включений 100 ячеек; 4 — размер включений 700 ячеек

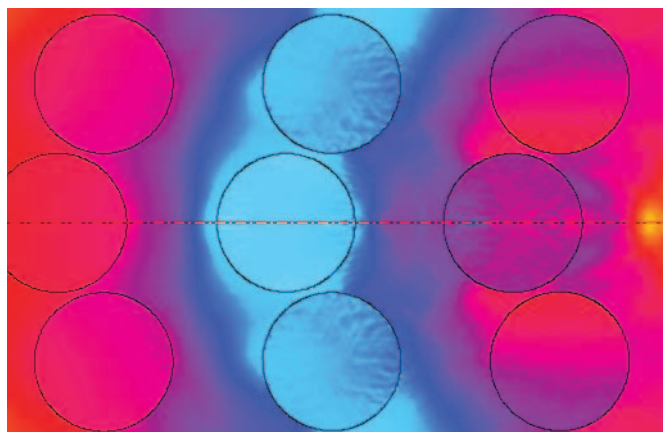


Рис. 6. Эволюция изначально плоского фронта импульса в гетерогенном материале с макровключениями

импульсов сжатия по гетерогенному материалу, содержащему включения различного размера (t_1 — момент времени, в который импульс сжатия полностью входит в мишень из гетерогенного материала (кривые I), t_2 — момент времени, в который импульс сжатия достигает середины мишени (кривые II)). На рис. 5 приведен также профиль импульса давления в гомогенном титане. Наличие керамики в гетерогенном материале приводит к увеличению скорости распространения возмущений. Фронт импульса в титане существенно отстает от фронтов импульсов в металлокерамическом гетерогенном материале.

В численных расчетах по мере распространения импульсов происходит увеличение их длины и уменьшение амплитуды. Получить явную зависимость уменьшения амплитуды импульсов в гетерогенном материале от размеров включений не представляется возможным, поскольку различия формы импульсов в материале с включениями, содержащими 10–100 ячеек, незначительны. Аналогичные закономерности увеличения длины импульсов установлены для гетерогенных материалов, в которых включения построены путем присоединения ячеек к узлам разностной сетки.

Помимо расчетов для рассмотренных выше гетерогенных материалов проведены расчеты для гетерогенных материалов с макровключениями сферической формы, содержащими порядка 6500 ячеек (рис. 6), а также с гомогенными компонентами (титаном и керамикой V_4C). Для сравнения с дискретными моделями гетерогенного материала с включениями различного размера была построена модель сплошного материала, параметры которого вычислялись с использованием аддитивного принципа смесей [17–20].

На рис. 7 показана эволюция относительной амплитуды импульсов давления $A = P(X)/P(0)$ в гетерогенных материалах с включениями различного размера по мере распространения импульсов в глубь мишени ($P(X)$ — амплитуда импульса как функция координаты X ; $P(0)$ — амплитуда импульса в момент вхождения импульса в мишень).

Следует отметить, что скорость затухания импульса для разных материалов различается, однако конечное значение относительной амплитуды импульса находится между значениями амплитуды импульса, распространяющегося в компонентах гетерогенного материала. Это свидетельствует о том, что предел текучести гетерогенного материала определяется концентрацией его компонентов и их пределами текучести. Аналогичные процессы затухания импульсов имеют место в гетерогенных материалах, в которых включения построены путем присоединения ячеек к ребрам ячеек разностной сетки.

Анализ зависимостей относительной амплитуды импульсов от координаты X позволяет сделать вывод, что при увеличении размеров включений затухание ударной волны

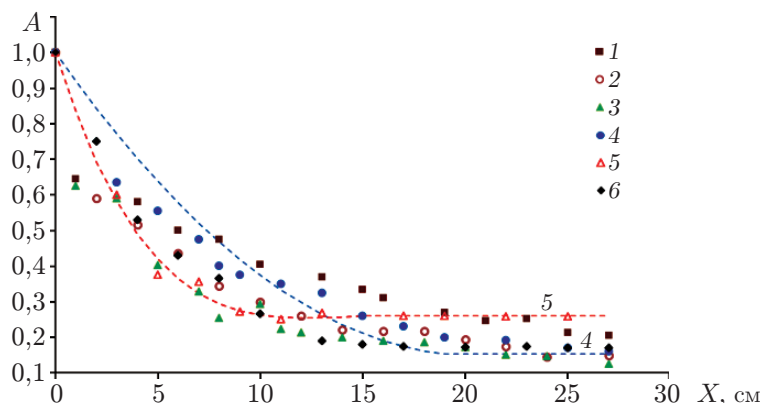


Рис. 7. Эволюция относительной амплитуды импульса давления в гетерогенных материалах с включениями различного размера, построенных путем присоединения ячеек к узлу разностной сетки (1–3), а также в гомогенных материалах Ti (4) и B_4C (5) и в материале, полученном путем аддитивного смешения (6):

1 — размер включений 100 ячеек, 2 — размер включений 700 ячеек, 3 — размер включений 6500 ячеек; точки — результаты численного расчета относительной амплитуды, линии — аппроксимация результатов численного расчета методом наименьших квадратов

происходит быстрее. В мишенях из гомогенных материалов, а именно из титана и керамики B_4C , амплитуды импульса уменьшаются и становятся постоянными, что имеет место при распространении импульса в мишени из упругого материала. В мишенях из гетерогенного материала амплитуды импульса также уменьшаются и становятся постоянными, однако это уменьшение происходит немонотонно вследствие пространственной неоднородности материала. При увеличении размера включений происходит деформирование фронта импульса сжатия в гетерогенном материале вследствие существенного различия скоростей распространения ударных волн в компонентах материала, особенно при наличии макровключений (см. рис. 6).

На рис. 8 показана зависимость относительной длины импульса $H = T(X)/T(0)$ в гетерогенных материалах с включениями различного размера от координаты X ($T(X)$ — длительность импульса как функция координаты X ; $T(0)$ — длительность импульса в момент вхождения импульса в мишень).

Исследуем динамику импульсов в градиентных средах (гетерогенный материал с линейным изменением плотности). В данном случае включение состоит из одной расчетной ячейки разностной сетки. Наличие градиента обеспечивается изменением концентрации керамики по линейному закону по толщине мишени (рис. 9), при этом общая объемная концентрация керамики остается неизменной и равна 40 %.

Относительная амплитуда импульса для мишени из материала с концентрацией керамики, увеличивающейся по толщине мишени по линейному закону, начинает уменьшаться аналогично тому, как это происходит в мишени из гомогенной керамики B_4C , поскольку слой материала вблизи лицевой поверхности мишени является керамическим, а затем относительная амплитуда импульса уменьшается аналогично тому, как это происходит в монолитном титане (рис. 10). Процесс распространения импульса в гетерогенном материале с концентрацией керамики, уменьшающейся по толщине мишени по линейному закону, такой же, как в рассмотренном выше случае, но в слое материала вблизи лицевой поверхности мишени имеет место другая закономерность. Далее импульс сжатия распространяется по области упругого напряженно-деформированного состояния, при этом амплитуда не зависит от пройденного расстояния в мишени.

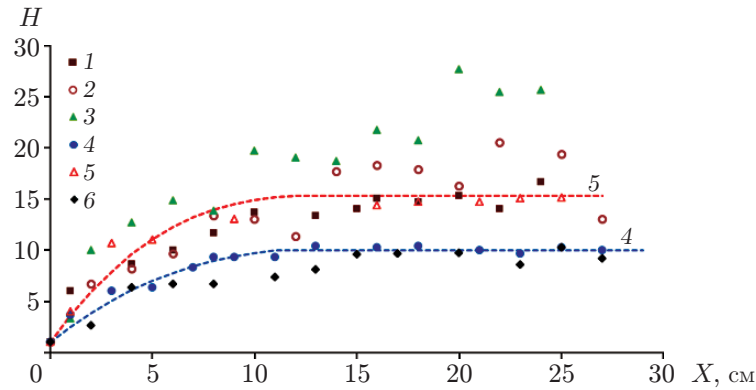


Рис. 8. Зависимость от координаты X относительной длины импульса давления в гетерогенных материалах с включениями различного размера, построенных путем присоединения ячеек к узлу разностной сетки (1–3), а также в однородных материалах Ti (4) и B_4C (5) и в материале, полученном путем аддитивного смешения (6):

1 — размер включений 100 ячеек, 2 — размер включений 700 ячеек, 3 — размер включений 6500 ячеек; точки — результаты численного расчета относительной длины импульса давления, линии — аппроксимация результатов численного расчета методом наименьших квадратов

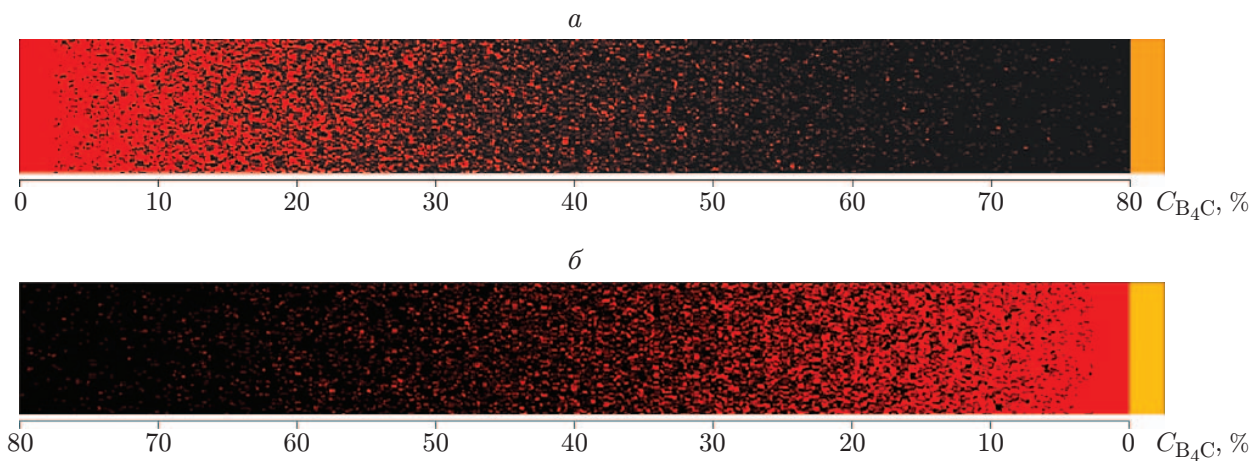


Рис. 9. Геометрия задачи о распространении импульса сжатия в мишенях из градиентного материала:

a — увеличение концентрации керамики C_{B_4C} по толщине мишени по линейному закону, $б$ — уменьшение концентрации керамики C_{B_4C} по толщине мишени по линейному закону

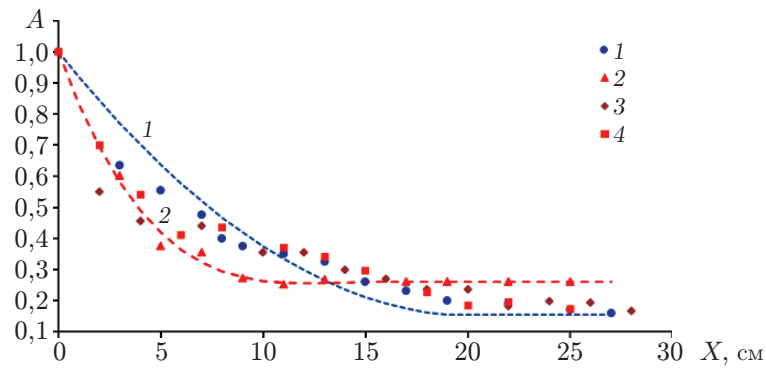


Рис. 10. Зависимость от координаты X относительной амплитуды импульсов в мишенях из однородных (1, 2) и гетерогенных (3, 4) материалов с градиентным распределением концентрации керамики:

1 — мишень из титана, 2 — мишень из карбида бора, 3 — мишень из гетерогенного материала с увеличивающейся концентрацией керамики, 4 — мишень из гетерогенного материала с уменьшающейся концентрацией керамики; точки — результаты численного расчета относительной амплитуды, линии — аппроксимация результатов численного расчета методом наименьших квадратов

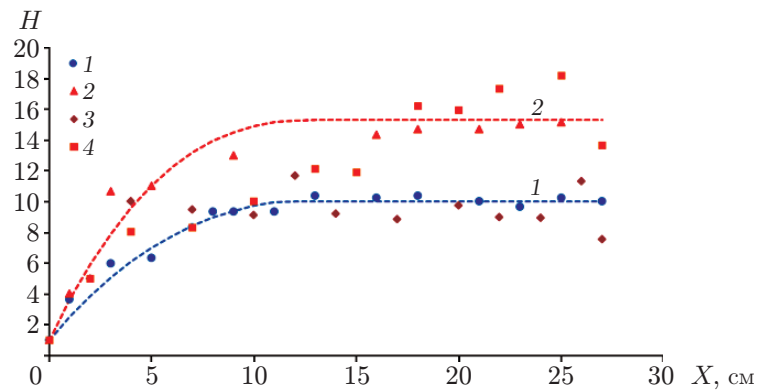


Рис. 11. Зависимость от координаты X относительной длины импульса давления в мишенях из однородных (1, 2) и гетерогенных (3, 4) материалов с градиентным распределением концентрации керамики:

1 — мишень из титана, 2 — мишень из карбида бора, 3 — мишень из гетерогенного материала с увеличивающейся концентрацией керамики, 4 — мишень из гетерогенного материала с уменьшающейся концентрацией керамики; точки — результаты численного расчета относительной длины импульса давления, линии — аппроксимация результатов численного расчета методом наименьших квадратов

Так как в мишени из гетерогенного материала с градиентным распределением концентрации керамики по толщине материал слоя, примыкающего к лицевой поверхности, является одним из гомогенных компонентов среды, то естественно, что увеличение длины импульса будет происходить так же, как в мишени из данного гомогенного материала. Материал слоя, примыкающего к тыльной поверхности мишени, представляет собой второй компонент среды, т. е. процесс увеличения длины импульса аналогичен процессу увеличения длины импульса в этом компоненте. На рис. 11 представлены результаты численного исследования процесса распространения импульсов сжатия в мишенях из гетерогенного материала с градиентным распределением концентрации керамики.

Аналогичные исследования выполнены для гетерогенных материалов с объемной концентрацией керамики 20 %. Из результатов этих исследований следует, что характер распространения импульсов в обоих гетерогенных материалах одинаков.

Выводы. В работе исследован процесс распространения импульса сжатия, возникающего в гетерогенных материалах с керамическими включениями различного размера при ударе тонкой металлической пластины по мишени. При дальнейшем распространении импульса в мишени его амплитуда и длина не зависят от пройденного расстояния, что характерно для процесса распространения импульса в материале, в котором имеет место упругое напряженно-деформированное состояние.

Скорость уменьшения амплитуды импульса зависит от размера включений. Включения небольшого размера, сравнимого с толщиной фронта волны сжатия, практически не рассеивают импульс. В случае увеличения размера включений амплитуда уменьшается быстрее.

Керамические включения больших размеров (макровключения) оказывают существенное влияние на увеличение длины импульса вследствие многократного отражения волн от границ материалов с различными свойствами.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Promakhov V. V., Savinykh A. S., Dubkova Y. A., et al.** Strength properties of aluminum-oxide ceramics prepared by the additive manufacturing method under shock-wave loading // *Tech. Phys. Lett.* 2018. V. 44, N 10. P. 898–901.
2. **Kraus A. E., Shabalin I. I.** Comparative analysis of wave distribution in layered and heterogeneous continuous media // *AIP Conf. Proc.* 2018. V. 2027. 030166.
3. **Ketcheson D. I., Quezada de Luna M.** Effective Rankine — Hugoniot conditions for shock waves in periodic media // *Comm. Math. Sci.* 2020. V. 18, N 4. P. 1023–1040.
4. **Navarro P. F., Benson D. J., Nesterenko V. F.** Waves in periodic dissipative laminate metamaterial generated by plate impact // *AIP Conf. Proc.* 2017. V. 1793. 120001.
5. **Navarro P. F., Benson D. J., Nesterenko V. F.** Behavior of short and long high amplitude pulses on an Al–W composite with cylindrical inclusions // *AIP Conf. Proc.* 2018. V. 1979. 110012.
6. **Kraus E. I., Shabalin I. I., Shabalin T. I.** Numerical analysis of wave propagation in a cermet composite // *AIP Conf. Proc.* 2017. V. 1893. 030130.
7. **Краус Е. И., Мельников А. Ю., Фомин В. М., Шабалин И. И.** Пробитие ледяных преград конечной толщины стальными ударниками // *ПМТФ.* 2019. Т. 60, № 3. С. 146–153.
8. **Kraus A. E., Kraus E. I., Shabalin I. I.** A heterogeneous medium model and its application in a target perforation problems // *Multiscale solid mechanics.* Cham: Springer, 2021. P. 289–304. (Advanced structured materials; V. 141).
9. **Краус А. Е., Краус Е. И., Шабалин И. И.** Стойкость керамик к удару в численном эксперименте // *ПМТФ.* 2020. Т. 61, № 5. С. 190–198.

10. **Краус Е. И., Фомин В. М., Шабалин И. И.** Построение единой кривой моделирования процесса кратерообразования компактными ударниками различной формы // ПМТФ. 2020. Т. 61, № 5. С. 199–210.
11. **Kraus E. I., Shabalin I. I.** Reactor2D: A tool for simulation of shock deformation // AIP Conf. Proc. 2016. V. 1770. 030092.
12. **Уилкинс М. Л.** Расчет упругопластических течений // Вычислительные методы в гидродинамике. М.: Мир, 1967. С. 212–263.
13. **Фомин В. М.** Высокоскоростное взаимодействие тел / В. М. Фомин, А. И. Гулидов, Г. А. Сапожников, И. И. Шабалин, В. А. Бабаков, В. Ф. Куропатенко, А. Б. Киселев, Ю. А. Тришин, А. И. Садырин, С. П. Киселев, И. Ф. Головнев. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 1990.
14. **Wilkins M. L.** Computer simulation of dynamic phenomena: Scientific computation. Berlin: Springer, 1999.
15. **Fomin V. M., Kraus E. I., Shabalin I. I.** An equation of state for condensed matter behind intense shockwaves // Materials Phys. Mech. 2004. V. 7, N 1. P. 23–28.
16. **Kraus E. I., Shabalin I. I.** A few-parameter equation of state of the condensed matter // J. Phys.: Conf. Ser. 2016. V. 774. 012009.
17. **Kraus A. E., Kraus E. I., Shabalin I. I.** Simulation of the interaction of hardened steel core with heterogeneous elements of body armor // AIP Conf. Proc. 2019. V. 2125. 030067.
18. **Краус Е. И., Фомин В. М., Шабалин И. И.** Учет электронных составляющих в уравнении состояния при расчете ударных волн в смеси металлов // Вестн. Перм. нац. исслед. политехн. ун-та. Механика. 2001. № 9. С. 78–84.
19. **Алексеев Ю. Ф., Альтшулер Л. В., Крупникова В. П.** Ударное сжатие двухкомпонентных парафино-вольфрамовых смесей // ПМТФ. 1971. № 4. С. 152–155.
20. **Богачев Г. А., Николаевский В. Н.** Ударные волны в смеси материалов. Гидродинамическое приближение // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1976. № 4. С. 113–126.

*Поступила в редакцию 12/III 2021 г.,
после доработки — 18/III 2021 г.
Принята к публикации 29/III 2021 г.*
