

В связи с этим можно было бы использовать значительные поля, возникающие в грозных облаках. Пусть взрыв, произведенный на высоте 10 км в поле  $E_{eff} = 10^5$  в/м, компенсирует поле в объеме радиуса 10 м. Тогда на поверхности Земли возникает квазистатическая компонента поля (индукционная и волновая много меньше)  $E = 0.1$  мв/м, что вполне измеримо.

Что касается импульсного поля при  $t > t_0$ , не связанного с внешним электрическим полем и со взаимодействием ударной волны и продуктов взрыва с поверхностью Земли, то его природа остается невыясненной и явится примером дальнейших исследований.

В заключение благодарим В. Ф. Кореца за содействие в организации работ и В. М. Дмитриева за помощь в проведении эксперимента.

Поступила 25 XII 1967

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Астапович И. С. Метеорные явления в атмосфере земли, М., Физматгиз, 1958.
2. K o l s k y Н. Electromagnetic waves emitted on detonation of explosives. Nature, 1954, vol. 173, No. 4393, p. 77.
3. С o o k М. А. The Science of high explosives. N. Y., Reinhold, 1958.
4. A n d e r s o n W. H., L o n g C. L. Electromagnetic radiation from detonating solid explosives. I. Appl. Phys. 1965, vol. 36, No. 4.
5. Г р и б а н о в Ю. П. Измерения в высокоомных цепях. М.—Л., Энергия, 1967.
6. А д у ш к и н В. В. О формировании ударной волны и разлете продуктов взрыва в воздухе. ПМТФ, 1963, № 5.
7. Предводителей А. С., Ступоченко Е. В., Рождественский И. Б. Таблица газодинамических и термодинамических величин потока воздуха за прямым скачком уплотнения. М., ВЦ АН СССР, 1962.
8. Предводителей А. С., Ступоченко Е. В., Самуйлов Е. В. и др. Таблица термодинамических функций воздуха. М., Изд-во АН СССР, 1957.
9. З е л ь д о в и ч Я. Б., Р а й з е р Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. Изд. 2, М., «Наука», 1966.

#### ИССЛЕДОВАНИЕ ГРУППОВЫХ СВОЙСТВ УРАВНЕНИЙ МАГНИТНОЙ ГИДРОДИНАМИКИ И ИХ ИНВАРИАНТНЫЕ РЕШЕНИЯ

Н. П. Гриднев

(Новосибирск)

Проведен групповой анализ системы уравнений магнитной гидродинамики. В отличие от работ [1,2] исследовались групповые свойства уравнений движения сжимаемой жидкости с учетом конечной проводимости. Выписаны возможные инвариантные решения системы уравнений магнитной гидродинамики в одномерном случае. Приведены примеры аналитического и численного решения задачи о взаимодействии потока проводящего газа с магнитным полем.

Рассмотрим систему уравнений, описывающую в гидродинамическом приближении нестационарное течение электропроводного газа в магнитном поле. Токами смещения всюду пренебрегаем.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial t} &= \text{rot} [\mathbf{v} \times \mathbf{h}] - \text{rot} (\mathbf{v}_m \text{rot } \mathbf{h}) \\ \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} &= -\frac{1}{\rho} \text{grad } p + \frac{1}{4\pi\rho} (\text{rot } \mathbf{h} \cdot \mathbf{h}) + \frac{1}{\rho} \text{div } \boldsymbol{\tau} \\ \frac{\partial p}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \text{grad } p) + \gamma p \text{div } \mathbf{v} &= \frac{\gamma-1}{4\pi} \mathbf{v}_m (\text{rot } \mathbf{h})^2 - (\gamma-1) \text{div } \mathbf{q} + (\gamma-1) F \quad (S_1) \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{v}) &= 0, \quad p = R\rho T, \quad \text{div } \boldsymbol{\tau} = \frac{\partial \tau_{ik}}{\partial x_k} \mathbf{e}_i \\ \tau_{ik} &= \mu \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \frac{\partial v_k}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial v_j}{\partial x_j} \delta_{ik} \right) + \xi \frac{\partial v_j}{\partial x_j} \delta_{ik} \\ \mathbf{q} &= -\lambda \text{grad } T, \quad F = \frac{\tau_{ik}}{2} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \frac{\partial v_k}{\partial x_i} \right), \quad \mathbf{v}_m = \frac{c^2}{4\pi\sigma} \end{aligned}$$

Положим, что проводимость  $\sigma$ , коэффициент теплопроводности  $\lambda$ , коэффициенты вязкости  $\mu$  и  $\xi$  газа зависят от  $p$  и плотности  $\rho$  следующим образом:

$$\sigma = a p^m \rho^n, \quad \lambda = b p^\alpha \rho^\psi, \quad \mu = d p^\beta \rho^\varphi, \quad \xi = f p^\beta \rho^\varphi \quad (1)$$

Проведем анализ групповых свойств системы дифференциальных уравнений ( $S_1$ ) при условии (1) в трехмерном пространстве, в котором вектор скорости  $v$  имеет компоненты  $v_1, v_2, v_3$ , а вектор напряженности магнитного поля  $h$  компоненты  $h_1, h_2, h_3$ . Известно, что группа преобразований  $G$ , которую допускает система дифференциальных уравнений вполне определяется алгеброй Ли своих инфинитесимальных операторов. Вычисления по известной методике [3] приводят к результату: алгебра Ли основной группы системы ( $S_1$ ) при условии (1) порождается следующими линейнонезависимыми операторами.

$$\begin{aligned} X_1 &= \frac{\partial}{\partial t}, & X_2^i &= \frac{\partial}{\partial x_i}, & X_3^i &= t \frac{\partial}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial v_i} \quad (i, k = 1, 2, 3) \\ X_{ik} &= x_i \frac{\partial}{\partial x_k} - x_k \frac{\partial}{\partial x_i} + v_i \frac{\partial}{\partial v_k} - v_k \frac{\partial}{\partial v_i} \quad (i < k) \end{aligned} \quad (2)$$

В случае, когда имеется только молекулярная теплопроводность ( $\psi = \varphi, \omega = g$ ) при  $n \neq -m$  происходит дальнейшее расширение группы: к операторам (2) добавляется

$$\begin{aligned} X_4 &= [\alpha(1-n) + 1] t \frac{\partial}{\partial t} + \alpha \frac{1-2n}{2} x_i \frac{\partial}{\partial x_i} - \left(\frac{\alpha}{2} + 1\right) v_i \frac{\partial}{\partial v_i} + \\ &+ \frac{1-2n}{n+m} p \frac{\partial}{\partial p} + \left(\alpha + \frac{2m+1}{n+m}\right) \rho \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{1-2n}{2(n+m)} h_i \frac{\partial}{\partial h_i} \\ \alpha &= \frac{(m-n+1) - \psi(2m+1) + \omega(2n-1)}{(n+m)(n+\psi-1)} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} X_5 &= [\alpha(1-n) - m + 1] t \frac{\partial}{\partial t} + \left(\frac{1-2n}{2} \alpha + \frac{2m+1}{2}\right) x_i \frac{\partial}{\partial x_i} + \\ &+ \frac{\alpha-1}{2} v_i \frac{\partial}{\partial v_i} + p \frac{\partial}{\partial p} + \alpha \rho \frac{\partial}{\partial \rho} - \frac{\alpha(1-2n)-1}{2} h_i \frac{\partial}{\partial h_i} \\ \alpha &= \frac{m+\omega}{1-\psi-n} \end{aligned}$$

В случае  $2m = -n$  к этим операторам добавляется

$$\begin{aligned} X_6 &= [\alpha(1-n) + 2] t \frac{\partial}{\partial t} + \left(\frac{1-2n}{2} \alpha + 1\right) x_i \frac{\partial}{\partial x_i} - \left(\frac{\alpha}{2} + 1\right) v_i \frac{\partial}{\partial v_i} - \\ &4p \frac{\partial}{\partial p} + (\alpha-2) \rho \frac{\partial}{\partial \rho} - 2h_i \frac{\partial}{\partial h_i}, \quad \alpha = \frac{2\omega + \psi - 1}{2(1-n-\psi)} \end{aligned} \quad (4)$$

При  $n = -m$  операторы  $X_4, X_5, X_6$  не имеют места, а к (2) добавляется оператор

$$\begin{aligned} X_7 &= \frac{2m+2}{2m+1} t \frac{\partial}{\partial t} + x_i \frac{\partial}{\partial x_i} + \left(\alpha - \frac{2}{2m+1}\right) p \frac{\partial}{\partial p} + \alpha \rho \frac{\partial}{\partial \rho} - \\ &-\frac{1}{2m+1} v_i \frac{\partial}{\partial v_i} + \left(\frac{\alpha}{2} - \frac{1}{2m+1}\right) h_i \frac{\partial}{\partial h_i}, \quad \alpha = \frac{2\omega + 2m}{(2m+1)(\omega + \psi - 1)} \end{aligned} \quad (5)$$

При рассмотрении лучистой теплопроводности, когда условие  $\psi = \varphi, \omega = g$  не выполнено, операторы  $X_4 - X_6$  имеют место лишь для системы уравнений ( $S_1$ ) без учета членов с вязкостью. Если в системе уравнений ( $S_1$ ) пренебречь членами, учитывающими теплопроводность, а оставить члены с вязкостью, то операторы  $X_4 - X_6$  также справедливы, только в выражениях для  $\alpha$  нужно вместо  $\omega, \psi$  поставить соответственно  $g, \varphi$ .

Если рассматривать движение невязкого электропроводного газа и пренебрегать теплопроводностью, то при условии  $\sigma = a\rho^m \rho^n$  происходит дальнейшее расширение алгебры Ли основной группы системы ( $S_1$ ). К операторам (2) - (5), в которых значение  $\alpha$  следует положить равным нулю, добавляется

при  $n \neq -m$

$$X_8 = (1+m) t \frac{\partial}{\partial t} + \frac{1+2m}{2} x_i \frac{\partial}{\partial x_i} - \frac{1}{2} v_i \frac{\partial}{\partial v_i} + \rho \frac{\partial}{\partial \rho} \quad (6)$$

при  $\gamma = 2$  и  $2m = -n$

$$X_9 = t^2 \frac{\partial}{\partial t} + x_i t \frac{\partial}{\partial x_i} + (v_i t - x_i) \frac{\partial}{\partial v_i} + 4tp \frac{\partial}{\partial p} + 2t\rho \frac{\partial}{\partial \rho} + 2th_i \frac{\partial}{\partial h_i} \quad (7)$$

Расширение группы происходит также и при  $n = -m$

$$X_{10} = p \frac{\partial}{\partial p} + \rho \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{1}{2} h_i \frac{\partial}{\partial h_i} \quad (8)$$

Рассмотрим более подробно случай одномерного движения невязкого электропроводного газа в магнитном поле. Пренебрегая теплопроводностью, обозначим систему уравнений, описывающую данное течение, через  $(S_2)$ . Рассмотрение будем проводить при  $n = -m$ . Это означает, что при приведенных выше предположениях, проводимость газа есть следующая функция температуры —  $\sigma = aT^m$ . Выпишем операторы, относительно которых, при отмеченных допущениях, система уравнений  $(S_2)$  инвариантна

$$\begin{aligned} X_1 &= \frac{\partial}{\partial t}, \quad X_2 = \frac{\partial}{\partial x}, \quad X_3 = t \frac{\partial}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial v}, \quad X_4 = p \frac{\partial}{\partial p} + \rho \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{1}{2} h \frac{\partial}{\partial h} \\ X_5 &= \frac{2m+2}{2m+1} t \frac{\partial}{\partial t} + x \frac{\partial}{\partial x} - \frac{1}{2m+1} v \frac{\partial}{\partial v} - \frac{2}{2m+1} p \frac{\partial}{\partial p} - \frac{1}{2m+1} h \frac{\partial}{\partial h} \end{aligned} \quad (9)$$

Эти операторы имеют место в случае плоских течений. В случае цилиндрически симметричных течений происходит сокращение группы: остаются всего лишь три линейно независимых оператора  $X_1, X_4, X_5$ . Знание основной группы (9) дает возможность находить инвариантные решения системы  $(S_2)$ . Инвариантные решения ранга единица для рассматриваемой системы  $(S_2)$  возможны лишь на однопараметрических подгруппах. Путем использования внутренних автоморфизмов группы преобразований  $G$  построим оптимальную систему однопараметрических подгрупп, дающих возможность найти все существенно различные решения системы уравнений  $(S_2)$ .

Опуская все выкладки, приведем окончательный вид оптимальной системы однопараметрических подгрупп уравнений  $(S_2)$

$$X_1 + \beta X_4, \quad X_5 + \beta X_4, \quad X_2 + \beta X_4, \quad X_3 + \beta X_4, \quad X_1 + X_3 + \beta X_4 \quad (10)$$

где  $\beta$  — произвольная постоянная.

Используя найденные оптимальные подгруппы (10), выпишем соответствующие им, существенно различные инвариантные решения.

1. Подгруппа  $H_1$  с оператором  $X_1 + \beta X_4$ . Инвариантное  $H_1$ -решение имеет вид

$$v = V(x), \quad p = e^{2\beta t} P(x), \quad \rho = e^{2\beta t} \theta(x), \quad h = e^{\beta t} \Phi(x).$$

2. Подгруппа  $H_2$  с оператором  $X_5 + \beta X_4$ . Инвариантное  $H_2$ -решение может быть записано так

$$\begin{aligned} v &= \frac{x}{t} V(\lambda), \quad p = x^{\beta-2/(2m+1)} P(\lambda), \quad \rho = x^{\beta} \theta(\lambda) \\ h &= x^{\beta/2-1/(2m+1)} \Phi(\lambda), \quad \lambda = tx^{-(2m+2)/(2m+1)} \end{aligned}$$

3. Подгруппа  $H_3$  с оператором  $X_2 + \beta X_4$ . Инвариантное  $H_3$ -решение таково

$$v = V(t), \quad p = e^{2\beta X} P(t), \quad \rho = e^{2\beta X} \theta(t), \quad h = e^{\beta X} \Phi(t)$$

4. Подгруппа  $H_4$  с оператором  $X_3 + \beta X_4$ . Инвариантное  $H_4$ -решение имеет вид

$$v = x/t + V(t), \quad p = e^{2\beta x/t} P(t), \quad \rho = e^{2\beta x/t} \theta(t), \quad h = e^{\beta x/t} \Phi(t)$$

5. Подгруппа  $H_5$  с оператором  $X_1 + X_3 + \beta X_4$ . Инвариантное  $H_5$ -решение записывается так

$$v = t + V(\lambda), \quad p = e^{2\beta t} P(\lambda), \quad \rho = e^{2\beta t} \theta(\lambda), \quad h = e^{\beta t} \Phi(\lambda), \quad \lambda = x - 1/2t^2$$

Функции  $V, P, \theta, \Phi$  удовлетворяют соответствующим системам обыкновенных дифференциальных уравнений, которые получаются прямой подстановкой выражений  $v, p, \rho, h$  в систему  $(S_2)$ . Решения системы этих уравнений можно искать, используя численные методы. Однако при условии пропорциональности магнитного давления статическому давлению газа, на подгруппах  $H_3$  и  $H_4$  можно легко найти аналитическое решение задачи. Запишем эти решения.

Инвариантное  $H_3$ -решение при  $m = 3/2$

$$\begin{aligned} v &= -\frac{N}{M} (Mt + C_1)^{3/3} + C_2, \quad \rho = C_3 \exp \left[ \frac{3}{8} \beta \frac{N}{M^2} (Mt + C_1)^{3/3} - \beta C_2 t + \beta x \right] \\ p &= \frac{\gamma - 1}{8\pi} C_3 (Mt + C_1)^{3/3} \exp \left[ \frac{3}{8} \beta \frac{N}{M^2} (Mt + C_1)^{3/3} - \beta C_2 t + \beta x \right] \\ h &= C_3^{1/2} (Mt + C_1)^{1/3} \exp \left[ \frac{3}{16} \beta \frac{N}{M^2} (Mt + C_1)^{3/3} - \frac{\beta}{2} C_2 t + \frac{\beta}{2} x \right] \\ M &= \frac{3}{4} \beta^2 a \left( \frac{8\pi}{\gamma - 1} \right)^{3/2}, \quad N = \frac{3}{5} \frac{\gamma \beta}{8\pi} \end{aligned} \quad (11)$$

Инвариантное  $H_4$ -решение при  $\gamma = 2$  и  $m = 1$

$$v = \frac{x}{t} - N \left[ \frac{M}{2} \frac{(\ln t)^2}{t} + C_1 \frac{\ln t}{t} \right] + C_2$$

$$\rho = C_3 t^{2f(t)} \exp \left[ \beta \frac{x}{t} - \frac{\beta N (M + C_1)}{t} \right] \quad (12)$$

$$p = C_3 \frac{1}{8\pi} \left( M \frac{\ln t}{t} + \frac{C_1}{t} \right) t^{2f(t)} \exp \left[ \beta \frac{x}{t} - \frac{\beta N (M + C_1)}{t} \right]$$

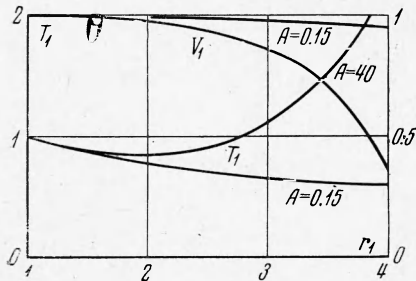
$$h = C_3^{1/2} \left( M \frac{\ln t}{t} + \frac{C_1}{t} \right) t^{f(t)} \exp \left[ \frac{\beta}{2} \frac{x}{t} - \frac{\beta N (M + C_1)}{2t} \right]$$

$$M = 4\pi\beta^2, \quad N = \frac{\beta}{4\pi}, \quad f(t) = \frac{1 + \beta C_2}{2} - \frac{\beta M N \ln t}{4} - \frac{\beta N (M + C_1)}{2t}$$

Постоянные величины  $C_1, C_2, C_3$  находятся из начальных условий задачи.

В заключение, используя найденное инвариантное  $H_1$ -решение, рассмотрим задачу о радиальном течении газа конечной проводимости в продольном магнитном поле. Для этого зададим совокупность бесконечного цилиндрического источника электропроводного газа радиуса  $R_1$  и стока радиуса  $R_2 > R_1$ . Будем рассматривать движение проводящего газа в магнитном поле бесконечного соленоида радиуса  $R_2$ . Из вида  $H_1$ -решения вытекает следующая зависимость тока в соленоиде от времени  $I = I_0 e^{\beta t}$ . Кроме того, положим, что при  $r \leq R_1$ , проводимость  $\sigma$  стремится к бесконечности, а следовательно, напряженность электрического поля равна нулю.

Подставляя из  $H_1$ -решения выражения для  $v, p, \rho, h$  в систему  $(S_2)$ , получим систему уравнений относительно функций  $V(r), P(r), \theta(r), \Phi(r)$



Фиг. 1

$$\beta \Phi + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv\Phi) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( rv_m \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right)$$

$$V \frac{\partial V}{\partial r} = - \frac{1}{\theta} \frac{\partial}{\partial r} \left( p + \frac{\Phi^2}{8\pi} \right),$$

$$2\beta\theta + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rV\theta) = 0 \quad (13)$$

$$2\beta P + V \frac{\partial P}{\partial r} + \gamma P \left( \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{V}{r} \right) =$$

$$= (\gamma - i) \frac{v_m}{4\pi} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right)^2$$

Граничные условия имеют следующий вид:

$$V|_{r=R_1} = V_0, \quad P|_{r=R_1} = P_0, \quad \theta|_{r=R_1} = \theta_0$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial r} \Big|_{r=R_1} = \frac{4\pi\delta}{c^2} V\Phi|_{r=R_1}, \quad \Phi|_{r=R_2} = \frac{4\pi\delta}{c} I_0 \quad (14)$$

Здесь  $\delta$  — число витков на единицу длины соленоида. Четвертое условие получено из закона Ома. Таким образом, получили краевую задачу для системы уравнений (13) с граничными условиями (14).

Для того, чтобы поддерживать заданный в соленоиде ток  $I = I_0 e^{\beta t}$ , в электрический контур, частью которого является соленоид, должна быть включена соответствующая э.д.с.  $E$ . Значение этой э.д.с. определяется из уравнения электрического контура

$$E = I_0 \Omega e^{\beta t} + 2\pi\beta\delta e^{\beta t} \int_{R_1}^{R_2} r\Phi(r) dr$$

где  $\Omega$  — сопротивление электрического контура.

Поставленная задача решалась методом пристрелок на ЭВМ при  $m = 3/2$ . Полученные результаты подтверждают факт об образовании высокотемпературного электропроводного слоя, отмеченный в работах [4, 5]. Возникновение высокотемпературного слоя сопровождается резким торможением газа в этой зоне (фигура); для безразмерных величин, введенных на фигуре приняты следующие обозначения:

$$v_1 = \frac{v}{v_0}, \quad T_1 = \frac{T}{T_0}, \quad A = \frac{2\pi\delta^2 I_0^2}{c^2 p_0}, \quad r_1 = \frac{r}{R_1}$$

Здесь  $v_0, T_0, p_0, I_0$  — характерные значения скорости, температуры, давления и тока.

Автор благодарит С. С. Кацнельсона за полезные советы.

Поступила 13 VIII 1968

## ЛИТЕРАТУРА

1. К о р о б е й н и к о в В. П. Об инвариантных решениях уравнений магнитной гидродинамики. *Магнитная гидродинамика*, 1967, № 3.
2. П а щ е н к о Н. Т., С ы р о в о й В. А. Исследование групповых свойств уравнений движения несжимаемой проводящей жидкости. *Магнитная гидродинамика*, 1967, № 4.
3. О в с я н н и к о в Л. В. Групповые свойства дифференциальных уравнений. Изд-во СО АН СССР, Новосибирск, 1962.
4. Т и х о н о в А. Н., С а м а р с к и й А. А., З а к л я з ь м и н с к и й Л. А. Нелинейный эффект образования самоподдерживающегося высокотемпературного электропроводного слоя газа в нестационарных процессах магнитной гидродинамики. Докл. АН СССР, 1967, т. 3, № 4.
5. В о л о с е в и ч П. П., С о к о л о в В. С. Автомодельная задача о разлете электропроводного газа в среду с заданным осевым магнитным полем. *Магнитная гидродинамика*, 1967, № 1.

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЖОУЛЕВОЙ ДИССИПАЦИИ ПРИ ДВИЖЕНИИ ЖИДКОСТИ С ПЕРЕМЕННОЙ ПРОВОДИМОСТЬЮ В НЕОДНОРОДНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

*В. А. Бучин*

(Москва)

Имеется обширный класс проводников, в которых проводимость нельзя считать не зависящей от плотности тока. Она отлична от константы, прежде всего в таких средах, как плазма и полупроводники. В работах [1,2] исследована физическая сущность этого явления. В них получено, что проводимость есть функция модуля плотности тока. Зависимость тока от напряженности электрического поля в законе Ома становится нелинейной. Как следствие этого становятся нелинейными уравнения электродинамики, причем для разных видов зависимости проводимости от тока эти уравнения могут быть как эллиптическими, так и гиперболическими. В работе [3] показано, что зависимости  $\sigma = \sigma(j)$ , которые приводят ко второму случаю, не имеют физического смысла. Уравнения электродинамики будут эллиптическими, если функция  $\sigma = \sigma(j)$  удовлетворяет следующему условию:

$$\sigma - j \frac{d\sigma}{dj} > 0$$

Во многих случаях на практике проводимость слабо зависит от тока, так что эту зависимость можно представить в виде

$$\sigma = \sigma_0 + \varepsilon \sigma_1(j), \quad \sigma_0 = \text{const} \quad (0.1)$$

Здесь  $\sigma(j)$  — дифференцируемая функция,  $\varepsilon$  — некоторый малый параметр. В этом случае для нахождения искомых величин можно применять метод малого параметра. Так, в работе [4], используя этот метод и предполагая слабую зависимость проводимости от тока, автор исследует вопрос о первом приближении по  $\varepsilon$  для джоулевых потерь в проэлектродной зоне при постоянном магнитном поле. Кроме этих потерь возможны потери еще и за счет концевых эффектов. В каналах МГД-генератора могут реализоваться условия, когда однородное магнитное поле достаточно далеко выходит за электродную зону, а затем его величина резко уменьшается до нуля. В области входа и выхода электропроводной среды из зоны магнитного поля возникают замкнутые токи, которые и приводят к дополнительным потерям. Если длина участка однородного поля вне электродной зоны более чем в два раза превосходит ширину канала, то с большой степенью точности эффекты входа и выхода среды в канале генератора можно изучать, рассматривая задачу о распределении тока в проводящей среде, движущейся в бесконечно длинном канале с диэлектрическими стенками при наличии магнитного поля, постоянного в одной половине канала и равного нулю в другой. Расчет джоулевых потерь для канала с параллельными стенками в случае постоянной проводимости дан в работе [5].

Ниже рассмотрена эта же задача, но в предположении, что проводимость слабо зависит от тока. При этом получена формула, дающая первое приближение по  $\varepsilon$ , для