

В заключение отметим следующее. Ввиду того, что при построении расчетной схемы допущена определенная схематизация процесса, необходимо подтверждение достоверности полученных в работе результатов. С этой целью обратимся к опытным данным [8] по выгоранию метана из вертикальной пористой пластины при естественной конвекции воздуха у ее поверхности. Хотя условия эксперимента не полностью отвечают принятой теоретической схеме процесса, можно, однако, добиться соответствия условий горения в газовой фазе. Это достигается подбором такой начальной толщины пленки δ_0 , при которой расчетная высота горящего слоя жидкости оказывается равной высоте пористой пластины. Сопоставление результатов расчета профиля температуры поперек факела с экспериментом [8] (рис. 5) в целом указывает на удовлетворительное их соответствие. Практически совпадают расчетные и экспериментальные значения температуры на фронте факела и координаты фронта. Профили температуры различаются незначительно, за исключением пристеночной области, где расчетный профиль располагается существенно ниже экспериментального. Это различие объясняется отсутствующим в эксперименте эффектом температурной стабилизации горячей пленки за счет испарения с ее поверхности. Подтверждается также принятая в расчете гипотеза о неизменности характеристик факела в продольном направлении.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сухов Г. С., Ярин Л. П. ФГВ, 1980, 16, 6, 87.
2. Мильков С. Н., Сухов Г. С., Ярин Л. П. ФГВ, 1985, 21, 1, 3.
3. Левич В. Г. Физико-химическая гидродинамика.— М.: Физматгиз, 1959.
4. Зельдович Я. Б. Избранные труды. Химическая физика и гидродинамика.— М.: Наука, 1984.
5. Нигматуллин Р. И. Основы механики гетерогенных сред.— М.: Наука, 1978.
6. Пол Б. Ракетн. техн., 1962, 9, 3.
7. Блинов В. И., Худяков Г. Н. Диффузионное горение жидкостей.— М.: Изд-во АН СССР, 1961.
8. Lin K. V., Lloyd J. R., Yang K. T. Int. J. Heat and Mass Transfer, 1981, 24, 12, 1959.

Поступила в редакцию 15/X 1985,
после доработки — 16/1 1987

УРАВНЕНИЯ РАВНОВЕСНОЙ ИОНИЗАЦИИ ПРОДУКТОВ ГОРЕНИЯ В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

М. С. Анфельбаум
(Москва)

Многочисленные эксперименты со слабопроводящими средами свидетельствуют об их добавочной ионизации как при наложении электрического поля, так и при нагреве или горении. Актуальность теоретического моделирования таких эффектов сомнений не вызывает [1]. В настоящей работе конкретизируется модель, предложенная в [2], в которой зависимость объемной скорости ионизации от поля и температуры считается известной.

Аналогично [2] рассмотрим среду в виде трехкомпонентной смеси, состоящей из нейтральных и заряженных разными знаками частиц с эффективными концентрациями n_a , n_{\pm} , скоростями ионизации W_i и рекомбинации W_r в единице объема, коэффициентами диффузии D_{\pm} . Уравнения неразрывности для $n_{\pm} \ll n_a$ выпишем с учетом движения среды¹,

¹ Наряду с конвекцией при нагреве в неподвижных слабопроводящих средах при наложении сильных электрических полей возникает их движение [1]. Метод расчета скоростей таких течений от тонких электродов описан в [3].

дрейфа ионов в электрическом поле и диффузии. Для упрощения выкладок предполагаем, что $D_{\pm} = kT/e \cdot b_{\pm}$, $b_+ = b_- = b$, где b — подвижность, e — заряд частицы (до наложения поля и без нагрева среды $n_{0+} = n_{0-} = n_{00}$); $\sigma_0 = 2n_{00}be$ — проводимость среды. Тогда

$$\frac{\partial n_{\pm}}{\partial t} + \operatorname{div} \left[n_{\pm} (\vec{v} \pm b\vec{E}) - \frac{kTb}{e} \nabla n_{\pm} \right] = W_i(n_a, T, \vec{E}) - W_r(n_{\pm}, T, \vec{E}),$$

$$W_r(n_{\pm}, T, \vec{E}) = k_r(T, \vec{E}) n_+ n_-. \quad (1)$$

Здесь \vec{E} — напряженность электрического поля; k_r — константа рекомбинации.

При $n_{\pm} \ll n_a$ (условие слабой проводимости среды) $n_a = \rho/m_a$ (ρ — плотность среды, m — масса). В [2] зависимость $W_i(n_a, T, \vec{E})$ использована в явном виде только для изотермических процессов, причем зависимость от поля выписывалась по модели [4]. В настоящей работе применена модель [4] и для зависимостей $W_i(T)$ и $W_i(n_a)$. Считаем

$$W_i = k_i(T, \vec{E}) n_a, \quad (2)$$

где k_i — константа ионизации. Поляризацию среды предполагаем линейно зависящей от поля с постоянной диэлектрической проницаемостью ϵ , причем влиянием температуры на ϵ пренебрегаем.

Предполагаем, что W_i удовлетворяет известному уравнению статистической физики [4]:

$$\frac{\partial W_i(n_a, T, \vec{E})}{W_i \partial T} = \frac{\partial k_i(\vec{E}, T)}{k_i \partial T} = \frac{U_i(|\vec{E}|)}{kT^2}. \quad (3)$$

Здесь U_i — энергия разрыва ионной связи или потенциал ионизации. Эффект снижения U_i при наложении электрического поля количественно оценен в [4, 5] и известен как эффект Френкеля. При этом

$$U_i(|\vec{E}|) = U_i(0) - \frac{e^{3/2} |\vec{E}|^{1/2}}{(\pi\epsilon)^{1/2}}. \quad (4)$$

Выражение, аналогичное (4), для количественной оценки эффекта снижения работы выхода при эмиссии в электрическом поле (эффекта Шоттки) получено в [1]. В [4] предполагается, что влияние электрического поля на ионизацию проявляется только при уменьшении U_i по (3), тогда из (2)

$$k_i(|\vec{E}|, T) = C \exp\left(-\frac{U_i}{kT}\right) \exp(\beta |\vec{E}|^{1/2}) = k_i(0, T) \exp(\beta |\vec{E}|^{1/2}),$$

$$\beta = \frac{e^{3/2}}{(\pi\epsilon)^{1/2} kT}. \quad (5)$$

В (5) C — константа интегрирования, причем предположение [4] о ее независимости от $|\vec{E}|$ можно считать правомерным, ибо при $T \rightarrow \infty$ влияние поля на ионизацию мало по сравнению с влиянием температуры.

Близкие к (5) монотонно возрастающие зависимости от $|\vec{E}|$ получены Онзагером. В модели Онзагера тоже используется классическая статистика Больцмана, но не для W_i , а для функции распределения свободных и связанных зарядов, которые характеризуют в [6] электрические свойства нейтральных и заряженных частиц. Уравнение неразрывности для такой функции в [6] выводится с учетом диффузии и дрейфа ионов в электрическом поле. Приводятся граничные условия, и по результату решения при переходе к макроскопическим параметрам получаются выражения для k_i и

$$k_r = 2be/\epsilon. \quad (6)$$

При этом в модели среды по Онзагеру k_r не зависит от \vec{E} в отличие от k_i . Формула (6) в условиях малости прикладываемого электрического поля по сравнению с полем заряженной частицы найдена гораздо ранее Ланжевенем [7]. В настоящей работе используем помимо (6) и соотношение Ланжевена [4]

$$\rho b = \rho_0 b_0 = \text{const} \quad (7)$$

(ρ_0, b_0 — плотность и подвижность среды при нормальных условиях и отсутствии электрического поля и нагрева). В этих условиях для неподвижных сред предполагаем также известными из измерений константы проводимость среды σ_0 и температуру T_0 . Из (1) находим

$$k_i(0, T_0) = \frac{k_{r0} n_0^2}{n_{a0}} = \frac{\sigma_0^2 m_a}{2 \varepsilon \rho_0 b_0 e}. \quad (8)$$

Из (8) можно определить константу интегрирования C в (5):

$$C = \frac{\sigma_0^2 m_a}{2 \varepsilon \rho_0 b_0 e} \exp\left(\frac{U_i}{kT_0}\right). \quad (9)$$

С учетом (1), (4)–(7), (9) можно выписать систему уравнений для сжимаемых слабопроводящих сред и неизотермических процессов, которая обобщает уравнения изотермической электрогидродинамики слабопроводящих несжимаемых сред [8]:

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v} \nabla \vec{v} \right) &= -\nabla p + \eta \Delta \vec{v} + q \vec{E} + (\varepsilon - \varepsilon_0) \nabla E^2 / 2 + \vec{\rho} q, \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div } \rho \vec{v} &= 0, \quad q = (n_+ - n_-) e / \varepsilon, \\ \frac{\partial n_{\pm}}{\partial t} + \text{div} \left[n_{\pm} \left(\vec{v} \pm b \vec{E} - \frac{kTb}{e} \nabla n_{\pm} \right) \right] &= \\ = \frac{\sigma_0^2 \rho}{2 \varepsilon \rho_0 b_0 e} \exp \left[U_i \left(\frac{1}{kT_0} - \frac{1}{kT} \right) \right] \exp \beta |\vec{E}|^{1/2} - \frac{2be}{\varepsilon} n_+ n_-, \\ \rho b &= \rho_0 b_0, \quad \text{div } \vec{E} = (n_+ - n_-) e / \varepsilon, \quad \vec{E} = -\nabla \varphi. \end{aligned} \quad (10)$$

Для замыкания (10) уравнение энергии выпишем по [9] с учетом Джоулева нагрева, а уравнение состояния в форме Менделеева — Клапейрона:

$$\begin{aligned} \rho c \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{v} \nabla T \right) &= \lambda \Delta T + \sigma E^2, \\ p &= \rho RT, \quad \sigma = (n_+ + n_-) be. \end{aligned} \quad (11)$$

Аналогично [9] предполагаем, что энергией поляризации можно пренебречь по сравнению с другими членами в первом уравнении (11), в котором c — теплоемкость среды.

Переходя от n_+, n_- к переменным q и σ , из (10), (11) получаем

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v} \nabla \vec{v} \right) &= -\nabla p + \eta \Delta \vec{v} + q \vec{E} + (\varepsilon - \varepsilon_0) \nabla E^2 / 2 + \vec{\rho} q, \\ \rho c \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{v} \nabla T \right) &= \lambda \Delta T + \sigma E^2, \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div } \rho \vec{v} &= 0, \quad p = \rho RT, \\ \frac{\partial q}{\partial t} + \text{div} \left(\sigma \vec{E} - \frac{kTb}{e} \nabla q + q \vec{v} \right) &= 0, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} + \varepsilon b \vec{E} \nabla b q = \sigma_0^2 \exp \left[U_i \left(\frac{1}{kT_0} - \frac{1}{kT} \right) \right] \exp (\beta |E|^{1/2}) - \\ - \sigma^2 - \operatorname{div} \left(\vec{\sigma} v - \frac{kTb}{e} \nabla \sigma \right), \operatorname{div} \vec{E} = q/\varepsilon, \vec{E} = -\nabla \varphi.$$

Отличие полученной системы (12) от традиционных систем уравнений механики сжимаемых сплошных сред, взаимодействующих с электрическим полем [10], заключается только в дополнительной формуле для σ , которая является одной из нелинейных форм закона Ома, и ее следует использовать как при наложении на слабопроводящие среды сильных электрических полей, так и при их нагреве или горении.

Выведем по аналогии с [2, 3] условия равновесной ионизации, при которых проводимость среды есть известная функция напряженности электрического поля и температуры. Для этого воспользуемся уравнениями для σ , q и \vec{E} в (12). Перейдя к безразмерным переменным $\tilde{E} = E/E_*$, $\tilde{\sigma} = \sigma/\sigma_0 \exp \left(\frac{\beta_*}{2} E_*^{1/2} \right) \exp \left[\frac{U_i}{2} \left(\frac{1}{kT_0} - \frac{1}{kT_*} \right) \right]$, $\tilde{b} = b/b_*$, $\tilde{v} = v/v_*$, $\tilde{q} = 2qb_*/\sigma_0 \exp \left(\frac{\beta_*}{2} E_*^{1/2} \right) \exp \left[\frac{U_i}{2} \left(\frac{1}{kT_0} - \frac{1}{kT_*} \right) \right]$, $\tilde{T} = T/T_*$, $\tilde{r} = r/r_*$, $T_* = T(r_*)$, где E_* , b_* — характерные величины напряженности поля и подвижности для этих уравнений в стационарном случае, получаем:

$$\tilde{q} = \delta \operatorname{div} \tilde{E} = -\delta \tilde{E} \frac{\nabla \tilde{\sigma}}{\tilde{\sigma}} + \operatorname{div} \left\{ \frac{\delta^2}{2} \operatorname{Re}_q \tilde{q} \tilde{v} - \delta_D \tilde{b} \tilde{T} \nabla \tilde{\sigma} \right\}, \\ \tilde{\sigma}^2 = \exp \left\{ \gamma \left[\left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{\tilde{T}} \right) - 1 \right] \right\} \exp \left[\beta_* E_*^{1/2} \left(\tilde{\beta} |\tilde{E}|^{1/2} - 1 \right) \right] + \\ + \frac{\delta^2}{4} \tilde{b} \tilde{E} \tilde{v} \tilde{b} \operatorname{div} \tilde{E} - \operatorname{div} \left\{ \frac{\delta}{2} \operatorname{Re}_q \tilde{v} \nabla \tilde{\sigma} - \delta_D \tilde{T} \tilde{b} \nabla \tilde{\sigma} \right\}.$$

В (13) $\operatorname{Re}_q = v_*/b_* E_*$ — электрическое число Рейнольдса; v_* — характерная скорость движения среды;

$$\delta = \frac{q_*}{n_* e} = \frac{2b_* \varepsilon E_*}{\sigma_0 \exp \left(\frac{\beta_*}{2} E_*^{1/2} \right) \exp \left[\frac{U_0}{2} \left(\frac{1}{kT_0} - \frac{1}{kT_*} \right) \right]}; \\ \gamma = \frac{U_i}{kT_*}; \beta_* = \frac{e^{3/2}}{(\pi \varepsilon)^{1/2} kT_*}; \tilde{\beta} = \frac{\beta}{\beta_*}; \\ \delta_D = \frac{\varepsilon kT_* b_* \exp \left[\frac{U_i}{2} \left(\frac{1}{kT_*} - \frac{1}{kT_0} \right) \right]}{r_*^2 e^2 \sigma_0 \exp \left(\frac{\beta_*}{2} E_*^{1/2} \right)}$$

— отношение квадратов радиуса Дебая и характерного размера. Как показано в [2, 3], малость значений δ , $\delta \operatorname{Re}_q$ и δ_D соответствует условиям равновесной ионизации. При этом в нулевом приближении по этим малым параметрам из (13) в размерных переменных для σ получается

$$\sigma = \sigma_0 \exp \left[\frac{U_i}{2} \left(\frac{1}{kT_0} - \frac{1}{kT} \right) \right] \exp \left(\frac{\beta}{2} |\vec{E}|^{1/2} \right), \\ \beta = \frac{e^{3/2}}{(\pi \varepsilon)^{1/2} kT}.$$

Формула (14) впервые получена, видимо, в [5] при постулировании выведенных в настоящей работе условий равновесной ионизации. Так как малые параметры в (13) есть множители при членах со старшими производными, то применение (14) возможно вне пограничных слоев. Продолжение до границы с пламенем или электродами возможно для

таких граничных условий в (12), при которых их отличие от (14) мало, причем малость определяется указанными выше параметрами. Кроме того, в [5] при получении (14) дополнительно предполагалось квазинейтральность среды при равновесии. Из полученных в настоящей работе условий равновесия следует, что в нулевом приближении по соответствующим малым параметрам $q = 0$, т. е. такое предположение обосновано. Но, как видно, из (13), в следующих приближениях по \vec{E} и T для сред неоднородных $q \neq 0$ в общем случае и для бездиффузионного приближения определяется градиентом выражения (14) для σ .

Нередко процесс горения газов, твердых и жидких топлив сопровождается неравновесной ионизацией. Рассматриваемые случаи равновесной ионизации более целесообразно применять для продуктов, где горение завершено, в частности, для анализа работы МГД-генераторов, выхлопа двигателей.

В качестве примера применения полученных уравнений рассмотрим ионизацию в продуктах горения сферической частицы. Все переменные можно считать зависящими только от одной радиальной координаты r . В условиях равновесной ионизации с учетом того, что $\vec{v} = 0$, $\beta_* E_*^{1/2} \ll 1$ из (14) получим

$$\sigma_0 \exp \left[\frac{U_i}{2} \left(\frac{1}{kT_0} - \frac{1}{kT} \right) \right] E = \frac{I}{4\pi r^2}. \quad (15)$$

Из (11) находим уравнение для температуры

$$\lambda \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dT}{dr} \right) = - \frac{I^2 \exp \left[\frac{U_i}{2} \left(\frac{1}{kT} - \frac{1}{kT_0} \right) \right]}{16\pi^2 \sigma_0}, \quad (16)$$

которое следует использовать только при $r \geq r'_0$ (r'_0 — радиус сферы, в которую входит частица с неравновесным погранслоем). Если $r'_0 \geq r \geq r_0$, следует решать полную систему (12), ибо в этой области существенную роль играют диффузия и граничные условия, определяемые параметрами горения частицы. Полное решение задачи с количественным определением характерного размера неравновесного пограничного слоя r'_0 теоретически может быть получена при сращивании внешнего и внутреннего решений. Качественно для определения r'_0 можно пользоваться оценкой

$$r'_0 \gtrsim \{ \max(\delta, \delta \text{Re}_q, \delta_D) \} r_*. \quad (17)$$

Из (17), в частности, следует

$$r'_0 \gtrsim \sqrt{\delta_D} r_D. \quad (18)$$

Так как радиус Дебая для слабопроводящих сред в отличие, например, от сильных электролитов может быть достаточно большим, то по (18) может оказаться $r'_0 \gg r_0$. В этих случаях характерный размер определяется не столько размерами частиц и скоростью потока, сколько, как следует из (18), физикохимией процесса. Аналитическое решение внешней задачи можно получить при условии, что полностью притока тепла за счет теплопроводности во внешней области гораздо больше плотности джоулева нагрева:

$$\frac{162\pi^2 \sigma_0 T_*}{I^2} \exp \left[\frac{U_f}{2} \left(\frac{1}{kT_0} - \frac{1}{kT_*} \right) \right] \gg 1.$$

Тогда из (16) получается обычное решение уравнения теплопроводности:

$$T = T_0 + C/r. \quad (19)$$

В (19) константа интегрирования C теоретически может быть определена

при сращивании решений внешней и внутренней задач для уравнений (12) при условиях равновесия. Она может быть вычислена также при известных из экспериментов значений T или E в какой-то точке внешней области. В этой области из (15) и (19) находим

$$E = \frac{I}{4\pi\sigma_0 r^2 \exp\left\{\frac{CU_i}{k(T_0 r + C)T_0}\right\}} \quad (20)$$

Формулу (20), содержащую только одну неопределенную константу, можно рекомендовать к использованию при обработке результатов измерений поля и температуры. Кроме того, ее можно применять и для продуктов горения в промышленных установках.

Автор благодарит Н. И. Кидина, Б. С. Фиалкова, Е. И. Янговского, а также участников IX Карагадинского семинара по электрофизике горения за полезное обсуждение результатов работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лаутон Дж., Вайнберг Ф. Электрические аспекты горения.— М.: Энергия, 1976.
2. Апфельбаум М. С., Полянский В. А. Магнитная гидродинамика, 1982, 1, 71.
3. Янговский Е. И., Апфельбаум М. С. Электронная обработка материалов, 1984, 2, 58.
4. Plumley H. J. Phys. Rev., 1941, 50, 200.
5. Френкель Я. И. ЖЭТФ, 1938, 8, 12, 1292.
6. Onsager L. J. Chem. Phys., 1934, 2, 9, 599.
7. Мак-Даниэль И. Процессы столкновений в ионизованных газах.— М.: Мир, 1967.
8. Янговский Е. И., Апфельбаум М. С., Петриченко Н. А. Магнитная гидродинамика, 1984, 3, 128.
9. Апфельбаум М. С., Баранова Т. Н., Северов А. М. и др.— В кн.: Матер. V Всесоюз. конф. по тепломассообмену. Т. 1, ч. II.— Минск, 1976.
10. Седов Л. И. Механика сплошной среды. Т. 1.— М.: Наука, 1973.

Поступила в редакцию 23/VII 1986,
после доработки — 6/XI 1986

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА АВТОРЕГРЕССИОННОГО МЕТОДА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ДЕКРЕМЕНТА И ЧАСТОТЫ СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ ГАЗА В КАМЕРЕ СГОРАНИЯ

В. А. Кармалита, В. И. Фурлетов
(Москва)

Предложенный в [1] метод определения логарифмического декремента и частоты собственных колебаний газа по малым случайным колебаниям давления (естественным внутрикамерным шумам) относится к группе корреляционных методов. Он назван авторегрессионным, поскольку в его основу положена модель авторегрессии второго порядка, статистически эквивалентная изучаемым случайным колебаниям.

Задачи, решению которых посвящена статья, связаны со следующими вопросами практического применения авторегрессионного метода: соответствие определяемого по экспериментальным данным параметра d [1] физическому понятию логарифмический декремент; распознавание случайного и автоколебательного характера колебаний газа; влияние места регистрации колебаний газа в камере на достоверность оценок (логарифмического) декремента.

Определение декремента в модельной камере сгорания. Оценка устойчивости камеры сгорания как потенциальной автоколебательной системы посредством декремента подразумевает уподобление ее одиночному колебательному контуру с сосредоточенными параметрами, на ко-