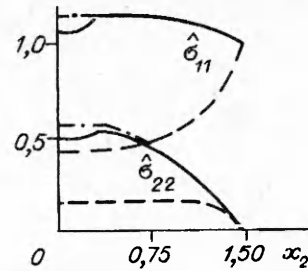
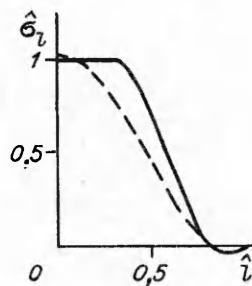


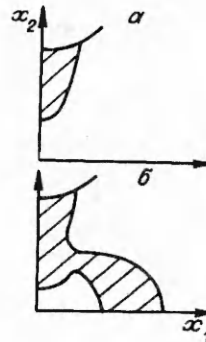
Р и с. 2



Р и с. 3



Р и с. 4



Р и с. 5

допустимой нагрузкой $T = T_*$. Естественно, значение T_* может уточняться путем измельчения шагов Δt . Дополнительным признаком достижения T_* является резкое возрастание скоростей смещений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Солодовников В. Н. Об одном алгоритме решения задач пластичности и ползучести методом конечных элементов // Динамика сплошной среды: Сб. науч. тр./РАН, Сиб. отд-ние, Ин-т гидродинамики.— 1991.— Вып. 103.
2. Качанов Л. М. Основы теории пластичности.— М.: Наука, 1969.
3. Bathe K. J. Finite element procedures in engineering analysis.— Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1982.
4. Лин Чи-бинь. О коэффициенте концентрации напряжений в узкой пластине с выточками // Тр. Америк. о-ва инж.-мех. Сер. Е. Прикладная механика.— 1968.— Т. 35, № 4.
5. Петерсон Р. Коэффициенты концентрации напряжений.— М.: Мир, 1977.
6. Hill R. On discontinuous plastic states, with special reference to localized necking in thin sheets // J. Mech. and Phys. of Solids.— 1952.— V. 1, N 1.

г. Новосибирск

Поступила 30/XII 1992 г.,
в окончательном варианте — 10/II 1993 г.

УДК 539.376

В. Н. Маклаков

ПОСТРОЕНИЕ ОПРЕДЕЛЯЮЩИХ УРАВНЕНИЙ ПОЛЗУЧЕСТИ МАТЕРИАЛОВ С УЧЕТОМ СТАДИИ РАЗУПРОЧНЕНИЯ ПРИ ОДНООСНОМ ДЕФОРМИРОВАНИИ

Рассматриваются вопросы построения определяющих уравнений ползучести и длительной прочности металлических материалов. В качестве критерия разрушения элементарного объема материала использовано условие достижения плотностью внутренней энергии своего предельного значения. Показано, что предложенная модель приводит к линейному закону сум-

© В. Н. Маклаков, 1993

мирования поврежденности с весовыми коэффициентами, зависящими от истории нагружения, позволяет описать немонотонный характер (с одним или двумя локальными экстремумами) зависимости значений деформации ползучести в момент разрушения от напряжений. Апробация модели выполнена для нескольких материалов.

1. Рассмотрим процесс одномерной изотермической ползучести металлических материалов и выделим некоторые закономерности, наблюдаемые в опытах до разрушения. При отсутствии стадии упрочнения кривая ползучести при постоянном напряжении σ состоит из двух участков: стадии установившегося течения (второй стадии), где скорость деформации постоянна и равна минимальной \dot{p}_{\min} , и стадии разупрочнения (третьей стадии), где скорость возрастает от минимальной до своего предельного значения в момент разрушения [1]. Различают следующие случаи деформирования.

1. Длительность второй стадии составляет незначительную часть от долговечности, и скорость деформации ползучести \dot{p}_* в момент разрушения t_* неограниченно возрастает [1, 2].

2. Длительность второй стадии составляет незначительную часть от долговечности, и \dot{p}_* есть конечная величина [3—5].

3. Длительности второй и третьей стадий сравнимы между собой, и \dot{p}_* неограниченно возрастает [6, 7].

4. Длительности второй и третьей стадий сравнимы между собой, и \dot{p}_* есть конечная величина [8, 9].

Система кинетических определяющих уравнений [1]

$$(1.1) \quad \dot{p} = C\sigma^n (1 - \omega)^{-r}, \quad \dot{\omega} = B\sigma^s (1 - \omega)^{-q},$$

где ω — параметр поврежденности, $\omega = 0$ для начального состояния и $\omega_* = 1$ в момент разрушения, описывает случай 1, так как при $t > 0$ имеем $\dot{p} > \dot{p}_{\min} = C\sigma^n$ и $\dot{p}_* \rightarrow \infty$ при $\omega_* \rightarrow 1$.

Для случая 2 могут быть использованы модели [3—5]. Системы уравнений, предложенные в [1, 2, 6], описывают случай 3. Данные этих работ свидетельствуют о том, что ни одна из моделей не описывает одновременно все указанные случаи деформирования материалов при ползучести. Разработка такой модели и является целью настоящей работы.

Будем трактовать структурный параметр ω как величину, связанную со скоростью деформации ползучести и не связанную с прочностными свойствами материала. При этом выполнение условия $\omega_* = 1$ необязательно. Эффективные напряжения представим как $\sigma/(1 - \omega)$ [1, 2], а дифференциальное уравнение для скорости деформации ползучести примем в виде [2] $\dot{p} = C [\sigma/(1 - \omega)]^n$.

Система уравнений (1.1) предсказывает увеличение параметра ω при любом $t > 0$, так как $\dot{\omega} = F\sigma^m \dot{p}^\beta$, где $F = BC^{-q/r}$, $m = s - nq/r$, $\beta = q/r$, тогда как для удовлетворительного описания второй стадии необходимо обеспечить выполнение условия $\dot{\omega}(t) \approx 0$ в силу того, что скорость установившегося течения есть постоянная величина. Для описания указанной особенности примем $\dot{\omega} = F\sigma^m (\dot{p} - \dot{p}_{\min})^\beta$. Данное уравнение согласовывается с экспериментально установленным фактом, что на второй стадии не наблюдаются структурные изменения материала [10].

Рассмотрим критерий разрушения. В [11, 12] приведены результаты опытов при циклическом нагружении в изотермических условиях, где в процессе деформирования контролировались величины работы внешних макроскопических сил A и рассеянной тепловой энергии Q . Из экспериментальных исследований видно: во-первых, что графики величин $Q(t)$, $A(t)$ оказались подобными с коэффициентом подобия $k(\sigma_a)$: $Q(t)/A(t) = k(\sigma_a)$, где t — время, σ_a — амплитуда напряжения (рис. 1, сталь 45 [11]); во-вторых, отношение Q_* к A_* в момент разрушения есть монотонная функция $Q_*/A_* = f(\sigma_a)$ (рис. 2, линии 1—4 для сталей 25, 45, 2X13, 40X [11]); в-третьих, критическое значение $U_* = A_* - Q_*$ в момент разрушения не зависит от истории нагружения и является постоянной материала.

Уравнение баланса энергий (первый закон термодинамики) [11, 12] показывает, что при деформировании одна часть $A(t)$ расходуется на изме-

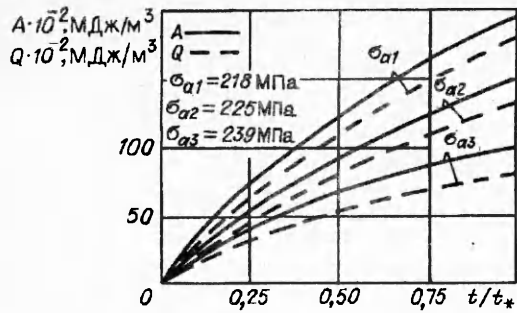


Рис. 1

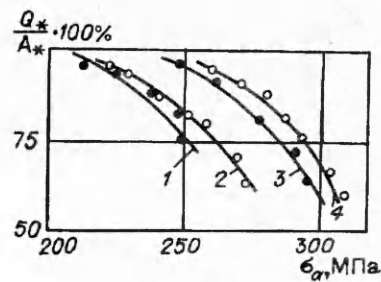


Рис. 2

нение внутренней энергии (накапливается материалом), а оставшаяся рассеивается в виде тепла в окружающую среду. Поэтому в качестве меры накопления поврежденности естественно выбрать именно плотность внутренней энергии

$$(1.2) \quad U = A - Q$$

(знак минус указывает на отток тепла, U , A , Q — величины, отнесенные к элементарному объему), а условие разрушения элементарного объема связать с критическим значением U_* , являющимся константой материала [11, 12]. При высокотемпературной ползучести проведение испытаний, выполненных для усталости [11, 12], затруднительно в силу того, что процесс ползучести является квазистатическим и образец материала помещен в испытательный стенд, в котором поддерживается температура порядка $400 \div 500$ °С, и практически невозможно измерить выделившееся тепло калориметрированием. Поэтому при исследовании ползучести воспользуемся закономерностями, выявленными в усталости [11, 12], а затем выполним проверку согласованности полученных результатов с опытными данными.

В силу того что условие подобия для $Q(t)$, $A(t)$ выполняется в любой момент времени, в том числе и в момент разрушения, имеем $k(\sigma) = f(\sigma)$. Тогда из (1.2) получим соотношение

$$(1.3) \quad U = [1 - f(\sigma)] A,$$

в котором функция $1 - f(\sigma)$ определяет часть работы A , расходуемой на увеличение поврежденности. Заметим, что при адиабатическом процессе не происходит теплообмен между образцом материала и окружающей средой и $f(\sigma) = 0$. Предполагая, что условие подобия для $Q(t)$, $A(t)$ выполняется при ступенчатом изменении нагрузки, из (1.3) имеем уравнение накопления поврежденности

$$(1.4) \quad \dot{U} = [1 - f(\sigma)] \dot{A},$$

интегрируя которое найдем критерий разрушения

$$(1.5) \quad U_* = \int_0^{t_*} [1 - f(\sigma)] \dot{A} dt.$$

При высокотемпературной ползучести часто в опытах не наблюдается предел ползучести (при отсутствии внешней нагрузки материал не деформируется), в силу этого неизвестную функцию аппроксимируем степенной зависимостью $f(\sigma) = 1 - a\sigma^{\varphi-1}$. Пренебрегая упругими деформациями, учтем, что $\dot{A} = \sigma \dot{\rho}$ [1], и, следуя данным [4, 5], внесем эффективные напряжения в (1.4), (1.5), тогда

$$\dot{W} = [\sigma/(1 - \omega)]^{\varphi} \dot{\rho}, \quad W_* = \int_0^{t_*} [\sigma/(1 - \omega)]^{\varphi} \dot{\rho} dt,$$

где $\dot{W} = \dot{U}/a$; $W_* = U_*/a$. Заметим, что при $\varphi = 1$ (адиабатический процесс) полученный критерий разрушения совпадает с известным энергетическим критерием [13].

В итоге систему определяющих уравнений запишем в виде

$$(1.6) \quad \dot{p} = C [\sigma / (1 - \omega)]^n, \quad p(0) = 0,$$

$$\dot{\omega} = F \sigma^m (\dot{p} - \dot{p}_{\min})^\beta, \quad \omega(0) = 0, \quad \dot{W} = [\sigma / (1 - \omega)]^q \dot{p}, \quad W_* = \text{const.}$$

Предложенная модель приводит к постоянству скорости деформации ползучести на стадии установившегося течения за счет выбора структуры уравнения для параметра ω . Система уравнений (1.6) позволяет описать как случай, когда $p_* \rightarrow \infty$ (при $\omega_* \rightarrow 1$), так и случай, когда p_* есть конечная величина (при $\omega_* < 1$).

Функция $\omega(t) = 0$ при $t > 0$ является решением второго уравнения системы (1.6), при этом стадия разупрочнения не описывается. Найдем производную ψ_ω' от правой части второго уравнения этой системы: $\psi_\omega' = FC^\beta \sigma^{m+n\beta} n\beta [1 - (1 - \omega)^n]^{\beta-1} / (1 - \omega)^{n\beta+1}$. Отсюда видно, что исходное уравнение может иметь отличное от тривиального решение при $\beta < 1$ и $\omega(0) = 0$ в силу нарушения условия теоремы единственности [14].

Интегрирование системы (1.6) приводит к интегралам от дифференциального бинома, поэтому решение выражается в конечном виде лишь в некоторых частных случаях [15]. Например, это возможно только при $n = -1/(\beta - 1)$, так как для ползучести $n \geq 3$ [1]. Рассмотрим воздействие на материал двухступенчатого нагружения: напряжение σ_1 действовало отрезок времени от 0 до t_1 , напряжение σ_2 — от t_1 до момента разрушения t_* . Интегрируя систему уравнений (1.6) при выполнении этого условия на материальные постоянные n , β , приходим к линейному закону суммирования поврежденности с весовыми коэффициентами, зависящими от истории нагружения:

$$t_1 [1 - (1 - \omega_{*1})^n]^{1/n} / t_{*1} + t_2 [1 - (1 - \omega_{*2})^n]^{1/n} / t_{*2} = [1 - (1 - \omega_{*12})^n]^{1/n}.$$

Здесь ω_{*1} , ω_{*2} — структурный параметр в момент разрушения при постоянных σ_1 , σ_2 соответственно; ω_{*12} — структурный параметр в момент разрушения при воздействии заданного двухступенчатого нагружения; $t_2 = t_* - t_1$ — время действия напряжения σ_2 . Заметим, что данной особенностью не обладают модели [1—3, 5, 6], так как в [16] показано, что если для ω использовано уравнение с разделяющимися переменными и $\omega_* = \text{const}$, то модель приводит к стандартному линейному закону суммирования поврежденности [1].

В случае, когда длительность стадии установившегося течения незначительна, можно опустить требование выполнения условия $\omega(t) = 0$ на этой стадии деформирования. Тогда получим упрощенную систему

$$(1.7) \quad \dot{p} = C [\sigma / (1 - \omega)]^n, \quad p(0) = 0,$$

$$\dot{\omega} = F \sigma^m \dot{p}^\beta, \quad \omega(0) = 0, \quad \dot{W} = [\sigma / (1 - \omega)]^q \dot{p}, \quad W_* = \text{const},$$

которая допускает аналитическое интегрирование при постоянном σ :

$$(1.8) \quad p_* = \frac{C^{1-\beta} \sigma^{n-n\beta-m}}{F(n\beta - n + 1)} \left\{ 1 - \left[1 - \frac{W_* F (n\beta - n - \varphi + 1)}{C^{1-\beta} \sigma^{\varphi+n-m-n\beta}} \right]^{(n\beta-n+1)/(n\beta-n-\varphi+1)} \right\};$$

$$(1.9) \quad t_* = \frac{C^{-\beta} \sigma^{-n\beta-m}}{F(n\beta + 1)} \left\{ 1 - \left[1 - \frac{W_* F (n\beta - n - \varphi + 1)}{C^{1-\beta} \sigma^{\varphi+n-m-n\beta}} \right]^{(n\beta+1)/(n\beta-n-\varphi+1)} \right\},$$

$$\omega_* = 1 - \left[1 - \frac{W_* F (n\beta - n - \varphi + 1)}{C^{1-\beta} \sigma^{\varphi+n-m-n\beta}} \right]^{1/(n\beta-n-\varphi+1)}.$$

Здесь $\omega_* = \omega_*(\sigma)$ — структурный параметр в момент разрушения t_* .

Уравнение (1.9) в логарифмических координатах имеет две асимптоты. Одна асимптота соответствует хрупкому разрушению $\ln \sigma = \{-\ln t_* - \ln [FC^\beta (n\beta + 1)]\} / (n\beta + m)$, другая — вязкому разрушению

$\ln \sigma = [-\ln t_* + \ln (W_*/C)]/(\varphi + n)$. Точка пересечения асимптот $\sigma_k = [W_*FC^{\beta-1}(n\beta + 1)]^{1/(\varphi+n-m-n\beta)}$ определяет границу между хрупким и вязким разрушениями.

Ограниченность p_* , ω_* и условие выпуклости вверх кривой длительной прочности приводят к следующим ограничениям на материальные постоянные модели (1.7): $-n\beta - m \geq 0$, $n - \beta - m \geq 0$, $\varphi + n - n\beta - m > 0$, $\varphi + n - \beta - 1 > 0$. Из приведенных неравенств вытекает, что параметр φ может быть как отрицательным, так и положительным.

Зависимость (1.8) имеет возрастающий участок при малых напряжениях (хрупкое разрушение), причем $p_* \sim \sigma^{n-n\beta-m}$. Рассмотрим случай больших напряжений. Продифференцируем (1.8) по σ , разложим результат в ряд и, ограничиваясь двумя членами разложения, приравняем к нулю. Тогда найдем напряжение $\sigma_0 = [W_*FC^{\beta-1}/(\varphi + n - m - n\beta)]^{1/(\varphi+n-m-n\beta)}$, при котором производная $(p_*)'_\sigma$ меняет знак, причем при $\varphi > 0$ это точка локального максимума, при $\varphi < 0$ — точка локального минимума. Таким образом, предложенная модель позволяет описать немонотонный характер зависимости $p_* = p_*(\sigma)$ с одним или двумя локальными экстремумами.

2. Оценки материальных постоянных систем уравнений (1.6), (1.7) вычисляются из условия минимума функционала

$$(2.1) \quad J = \frac{1}{k-2} \sum_{j=1}^q \left(\sum_{i=1}^{r_j} (p_{ji} - \hat{p}_{ji})^2 \right), \quad k = \sum_{j=1}^q r_j,$$

где q — число кривых ползучести; r_j — число отсчетов для кривой ползучести с номером j ; $p_{ji} = p_j(t_i)$, $\hat{p}_{ji} = \hat{p}_j(t_i)$ — соответственно теоретические и экспериментальные значения деформации ползучести в моменты времени t_i .

Рассмотрим систему уравнений (1.6). Оценки характеристик установившегося течения C , n найдем по методу наименьших квадратов согласно [2, 17]. При определении материальных констант F , m , β будем использовать метод непараметрического выравнивания [18], который позволяет сгладить опытные наблюдения и их производные при наложении определенных ограничений на монотонность и гладкость исследуемых зависимостей без применения методов параметрической идентификации. Из первого уравнения системы (1.6) получим соотношение $\omega = 1 - \sigma(C/\dot{p})^{1/n}$, по которому найдем значения $\omega_j = \omega_j(t_i)$, предварительно определив по методу непараметрического выравнивания $\hat{p}_j = \hat{p}_j(t_i)$. Применяя метод непараметрического выравнивания для найденных ω_j , определим оценки производных $\dot{\omega}_j$. Приведем уравнение для структурного параметра ω логарифмированием к уравнению линейной регрессии. Тогда оценки F , m , β найдем по методу наименьших квадратов, используя массивы $\dot{\omega}_j$, p_{ji} (приближение по гладкости или со степенью близости первого порядка [19]). К несколько лучшему результату аппроксимации привел метод, когда использовался найденный таким образом лишь параметр β , а оценки $\tilde{F}_j = F\sigma_j^m$ для каждого σ_j определялись иным образом. Интегрируя систему уравнений (1.6) при постоянном σ_j для произвольного момента времени t_i , получим

$$(2.2) \quad \tilde{F}_j (C\sigma_j^n)^\beta t_i = \int_0^{\omega_j} \frac{(1-\omega)^{n\beta} d\omega}{[1-(1-\omega)^n]^\beta}.$$

Теперь для определения \tilde{F}_j по методу наименьших квадратов необходимо для каждого t_i вычислить в (2.2) интеграл в пределах от 0 до ω_j , который сходится при $\beta < 1$ и имеет особенность при $\omega = 0$. Для вычисления этого интеграла используем метод выделения особенностей в несобственном интеграле [15]. Оценки F , m определим по найденным \tilde{F}_j , соответствующим нескольким σ_j .

Оценки прочностных параметров W_* , φ получим с использованием соотношения

$$(2.3) \quad W_{*j} = \int_0^{t_{*j}} \left(\frac{\sigma_j}{1-\omega} \right)^\varphi p dt,$$

где интеграл не выражается в конечном виде. Здесь задача состоит в том, чтобы определить такое φ , при котором для нескольких уровней σ , значения интегралов W_* , были бы близки друг к другу. В качестве меры близости выберем коэффициент вариации [17]

$$V(W_*) = \sqrt{D(W)/|W_*|},$$

где $W_* = (\sum_{j=1}^q W_{*j})/q$ — математическое ожидание; $D(W)$ — дисперсия, а φ найдем из условия минимума функционала

$$V(W_*(\varphi)) = \sqrt{D(W(\varphi))/|W_*(\varphi)|} \rightarrow \min.$$

Для решения полученной задачи оптимизации воспользуемся методом градиентного спуска [20], а в качестве начального приближения выберем φ_0 , которое найдем из обработки экспериментальных данных с использованием уравнения $W_* = \sigma^{\varphi_0} p_*$, полученного из (2.3) при $\omega(t) = 0$. Интеграл в (2.3) будем вычислять численно.

Метод идентификации материальных постоянных модели (1.7) значительно упрощается. Здесь в отличие от системы (1.6) вместо (2.2) получим $F_j (C\sigma_j^n)^{\beta} t_i = [1 - (1 - \omega_i)^{n\beta+1}]/(n\beta + 1)$ и нет необходимости использовать численное интегрирование.

При определении прочностных параметров W_* , φ также нет необходимости использовать численное интегрирование в силу того, что система (1.7) допускает аналитическое интегрирование и вместо (2.3) получим

$$W_{*j} = \frac{\sigma_j^{\varphi+n-m-n\beta}}{FC^{\beta-1} (n\beta - n + 1 - \varphi)} \{1 - [1 - (n\beta + 1) F\sigma_j^{m+n\beta} C^{\beta} t_{*j}]^{(n\beta-n+1-\varphi)/(n\beta+1)}\}.$$

3. Проведем сравнение моделей (1.6), (1.7). Для этого вычислим меры адекватности аппроксимации (2.1) по опытным данным о растяжении образцов в условиях ползучести. Использовано два материала: сплав Д16Т2 (рис. 3, испытания выполнены для $\sigma = 320; 330$ МПа (линии 1, 2), $T = 170$ °С [7]) и сталь 12Х18Н10Т (рис. 4, $\sigma = 40; 50; 60; 80$ МПа (линии 1—4), $T = 850$ °С [2]). Меры адекватности (2.1) моделей (1.6) и (1.7) оказались соответственно равными для сплава Д16Т2 $5,18 \cdot 10^{-6}$ и $3,72 \cdot 10^{-5}$ и для стали 12Х18Н10Т $1,24 \cdot 10^{-5}$ и $1,59 \cdot 10^{-5}$. Использование статистического критерия Фишера [17] для уровня значимости $\alpha = 0,05$ показало, что для сплава Д16Т2 эти меры различаются значимо, а для стали 12Х18Н10Т — незначимо. Следовательно, для материалов, у которых длительности стадий установившегося течения и разупрочнения сравнимы между собой, целесообразно использовать систему уравнений (1.6). Результаты аппроксимации представлены на рис. 3 и 4, где опытные данные — сплошные линии, расчет, согласно (1.7), — штриховые, а расчет, согласно (1.6), — штрихпунктирные.

Оценки материальных постоянных стали 12Х18Н10Т были найдены с использованием экспериментальных кривых ползучести, соответствующих $\sigma = 40$;

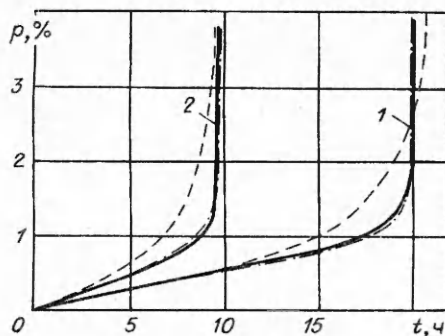


Рис. 3

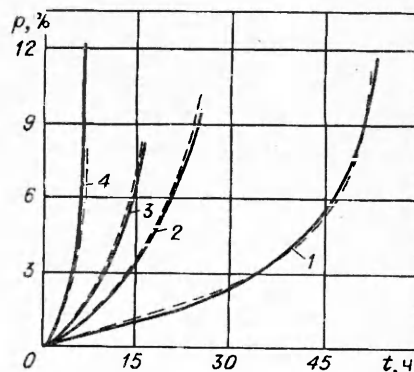


Рис. 4

50; 60 МПа, а теоретическая кривая, отвечающая $\sigma = 80$ МПа, есть результат прогнозирования по модели (1.7). Для стали 12Х18Н10Т граница между хрупким и вязким разрушениями оказалась равной $\sigma_k = 141,4$ МПа.

Апробация модели (1.6) при воздействии переменного напряжения выполнена по результатам испытаний на ползучесть образцов из стали ЭИ698 при $T = 750$ °С [21].

Оценки материальных постоянных найдены с использованием опытных кривых ползучести, соответствующих постоянным до разрушения напряжениям. Результаты расчетов приведены на рис. 5, где экспериментальные данные — сплошные линии, результаты расчетов, согласно модели, предложенной в [21], — штриховые, а расчетов, согласно модели (1.6), — штрихпунктирные, линии 1—4 отвечают 0; 380; 430; 480 МПа.

Для рассмотренных материалов были вычислены разбросы (дисперсии) [17] экспериментальных значений долговечностей и значений деформаций ползучести в момент разрушения относительно соответствующих теоретических значений, найденных согласно системе уравнений (1.6) и системе уравнений, предложенным в [1, 2, 4]. Использование критерия Фишера для уровня значимости $\alpha = 0,05$ показало, что соответствующие разбросы различаются незначимо, т. е. предложенная модель описывает опытные данные на длительную прочность с точностью не ниже известных моделей. Преимущество (1.6) состоит в более точном описании деформационных свойств в стадии разупрочнения, так как материальные постоянные F , m , β определяются по всей кривой ползучести, тогда как в упомянутых работах оценки материальных постоянных моделей вычисляются по экспериментальным зависимостям $\dot{\epsilon}_{\min}(\sigma)$, $t_*(\sigma)$, $p_*(\sigma)$.

Таким образом, предложена математическая модель, позволяющая контролировать длительность стадии установившегося течения и дающая возможность описать случай деформирования, когда кривая ползучести имеет вертикальную или наклонную асимптоту в момент разрушения. Показано, что модель приводит к линейному закону суммирования поврежденности с весовыми коэффициентами, зависящими от истории нагружения, позволяет описать немонотонный характер (с одним или двумя локальными экстремумами) зависимости деформации ползучести в момент разрушения от напряжений.

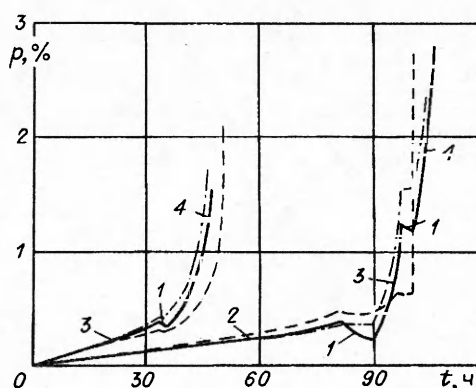


Рис. 5

ЛИТЕРАТУРА

1. Работнов Ю. Н. Ползучесть элементов конструкций.— М.: Наука, 1966.
2. Закономерности ползучести и длительной прочности: Справочник/Под общ. ред. С. А. Шестерикова.— М.: Машиностроение, 1983.
3. Murakami S., Ohno N. A continuum theory of creep and creep damage // Creep in structures: 3rd sympos., Leicester, 1980.— P. 422—443.
4. Астафьев В. И. О диссипативном критерии разрушения при ползучести // ПМТФ.— 1987.— № 6.— С. 156—162.
5. Радченко В. П., Самарин Ю. П., Хренов С. М. Определяющие уравнения для материалов при наличии трех стадий ползучести // ДАН СССР.— 1986.— Т. 288, № 3.— С. 571—574.
6. Lemaitre J., Chaboche J.-L. Aspect phenomenologique de la rupture par endommagement // J. de méc. appl.— 1978.— V. 2, N 3.— P. 317—365.
7. Кичаев Е. К., Горбатенко В. В., Данелянц М. С. Характеристики ползучести и длительной прочности сплава Д16Т2 применительно к бурильным трубам // Ползучесть и длительная прочность и конструктивных.— Куйбышев: Куйбышевск. политехн. ин-т, 1986.— С. 130—135.

8. Ковпак В. И. Прогнозирование жаропрочности металлических материалов.— Киев: Наук. думка, 1981.
9. Бадаев А. Н., Голубовский Е. Р., Баумштейн М. В., Булыгин И. П. О статистическом моделировании характеристик ползучести конструкционных материалов // Пробл. прочности.— 1982.— № 5.— С. 16—20.
10. Шестериков С. А., Мельников Г. П. К выбору уравнения состояния при ползучести // Пробл. прочности.— 1980.— № 6.— С. 77—81.
11. Федоров В. В. Термодинамические аспекты прочности и разрушения твердых тел.— Ташкент: Фан, 1979.
12. Федоров В. В. Кинетика повреждаемости и разрушения твердых тел.— Ташкент: Фан, 1985.
13. Соснин О. В. Энергетический вариант теории ползучести и длительной прочности. Сообщение 1. Ползучесть и разрушение неупрочняющихся материалов // Пробл. прочности.— 1973.— № 5.— С. 45—49.
14. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям.— М.: Наука, 1976.
15. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: В 3 т.— М.: Наука, 1969.— Т. 2.
16. Chaboche J.-L. Continuous damage mechanics — a tool to describe phenomena before crack initiation // Nucl. Eng. and Des.— 1981.— V. 63, N 2.— P. 233—247.
17. Закс Л. Статистическое оценивание.— М.: Статистика, 1976.
18. Кукинов А. М. Применение порядковых статистик и ранговых критериев для обработки наблюдений // Поиск зависимостей и закономерностей и оценка погрешностей.— М.: Наука, 1985.— С. 79—83.
19. Пухов Г. Е., Хатиашвили Ц. С. Критерии и методы идентификации объектов.— Киев: Наук. думка, 1979.
20. Моисеев Н. Н., Иванчиков Ю. П., Столярова Е. М. Методы оптимизации.— М.: Наука, 1978.
21. Радченко В. П., Кузьмин С. В. Структурная модель накопления повреждений и разрушения при ползучести // Пробл. прочности.— 1989.— № 10.— С. 18—23.

г. Самара

*Поступила 3/VII 1992 г.,
в окончательном варианте — 18/XI 1992 г.*

УДК 539.3

А. М. Михайлов

ДЛИННОВОЛНОВОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ В ТЕОРИИ ОДНОНАПРАВЛЕННОГО КОМПОЗИТА

В [1] с помощью правдоподобных соображений [2] выведены уравнения равновесия, а в [3, 4] — уравнения движения однонаправленного композита. Они проще точных уравнений теории упругости, благодаря чему удалось детально исследовать ряд задач о движении и разрушении композита [3—10]. В настоящей работе показано, что уравнения [1, 3, 4] являются длинноволновым приближением уравнений теории упругости. Их целесообразно использовать, если ширина связующего H между армирующими волокнами достаточно мала по сравнению с характерным масштабом изменения решения вдоль направления армирования u . Указанное соотношение масштабов обеспечивается достаточно малым отношением жесткостей связующего и арматуры. Следует отметить, что постановка задачи об армировании упругой среды волокнами, которые описываются одномерным волновым уравнением, с самого начала заставляет считать, что модули упругости волокон намного больше, чем у армируемой среды. Действительно, при совпадении модулей получаем однородную упругую среду и одномерные уравнения теряют смысл. Примерами таких материалов являются угле- и боропластики, резинотросовые транспортные ленты, ледовый покров водоемов, подкрепленный стальными канатами. В данной работе не предполагается, что решение медленно

© А. М. Михайлов, 1993