

О ДВИЖЕНИИ ТРОЙНОЙ КОНФИГУРАЦИИ УДАРНЫХ ВОЛН
С ОБРАЗОВАНИЕМ СЛЕДА ЗА ТОЧКОЙ ВЕТВЛЕНИЯ

В. Г. Дулов

(Новосибирск)

Если три образующих фронтов ударных волн сходятся в одной точке, то законы сохранения, связывающие параметры газа в окрестности такой точки, дают переопределенную систему соотношения. Для устранения возможного противоречия необходимо увеличить количество исходных параметров. Как правило достаточным является предположение о наличии контактного разрыва, выходящего из точки ветвления. Возможно также появление двух контактных разрезов, которые образуют два противоположных берега изобарической области, заполненной газом в состоянии покоя по отношению к точке ветвления скачков. Такая область названа следом тройной точки по аналогии с аэродинамическим следом при обтекании тел с отрывом потока.

В работе выводится и обсуждается замкнутая система из пяти обыкновенных дифференциальных уравнений, которая приближенно описывает динамику потока, содержащего разветвленную систему скачков с развивающимся следом за тройной точкой.

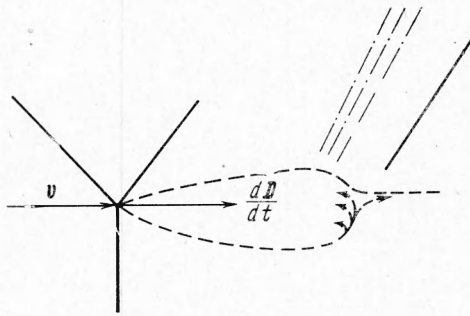
1. В стационарных условиях след за тройной точкой не возникает, так как малые касательные напряжения на его границе не могут быть уравновешены, и в любом реальном потоке такое образование оторвется от волновой конфигурации, свернется в вихри и будет унесено потоком.

При движении тройной конфигурации с ускорением, направленным вдоль вектора относительной скорости набегающего потока перед точкой ветвления, равнодействующая касательных напряжений на границе следа может быть скомпенсирована силами инерции и след, заполненный вихрями, может развиваться за счет подпитки массой из внешнего потока. Одна часть внешнего потока претерпевает однократное сжатие на фронте ударной волны, другая проходит через два скачка. Эти воздействия на потоки приводят к одинаковым увеличениям давления. Поэтому в потоке с однократным сжатием волна должна быть наиболее сильной, близкой к прямому скачку.

Если все волны имеют конечную интенсивность, то скоростной напор в потоке, претерпевшем двухступенчатое сжатие, во много раз больше скоростного напора за сильным скачком. Это значит, что роль первого из указанных потоков по отношению ко второму приближается к эффекту твердой стенки. Граница с высоконапорным потоком становится почти прямолинейной, и освобождение объема для развивающегося следа происходит главным образом за счет деформации потока, прошедшего через почти прямой скачок. Граница этого потока становится существенно криволинейной, и в основном вдоль нее движется газ, проникающий в область следа. Отмеченные особенности структуры течения отражены на фиг. 1, где сплошными линиями нанесены фронты ударных волн, пунктиром — контактные разрывы, штрихпунктиром — характеристики, v — скорость набегающего потока, D — скорость перемещения точки ветвления.

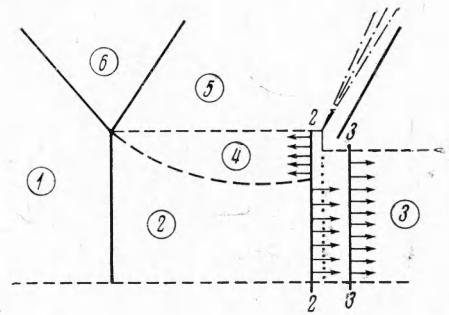
В рассматриваемом случае взаимной ориентации скорости набегающего потока и ускорения точки ветвления интенсивность волны, близкой к прямому скачку, со временем убывает. При отсутствии следа (частный

случай — два берега следа сливаются в единый контактный разрыв) за фронтом такой волны образуется относительно узкая зона быстрого изменения параметров. При наличии почти изобарического следа такая зона отделяется от волны и движется за ней на изменяющемся расстоянии, равном протяженности следа. Наличие участка резкого изменения геометрии потока на «хвосте» следа позволяет имитировать это явление разрывом параметров с включением в их число площади сечения потока и массового расхода, поскольку именно в хвостовой части следа сосредоточен основной отбор массы в область следа.



Фиг. 1

Перечисленные структурные особенности рассматриваемого течения отражены в следующей идеализированной схеме потока. На фиг. 2 1 — область непрерывного, вообще говоря, неравномерного течения — набегающего потока; 2 — нестационарное течение с дозвуковой относительно скачка скоростью, которое может рассматриваться в одномерном приближении с площадью поперечного сечения, изменяющейся по координате и во времени. Течение в этой области носит характер энтропийных волн, генерируемых нестационарной сильной ударной волной; 3 — область, аналогичная 2, но с более простыми свойствами: площадь сечения здесь зависит только от времени и не зависит от продольной координаты. Контакт областей 2 и 3 осуществляется через условный разрыв, удовлетворяющий законам сохранения. Стрелками указаны направления скоростей по отношению к движущемуся разрыву. На участке, где стрелки обращены вспять, осуществляется подпитка массой области следа; 4 — область течения в следе; 5 и 6 — области квазистационарных сверхзвуковых равномерных течений газа.



Фиг. 2

Ниже выводится и обсуждается замкнутая система уравнений для охарактеризованной качественной схемы потока.

2. Для областей непрерывного течения газа в трубке тока, проходящей через сильный скачок, возможно аналитическое описание течения в одномерном приближении с площадью поперечного сечения потока F , зависящей от времени t и продольной координаты x . Система уравнений движения запишется в виде

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \rho F}{\partial t} + \frac{\partial \rho v F}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} + v \frac{\partial S}{\partial x} = 0, \quad S = \frac{p^{1/k}}{\rho}$$

Здесь v — скорость, p — давление, ρ — плотность, S — энтропийная функция, k — отношение теплоемкостей. Согласно принятой упрощенной схеме течения (фиг. 2) на участках непрерывного течения давление является функцией только времени ($\partial p / \partial x = 0$). При таком условии на-

писанная система уравнений интегрируется. Общее решение получается в виде

$$(2.1) \quad p^{1/k} F [1 + tV'(\lambda)] = \beta(\lambda), \quad v = V(\lambda), \quad S = S(\lambda), \quad \lambda = x - vt, \\ p = p(t)$$

где β , V и S — произвольные функции аргумента λ .

Если площадь сечения потока F зависит только от времени, как это имеет место для области \mathcal{Z} , то две произвольные функции, а именно β и V , определяются с точностью до произвольных констант. В этом случае из (2.1) следует, что

$$V'(\lambda) \equiv \text{const} = A, \quad \beta(\lambda) = \text{const} = C$$

Таким образом, для области \mathcal{Z}

$$(2.2) \quad F = F(t), \quad p^{1/k} F (1 + At) = C, \quad v = \frac{Ax + B}{At + 1}, \quad \lambda = \frac{x - Bt}{1 + At}$$

где A , B , C — произвольные константы.

3. В соответствии с модельной схемой течения, изображенной на фиг. 2, в сечении, где обрывается след, условно устанавливается скачок параметров потока. Поскольку такой скачок имитирует быстрое, но непрерывное изменение параметров, то процесс перехода через разрыв можно считать изэнтропическим. Возьмем два смежных сечения (2—2, 3—3) соответственно перед и за имитирующим разрывом. Учитывая внешний поток с большим скоростным напором, можно допустить изменение площади сечения потока при прохождении через рассматриваемый разрыв только в сторону уменьшения. В этом случае внешний сверхзвуковой поток, обтекая условную ступеньку (фиг. 2), пройдет сквозь две волны — разрежения и сжатия — практически равной интенсивности, ибо углы разворота потока в этих волнах должны быть равными.

Полное восстановление давления может не произойти, если волна сжатия представляет собой достаточно сильную ударную волну, что, по-видимому, следует исключить в рассматриваемых условиях. Тогда можно принять равенство давлений по обе стороны разрыва. Отсюда и из предположения об изэнтропичности следует равенство плотностей в сечениях 2—2 и 3—3. Таким образом, резким изменениям между указанными сечениями подвергаются скорость, площадь сечения потока и массовый расход, который изменяется за счет отбора массы в след. Примем, что частицы газа поступают в след без дополнительных необратимых потерь. Тогда из равенства энтропии и давления у этих частиц следует, что плотности в них равны плотности в сечении 2—2 основного потока ρ_2 .

Пусть F — площадь скачка уплотнения в основании области 2, N — скорость перемещения условного скачка, q — приток массы в след. Будем отмечать индексами 2 и 3 параметры в сечениях 2—2 и 3—3. Выражения для массовых расходов

$$(3.1) \quad Q_2 = \rho_2 F_2 (v_2 - N), \quad q = \rho_2 (F - F_2)(N - D), \\ Q_3 = \rho_2 F_3 (v_3 - N)$$

Соответствующие плотности полной энергии

$$\varepsilon_2 = \frac{v_2^2}{2} + \frac{1}{k-1} \frac{p_2}{\rho_2}, \quad \varepsilon = \frac{D^2}{2} + \frac{1}{k-1} \frac{p_2}{\rho_2}, \quad \varepsilon_3 = \frac{v_3^2}{2} + \frac{1}{k-1} \frac{p_2}{\rho_2}$$

Пусть p' — давление на контактном разрыве между сечениями 2—2 и 3—3. Выпишем условия совместности, которые следуют из законов

сохранения

$$\begin{aligned} Q_2 &= Q_3 + q, \quad Q_2 v_2 + p_2 F = \\ &= Q_3 F_3 + p_3 F_3 + qD + p' (F - F_3) \\ \varepsilon_2 Q_2 + p_2 v_2 F_2 &= Q_3 \varepsilon_3 + p_3 v_3 F_3 + q\varepsilon - \bar{p}_2 D (F - F_2) + p' (F - F_3) N \end{aligned}$$

Преобразования с учетом сделанных предположений приводят к следующей удобной форме записи последних соотношений

$$\begin{aligned} (3.2) \quad Q_2 - Q_3 - q &= 0 \\ Q_2 (v_2 - N) - Q_3 (v_3 - N) - q (D - N) &= \\ &= (p_2 - p') (F_3 - F) \\ Q_2 (v_2 - N)^2 - Q_3 (v_3 - N)^2 - q (D - N)^2 &= 0 \end{aligned}$$

4. В стационарном набегающем потоке давление — известная функция координат $p = p(x, y)$, в течении за фронтом $p = p(t)$, энтропия в набегающем потоке $S_1 = \text{const}$. Из соотношений на ударной волне скорость перемещения волны D может быть выражена через скорость газа за фронтом V и число Маха M_1 в набегающем потоке. Рассматривая наиболее сильную волну в тройной конфигурации как прямой скачок, можно выписать три независимых соотношения для газа, прошедшего сквозь фронт этой волны. Для упрощения записей используем приближенные формулы, полагая $1/M^2 \ll 1$, $|D/v_m| \ll 1$, где v_m — максимальная скорость стационарного истечения в вакуум

$$\begin{aligned} (4.1) \quad D &= \frac{k+1}{2} V(\lambda) - \frac{k-1}{2} v_m, \quad \frac{p(t)}{p(xy)} = \frac{2k}{k+1} M_1^2 \left(1 - 2 \frac{D}{v_m}\right), \\ \frac{S(\lambda)}{S_1} &= \frac{k-1}{k+1} \left(\frac{2k}{k+1}\right)^{1/k} M_1^{2/k} \left(1 - \frac{2}{k} \frac{D}{v_m}\right) \end{aligned}$$

5. Рассмотрим условия, учитывающие факт существования тройной конфигурации скачков. Направим ось X вдоль вектора скорости в области 5 (фиг. 2). Пусть ϑ — угол наклона вектора скорости к оси X перед тройной точкой, ϑ_1 — угол разворота потока на фронте волны между областями 1 и 6, ϑ_6 — аналогичный угол для скачка, разделяющего области 5 и 6. Тогда

$$(5.1) \quad \vartheta + \vartheta_1 + \vartheta_6 = 0$$

Для схемы течения, изображенной на фиг. 2, построение тройной конфигурации при заданном ϑ , которая удовлетворяет условию (5.1), сводится в нахождению корней трансцендентного уравнения. Это возможно в каждом конкретном случае, но затруднительно при использовании такой процедуры в качестве граничного условия. Упрощение расчетных соотношений достигается линеаризацией по отношению к тройной конфигурации с одним прямым скачком [1]. Рассмотрим этот прием. Введем в рассмотрение функции двух переменных, которые обозначим через P и R , а их аргументы — через M и Z

$$\begin{aligned} (5.2) \quad P(M, z) &= \frac{z-1}{1+kM^2-z} \left[\frac{2k(k+1)^{-1}M^2}{z+(k-1)/(k+1)} \right]^{1/2} \\ R(M, z) &= \left[M^2 \left(\frac{k+1}{k-1} z + 1 \right) - \frac{2}{k-1} (z^2 - 1) \right] \left[z \left(z - \frac{k+1}{k-1} \right) \right]^{-1/2} \end{aligned}$$

Первый аргумент в дальнейшем имеет смысл чисел Маха, а в качестве второго берутся различные отношения давлений. Отмечая параметры номерами соответствующих областей, можем записать

$$\begin{aligned} \text{tg } \vartheta_1 &= P(M_1, p_6/p_1), \quad \text{tg } \vartheta_6 = P(M_6, p_5/p_6), \quad M_6^2 = \\ &= R(M_1, p_6/p_1) \end{aligned}$$

Будем отмечать вторым индексом 0 параметры тройной конфигурации, в которой сильный скачок не приближенно, а точно является прямым. Тогда $\vartheta_{10} + \vartheta_{60} = 0$, или в силу последних равенств

$$\begin{aligned} M_{60}^2 &= R(M_1, p_{60}/p_1), \quad p_{50}/p_1 = 2kM_1^2/(k+1) - \\ &- (k-1)/(k+1) \\ (5.3) \quad &\arcsin \operatorname{tg} P(M_1, p_{60}/p_1) - \arcsin \operatorname{tg} P(M_{60}, p_{50}/p_{60}) = 0 \end{aligned}$$

Соотношения (5.3) дают трансцендентное уравнение для величины давления p_{60} между фронтами разветвленных скачков. В дальнейшем будем считать, что это уравнение решено, т. е. найдена зависимость $p_{60}/p_1 = f(k, M)$. Для приближенных расчетов эту зависимость удобно представить в виде полинома по двум аргументам $1/M$ и $(k-1)$. В интервалах параметров $1.15 \leq k \leq 1.67$, $2 \leq M \leq 10$ приближение с точностью до 3% дает квадратичный полином

$$\begin{aligned} (5.4) \quad p_{50}/p_{60} &= a + b/M + c/M^2, \quad a = -0.07 + 0.77(k-1) + \\ &+ 1.02(k-1)^2 \\ b &= 1.74 - 4.86(k-1) + 8.24(k-1)^2, \quad c = -1.19 + \\ &+ 5.85(k-1) - 12.16(k-1)^2 \end{aligned}$$

Далее предполагаем, что угол ϑ мал и параметры течения между фронтами скачков мало отличаются от соответствующих параметров в конфигурации с одним прямым скачком

$$p_5 = p_{50} + \Delta p_5, \quad p_6 = p_{60} + \Delta p_6, \quad M_6 = M_{60} + \Delta M_6$$

Для производных от функций (5.2) введем следующие обозначения:

$$\begin{aligned} (5.5) \quad P_1(M, z) &= \frac{\partial P}{\partial (M^2)} = \frac{k^2}{k+1} P(M, z) (z+1 - M^2) \times \\ &\times \left[(1 + kM^2 - z) \left(\frac{2k}{k+1} M^2 - z - \frac{k-1}{k+1} \right) \right]^{-1} \\ P_2(M, z) &= \frac{\partial P}{\partial z} = P \left(\frac{1}{z-1} + \frac{1}{1+kM^2-z} - \right. \\ &\left. - \frac{0.5}{z+(k-1)/(k+1)} - \frac{0.5}{2kM^2/(k+1)-z-(k-1)/(k+1)} \right) \\ R_2(M, z) &= \frac{\partial R}{\partial z} = - \left(M^2 + \frac{2}{k-1} \right) \left[\frac{k+1}{k-1} (z^2+1) + 2z \right] \times \\ &\times \left[z \left(\frac{k+1}{k-1} + z \right) \right]^{-2} \end{aligned}$$

С точностью до малых величин первого порядка из равенства (5.1) находим

$$\begin{aligned} (5.6) \quad \Delta p_6/p_1 &= \sigma \vartheta \\ \sigma &= \{ \cos^2 \vartheta_{60} [P_2(M_1, p_{60}/p_1) + P_1(M_{60}, p_{50}/p_{60}) R_2(M_1, p_{60}/p_1) + \\ &+ P_2(M_{60}, p_{50}/p_{60}) (p_1/p_{60})^2 (p_{50}/p_1)] \}^{-1} \end{aligned}$$

Рассмотрим угловой коэффициент наклона фронта ударной волны между областями 1 и 6: $dy/dx = \operatorname{tg}(\omega - \vartheta)$, где ω — угол наклона фронта волны к локальному направлению вектора скорости перед фронтом. Полагаем $\omega = \omega_0 + \Delta\omega$. Используя связь между давлением и углом наклона волны

$$p_6/p_1 = \frac{2k}{k+1} M^2 \sin^2 \omega - \frac{k-1}{k+1}$$

с принятой выше точностью получим

$$(5.7) \quad dy/dx = \operatorname{tg} \omega_0 + \frac{k+1}{4kM^2 \sin \omega_0 \cos^3 \omega_0} \frac{\Delta p_6}{p_1} - \frac{\vartheta}{\cos^2 \omega_0}$$

В использованных формулах число Маха составлено по относительной скорости потока перед фронтом

$$M = (v_1 - D)/a_1 = M_1 - D/a_1$$

Далее в разложениях сохраняем только линейные члены по D . Тогда из (5.6) и (5.7) получим

$$(5.8) \quad \begin{aligned} dy/dx &= -K_0 + K_1 D/v_m + K_2 \vartheta \\ K_1 &= \frac{k}{k+1} M_1 \sqrt{M_1^2 + 2/(k-1)} \left\{ M_1 \frac{\partial f(k, M_1)}{\partial M_1} - \right. \\ &\quad \left. - 2 \left[f(k, M_1) + \frac{k-1}{k+1} \right] \left[\frac{2k}{k+1} M_1^2 - f(k, M_1) - (k-1)/(k+1) \right]^{-2} \right\} \\ K_0 &= \operatorname{tg} \omega_0|_{D=0}, \quad K_2 = \frac{1}{\cos^2 \omega_0} \left[\frac{(k+1) p_{60}/p_1}{4k M_1^2 \sin \omega_0 \cos \omega_0} - 1 \right] \end{aligned}$$

Уравнение (5.8) характеризует существенно неоднмерные эффекты тройной конфигурации волн и замыкает систему приведенных выше уравнений.

6. Полная система полученных соотношений записана в неудобной для анализа форме. Отделим конечные связи от дифференциальных, а дифференциальные уравнения преобразуем к стандартной форме записи. Удобно все искомые величины рассматривать как функции параметра λ , введенного соотношением (2.4). Пусть $x = x(\lambda)$, $t = t(\lambda)$ — параметрические уравнения движения фронта ударной волны, $\xi = \xi(\lambda)$, $\tau = \tau(\lambda)$ — координаты точки на траектории имитирующего разрыва в плоскости xt с теми же значениями λ , что и на ударной волне. Условия совместности (3.1), (3.2) будем относить к этой точке. Тогда все функции, зависящие только от λ , не различаются за фронтом волны и в сечении 2—2, т. е. следует положить

$$v_2 = V(\lambda), \quad S_2 = S(\lambda), \quad \beta_2 = \beta(\lambda); \quad p(\lambda) \neq p_2(\lambda), \quad F(\lambda) \neq F_2(\lambda)$$

поскольку p зависит от времени, а не от λ , F является функцией и λ , и t . Тот факт, что p зависит только от одного аргумента t , может быть выражен следующим равенством:

$$p_2(\lambda) = p[\lambda(t)]|_{t=\tau(\lambda)}$$

где $\lambda(t)$ является значениями λ на фронте ударной волны. Дифференцируя последнее равенство по λ , получим

$$(6.1) \quad \frac{dp_2}{d\lambda} \frac{dt}{d\lambda} = \frac{dp}{d\lambda} \frac{d\tau}{d\lambda}$$

В силу первой из формул (2.4)

$$(6.2) \quad \frac{dV}{d\lambda} = \frac{v-1}{t-v\tau}, \quad v = \frac{F_2 p_2^{1/k}}{F p^{1/k}}$$

Принимая во внимание, что

$$V = \frac{x-\lambda}{t} = \frac{\xi-\lambda}{\tau}, \quad \frac{dx}{d\lambda} = D \frac{dt}{d\lambda}$$

а также учитывая дифференциальные равенства (5.8), (6.1) и вторую формулу (4.1) после преобразований получим систему дифференциальных уравнений

$$(6.3) \quad \begin{aligned} \frac{dx}{d\lambda} &= \frac{Dv(1-\tau/t)}{(D-V)(1-v\tau/t)}, \quad \frac{dt}{d\lambda} = \frac{v(1-\tau/t)}{(D-V)(1-v\tau/t)} \\ \frac{dt}{d\lambda} &= v \frac{N-V}{D-V} \frac{d\tau}{d\lambda}, \quad \frac{dy}{d\lambda} = \left[-K_0 + K_1 \frac{D}{v_m} + K_2 \vartheta(x, y) \right] \frac{dx}{d\lambda} \end{aligned}$$

$$\frac{dp_2}{d\lambda} - \frac{2k^2}{k+1} \frac{D-V}{v} \left\{ \left(1 - \frac{k+1}{kv_m} \frac{x-\xi}{t-\tau} \right) \left| \frac{\partial(p, M_1^2)}{\partial x} \frac{dx}{d\lambda} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{\partial(p_1 M_1^2)}{dy} \frac{dy}{d\lambda} \right] - \frac{k+1}{k} \frac{v-1}{t-v\tau} p_1 M_1^2 \right\}$$

Искомые функциями здесь являются x, t, y, τ, p_2 . Функции $p_1 = p(x, y)$, $M_1 = M(x, y)$ характеризуют стационарное состояние движения в набегающем потоке и предполагаются заданными. Входящие в коэффициенты системы (6.3) величины D и V выражаются через искомые функции, ибо согласно первой формуле (4.1)

$$D = \frac{k+1}{2} V - \frac{k-1}{2} v_m = \frac{k+1}{2} \frac{x-\xi}{t-\tau} - \frac{k-1}{2} v_m$$

В системе (6.3) не определены явно через искомые функции величины v и N . Для нахождения зависимостей требуемой структуры следует использовать оставшиеся алгебраические соотношения: три равенства (3.2), три формулы для расходов (3.1) и два равенства, следующие из общего решения для области \mathcal{Z} в форме (2.2)

$$v_3 = (A\xi + B)/(A\tau + 1), \quad p_2^{1/k} F_3 (1 + A\tau) = C$$

Перечисленные восемь алгебраических равенств содержат восемь искомых величин ($N, Q_2, F_2, q, Q_3, F_3, v_3, p'$), которые должны быть найдены в виде функций от x, t, y, τ, p_2 . Большое количество искомых величин является дефектом записи. Соответствующие упрощения системы, связанные с сокращением неизвестных, производятся просто, но несколько громоздко, и здесь опускаются тем более, что каждая из перечисленных выше восьми искомых величин является интересной характеристикой процесса. Упрощение может быть доведено, например, до одного квадратного уравнения относительно N , которое получается, если (3.2) решить как линейную систему относительно расходов и результаты приравнять выражениям (3.1).

Справедливы следующие утверждения: 1) принятая структурная схематизация течения непротиворечива с точки зрения ее аналитического описания; 2) течение обладает высокой степенью определенности: произвол в решении — несколько констант.

Последнее утверждение касается, естественно, только «скелета» течения; пространственные искажения полей параметров, нарушение квазистационарности давления внесут должный произвол, но исходная качественная конфигурация потока предполагается устойчивой, и сформулированные утверждения относятся лишь к этой конфигурации.

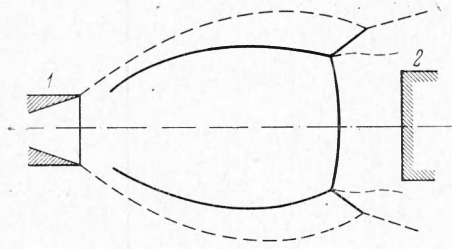
Частичным замораживанием слабоменяющихся коэффициентов можно получить приближенное решение системы (6.3). Поскольку обычно $V \ll v_m$, то из первого равенства (6.3) следует, что практически $D - V = \text{const}$. Коэффициент v представляет собой отношение массовых расходов через сечение, где находится ударная волна, и сечение 2—2, взятое при том же λ . Коэффициент $v(N - V)/(D - V)$ характеризует различие относительных расходов через те же, но движущиеся сечения. Обе эти величины не могут претерпевать больших и резких изменений и на значительных интервалах допускают замену средними значениями. В таком приближении решение системы (6.3) запишется в виде

$$(6.4) \quad x = C_1 \lambda^{(k+1)/2} + v_1 \lambda + x_0, \quad t = v_2 \lambda, \quad t = \mu \tau \\ v_1 = \frac{k+1}{k-1} + v_2 v_m, \quad v_2 = \frac{v(1-\mu)}{(D-V)(1-v\mu)}, \quad \mu = v \frac{N-V}{D-V}$$

где C_1, x_0 — произвольные константы. Два последних уравнения системы

(6.3) могут быть проинтегрированы при конкретном аналитическом задании состояния движения в невозмущенном течении.

7. При набегании недорасширенной сверхзвуковой струи на преграду формируется сложный поток с разветвленной системой скачков уплотнения, содержащий области местного дозвукового течения, контактные поверхности и участки течения с большими градиентами параметров (см. фиг. 3, где 1 — сопло, 2 — преграда, сплошные линии — ударные волны, пунктир — контактные разрывы).



Фиг. 3

Изучение свойств и структуры таких потоков осложняется тем, что в некоторых диапазонах исходных параметров стационарная конфигурация течения становится неустойчивой, реализуется самопроизвольный переход стационарного потока в нестационарный, и перед лицевой стороной преграды возникает сильно пульсирующий режим [2]. Объяснение механизма таких явлений

отсутствует. Пульсации потока сопровождаются значительными перемещениями по неравномерному фону сильного центрального скачка, в результате чего по дозвуковой струйке за этим скачком проходят интенсивные энтропийные волны.

Обычно наблюдаются несколько дискретных колебательных тонов, существенно различающихся по частоте. Низкочастотные пульсации могут иметь большую амплитуду. У высокочастотных колебаний амплитуда обычно невелика, а оценки частоты показывают, что эти колебания связаны с процессами, распространяющимися со скоростью звука.

Первый шаг в построении модели низкочастотных циклов состоит в игнорировании роли высокочастотных колебаний, их искажающего влияния на развитие процессов во времени. Это достигается, если принять скорость звука равной бесконечности в дозвуковой области за центральным скачком. В таком приближении квазистационарность процессов в местной дозвуковой области нарушается только энтропийными волнами. В пределах одного периода эволюцию волновой структуры можно описать с помощью рассмотренной выше схематической модели волн. Пусть в некотором промежуточном положении центрального скачка возникает произвольный разрыв параметров газа, распад которого вызывает движение этого скачка в направлении от преграды в сторону сопла с некоторой конечной скоростью $D_0 < 0$. Дальнейшее изменение скорости волны можно определить, используя приближенный закон (6.4)

$$D = \left(D_0 - \frac{v_1}{v_2} \right) \left(\frac{t}{t_0} \right)^{(k-1)/2} + \frac{v_1}{v_2}, \quad v_2 < 0, \quad v_1 > 0$$

Скорость волны убывает со временем и в некоторый момент обращается в нуль, после чего начинается обратное движение волны в сторону преграды. Интенсивность центрального скачка монотонно убывает. Поэтому число Маха за фронтом растет. Перед преградой в некоторый момент времени скорость становится сверхзвуковой. Это приводит к появлению ударной волны, интенсивность которой растет по мере удаления от преграды. В момент встречи этой волны с центральным скачком возникает произвольный разрыв, распад которого создает предпосылки для повторного цикла. Эти предпосылки не возникают в двух случаях: 1) преграда находится слишком близко к срезу сопла (не достигаются сверхзвуковые скорости в набегающей центральной струйке); 2) преграда

отстоит слишком далеко. Сверхзвуковая скорость перед преградой достигается в стационарной свободной струе, и преграда не влияет на центральный скачок.

Существует относительно узкий интервал, в котором описанная схема допускает возникновение самоподдерживающегося колебательного режима.

Поступила 24 VI 1973

ЛИТЕРАТУРА

1. Дулов В. Г., Смирнова Г. И. Расчет основных параметров свободных сверхзвуковых струй сжимаемой жидкости. ПМТФ, 1971, № 3.
2. Голубков А. Г., Козьменко Б. К., Остапенко В. А., Солотчин А. В. О взаимодействии сверхзвуковой недорасширенной струи с плоской ограниченной преградой. Изв. СО АН СССР, Сер. техн. н., 1972, вып. 3, № 13.