РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ РАЗРАБОТКИ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ

2021 № 2

УДК 532.685; 532.592

ПОВЫШЕНИЕ СКОРОСТИ КАПИЛЛЯРНОЙ ПРОПИТКИ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ НА НЕФТЯНУЮ ЗАЛЕЖЬ

Д. С. Евстигнеев

Институт горного дела им. Н. А. Чинакала СО РАН,
E-mail: rdx0503@gmail.com, *Красный проспект, 54, 630091, г. Новосибирск, Россия*

Предложена постановка задачи, описывающая процесс поднятия жидкости в капиллярах, один конец которых сообщается со свободной атмосферой, а другой опущен в резервуар с жидкостью со стенками, находящимися под вибровоздействием. Расчетами показано, что импульсы давления в жидкости существенно сокращают время капиллярной пропитки. В отсутствии колебаний жидкости, поступающей из резервуара в капилляр, высота ее поднятия, определенная в результате численного решения поставленной задачи, совпадает с расчетами выполненными на основе уравнения Вашбурна – Лукаса и хорошо согласуется с экспериментальными данными. Приводится алгоритм, позволяющий обобщить задачу на капиллярную пропитку образцов пористых сред, насыщенных несмешивающимися жидкостями.

Капиллярная пропитка, импульсы давления, двухфазное течение, вибровоздействие

DOI: 10.15372/FTPRPI20210203

При изменении уровня давления в пластовых водах шахт и рудников газ, находящийся в порах горной породы, через систему пор и трещин поступает в пространство выработки. Вибровоздействие, оказываемое на разрабатываемый пласт, ускоряет процессы газоотдачи и фильтрации [1 – 3]. Это обусловлено интенсификацией капиллярной пропитки, зависящей от физико-химических свойств внутренней поверхности пор [4, 5].

Известные математические модели (Секели, Баттена, Вашбурна – Лукаса, Ичикава – Садота), описывающие процесс поднятия жидкости в капиллярах [6 – 13] и пористых средах, представленных системой капилляров [14 – 18], невозможно применить к задачам моделирования процесса ускорения капиллярной пропитки под воздействием вибраций. Задачу можно решить, используя уравнения Навье – Стокса для несжимаемой жидкости, отделенной трехфазным периметром смачивания от твердой поверхности капилляра и другой несмешиваемой фазы — газа или жидкости. Применение алгоритмов решения контактных задач взаимодействия гетерогенных сред, детальный анализ которых приведен в [19], позволяет провести такое исследование.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ КАПИЛЛЯРНОЙ ПРОПИТКИ

Поместим капилляр или образец горной породы цилиндрической формы в заполненный жидкостью резервуар (рис. 1) так, чтобы нижний конец касался свободной поверхности жидкости, а верхний открытый конец сообщался с окружающей атмосферой. Интерес представляет процесс наполнения жидкостью внутренней полости капилляра, поэтому смачивание внешней поверхности, а также влияние стенок резервуара на приток жидкости не рассматривается. Под действием силы поверхностного натяжения жидкость из резервуара поступает во внутреннее пространство капилляра или в поровое пространство горной породы, вытесняя находящуюся там нефть или газ.

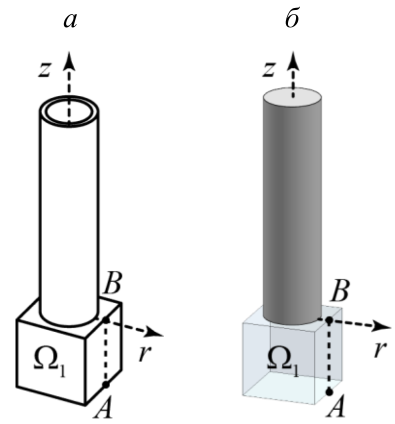

Рис. 1. Схема размещения в резервуаре с водой капилляра (*а*) и образца горной породы (*б*)

Воздействие упругих колебаний на дно резервуара передается находящейся в нем жидкости, которая поступает в капилляр или в образец горной породы, ускоряя процесс капиллярной пропитки. Эффективность ускорения капиллярной пропитки определим по разности дебитов жидкости в присутствии и отсутствии воздействия упругими колебаниями. Адекватность решения поставленной задачи оценим, сопоставив расчетные значения высоты поднятия жидкости в капилляре, полученные без учета вибровоздействия, с экспериментальными данными и расчетами, проведенными по формуле Вашбурна – Лукаса [12].

Законы сохранения массы и импульса для несжимаемого флюида ($\rho = \text{const}$) могут быть записаны в дифференциальной форме [20, 21]:

$$\nabla \cdot \bar{u} = 0, \tag{1}$$

$$\frac{\partial(\rho\bar{u})}{\partial t} + \rho(\bar{u} \cdot \nabla)\bar{u} = \nabla[-p\mathbf{I} + \mu(\nabla\bar{u} + (\nabla\bar{u})^T)] + \bar{F} + \rho\bar{g}, \tag{2}$$

где ρ — плотность; t — время; $\bar{u}$ — вектор скорости движения флюида; p — давление; $\mathbf{I}$ — единичный тензор; μ — динамическая вязкость; $\bar{F}$ — сила поверхностного натяжения; $\rho\bar{g}$ — сила тяжести.

Для двух несмешиваемых сред вода/воздух или вода/нефть воспользуемся единым законом движения флюида, состоящего из двух фаз, путем введения функции-идентификатора среды $\varphi(\bar{x}, t)$, где $\bar{x}$ — радиус-вектор точки пространства, t — время. В расчете функция $\varphi(\bar{x}) = \varphi(\bar{x}, 0)$ определяется как

$$\varphi(\bar{x}) = \begin{cases} 1 & \text{в области, занятой первой фазой,} \\ 0 & \text{в области, занятой второй фазой.} \end{cases} \tag{3}$$

Изменение положения подвижной контактной границы задается уравнением переноса с источниковым членом S:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t}+\overline{u}\cdot\nabla\varphi=S\,, \tag{4}$$

$\overline{u}$ — вектор скорости движения флюида.

Функция-идентификатор среды $\varphi(\overline{x},t)$ определяется методом установления уровня [19, 22–25], в котором источниковый член

$$S=\gamma\nabla\left(\varepsilon\nabla\varphi-\varphi(1-\varphi)\frac{\nabla\varphi}{|\nabla\varphi|}\right). \tag{5}$$

Здесь γ — параметр модели, принимаемый равным максимальному значению модуля $\overline{u}$; ε — толщина переходного участка, отделяющего две несмешиваемые среды.

Наличие во флюиде двух несмешиваемых фаз с различными свойствами порождает на контактной границе силу поверхностного натяжения, входящую в правую часть закона сохранения импульса (2):

$$\overline{F}=\nabla\cdot\mathbf{T}\,, \tag{6}$$

$$\mathbf{T}=\sigma(\mathbf{I}-\overline{n}\cdot\overline{n}^{T})\delta\,, \tag{7}$$

где σ — коэффициент поверхностного натяжения; $\overline{n}$ — вектор нормали к границе поверхности раздела Γ, который для $\forall x\in\Gamma$ удовлетворяет равенству

$$\overline{n}(x)=\frac{\nabla\varphi}{|\nabla\varphi|}\,,\quad \nabla\varphi\neq 0\,. \tag{8}$$

Дельта-функция δ из (7) аппроксимируется зависимостью [26, 27]:

$$\delta=6|\varphi(1-\varphi)|\,|\nabla\varphi|\,. \tag{9}$$

Плотность и вязкость флюида, входящие в (2), с учетом положения подвижной контактной границы, определяемой функцией-идентификатором среды $\varphi(\mathbf{x},t)$, связаны зависимостями:

$$\rho=\rho_2+(\rho_1-\rho_2)\varphi\,, \tag{10}$$

$$\mu=\mu_2+(\mu_1-\mu_2)\varphi\,, \tag{11}$$

здесь индекс “1” относится к первой среде (вода), индекс “2” — ко второй (воздух или нефть).

Для описания движения флюида в породе необходимо учесть влияние стенок материала коллектора. На контакте жидкости с твердым телом, в присутствии третьей фазы — газа или другой, несмешиваемой жидкости, проявляется поверхностное явление (смачивание). Благодаря ему, поверхность жидкости в капилляре или трещине после соприкосновения с его поверхностью искривляется, образуя, в зависимости от соотношения работ адгезии и когезии [28], выпуклый или вогнутый мениск. Равновесный краевой угол смачивания θ определяется как угол между твердой поверхностью и касательной в точке соприкосновения фаз. На рис. 2 схематически показано определение краевого угла смачивания для поверхности капилляра, обладающего гидрофильными свойствами $(\theta<90°)$.

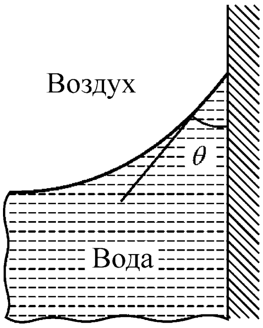

Рис. 2. Краевой угол смачивания для гидрофильной поверхности ($\theta < 90°$)

В пластовых условиях на поверхности раздела фаз наблюдаются неустойчивые процессы изменения равновесного угла смачивания [29]. При вытеснении нефти водой образуется передвигающийся трехфазный периметр смачивания [4]. Вследствие проявления кинетического гистерезиса смачивания [28], угол смачивания в нефтяном коллекторе изменяется в зависимости от скорости и направления движения мениска жидкости, шероховатости твердой поверхности и адсорбции на ней содержащихся в нефти кислот и асфальтенов.

Подробно остановимся на задании граничного условия на границе контакта жидкости с твердым телом. Теория пограничного слоя, применяемая для описания задач внешнего обтекания твердого тела потоком жидкости, при различных режимах течения детально изложена в [21]. В рассматриваемой задаче поднятия жидкости в капилляре режим течения — ламинарный. Из этого следует, что нормальная составляющая вектора скорости потока $\vec{u} \cdot \vec{n}_{wall} = 0$, а тангенциальная составляющая может быть отлична от нуля [5, 30, 31]. Тангенциальная компонента скорости потока равна нулю на некотором расстоянии от стенки β (рис. 3).

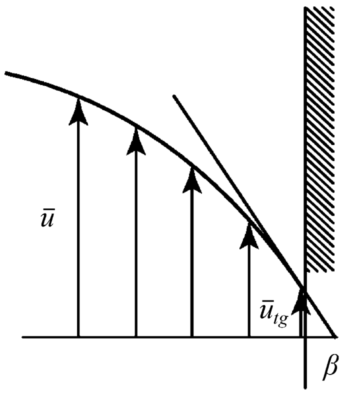

Рис. 3. К определению тангенциальной составляющей вектора скорости

Тангенциальную составляющую скорости $\bar{u}_{tg}$ определим линейной эксктраполяцией скорости потока $\bar{u}$, рассчитанной вблизи стенки, и нулевой скорости на расстоянии β:

$$\bar{u}_{tg} = \bar{u} - (\bar{u} \cdot \bar{n}_{wall})\bar{n}_{wall}, \tag{12}$$

где $\bar{n}_{wall}$ — вектор внешней нормали к поверхности стенки капилляра, направленный от границы поверхности в область, занятую водой.

Сила трения жидкости о материал стенки капилляра зависит от вязкости жидкости μ и тангенциальной составляющей вектора скорости $\bar{u}_{tg}$ [9]:

$$\overline{F}_{tr} = -\frac{\mu}{\beta}\overline{u}_{tg}\,. \tag{13}$$

Кроме силы трения, на границе контакта жидкости и твердого тела действует сила поверхностного натяжения, зависящая от краевого угла смачивания θ. Чтобы задать граничное условие для ситемы уравнений (1), (2) на линии скольжения жидкости с поверхностью твердого тела, недостаточно учесть только условия непротекания и силы трения, необходимо задать некомпенсированную силу Юнга, которая для обобщенных граничных условий Навье [30] имеет вид

$$\overline{F}_{\theta} = \sigma\delta(\overline{m}\cdot\overline{k}_{\partial\Omega} - \cos\theta)\overline{k}_{\partial\Omega}\,, \tag{14}$$

здесь $\overline{m}$, $\overline{k}_{\partial\Omega}$ — векторы, направленные вдоль границы смачивания “жидкость – газ” и “жидкость – твердое тело”. Векторы $\overline{n}_{\Sigma}$, $\overline{n}_{\partial\Omega}$ ортогональны $\overline{m}$, $\overline{k}_{\partial\Omega}$ и являются векторами внешней нормали к границе “жидкость – газ” и “жидкость – твердое тело”.

На рис. 4 приведено расположение границы смачиваемой жидкости, занимающей область Ω_1, с поверхностью стенки капилляра $\partial\Omega_1$ и газом Ω_2, граничащим с поверхностью капилляра $\partial\Omega_2$ и жидкостью Σ. Угол между $\overline{m}$ и $\overline{k}_{\partial\Omega}$ совпадает с динамическим краевым углом θ_e.

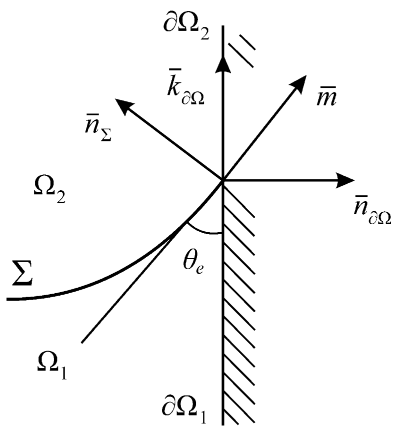

Рис. 4. Направление векторов $\overline{m}$, $\overline{k}_{\partial\Omega}$, $\overline{n}_{\Sigma}$, $\overline{n}_{\partial\Omega}$ на границе контакта смачиваемой жидкости с поверхностью капилляра

Выражение $\sigma(\overline{m}\cdot\overline{k}_{\partial\Omega} - \cos\theta) = \sigma(\cos\theta_e - \cos\theta)$ называется некомпенсированным напряжением Юнга [5, 30]. Количественно эта величина пропорциональна разности между косинусами динамического θ_e и статического θ краевых углов смачивания. В капилляре цилиндрической формы радиусом R скачок давления Δp_e через движущуюся границу Σ, согласно формуле Лапласа, запишется так:

$$\Delta p_e = 2\sigma\frac{\cos\theta_e}{R}\,.$$

Для равновесного краевого угла смачивания θ скачок давления находится аналогично:

$$\Delta p = 2\sigma\frac{\cos\theta}{R}\,.$$

Поскольку в общем случае θ и θ_e различны, разность $\Delta p - \Delta p_e$, выражающая меру диссипации энергии Гиббса, будет отлична от нуля. В термодинамике смысл выражения Δp означает изменение межфазной свободной энергии Гиббса на границе контакта флюида и твердого тела, когда вдоль границы линии смачивания движутся одновременно жидкость и газ, а Δp_e выражает внешнюю работу, совершаемую термодинамической системой [5]. Действительно, пусть жидкость и газ в капилляре цилиндрической формы сместились вдоль его оси на расстояние L, тогда из уравнения Юнга для равновесного краевого угла θ сила $\pi R^2 \Delta p$ равна $2\pi R\sigma\cos\theta = 2\pi R(\sigma_{\partial\Omega_1} - \sigma_{\partial\Omega_2})$, где $\sigma_{\partial\Omega_1}$, $\sigma_{\partial\Omega_2}$ — коэффициенты поверхностного натяжения на границах “жидкость – твердое тело” и “газ – твердое тело”. Изменение свободной энергии на границе контакта флюида и твердого тела будет $\pi R^2 \Delta p L = 2\pi RL(\sigma_{\partial\Omega_1} - \sigma_{\partial\Omega_2})$. Внешняя работа, совершаемая системой $\pi R^2 \Delta p_e L$. Диссипация энергии Гиббса, проявляющаяся вследствие движения флюида вдоль границы линии смачивания $\pi R^2(\Delta p_e - \Delta p)L = 2\pi RL\sigma(\cos\theta_e - \cos\theta)$. Отсюда следует выражение для некомпенсированного напряжения Юнга:

$$\sigma(\cos\theta_e - \cos\theta) = \sigma\cos\theta + \sigma_{\partial\Omega_1} - \sigma_{\partial\Omega_2}.$$

В условиях термодинамического равновесия фаз должно выполняться условие минимума энергии Гиббса, из которого следует $\theta_e = \theta$ и косинус равновесного краевого угла смачивания находится по формуле

$$\cos\theta = \frac{\sigma_{\partial\Omega_1} - \sigma_{\partial\Omega_2}}{\sigma}.$$

Сумма сил $\bar{F}_{wall} = \bar{F}_\theta + \bar{F}_{tr}$, действующих вдоль вектора $\bar{k}_{\partial\Omega}$ на границе контакта “жидкость – твердое тело”:

$$\bar{F}_{wall} = \sigma\delta(\bar{m}\cdot\bar{k}_{\partial\Omega} - \cos\theta)\bar{k}_{\partial\Omega} - \frac{\mu}{\beta}\bar{u}_{tg}. \tag{15}$$

Полученную силу $\bar{F}_{wall}$ необходимо задать в качестве граничного условия в (5) вместо $\bar{F}$, а также учесть тангенциальную компоненту скорости $\bar{u} = \bar{u}_{tg}$ из (12), плотность и вязкость вычислить по (10) и (11). Для функции-идентификатора среды условие на границе контакта жидкости с твердым телом примет вид

$$\left(\varepsilon\nabla\varphi - \varphi(1-\varphi)\frac{\nabla\varphi}{|\nabla\varphi|}\right)\bar{n}_{\partial\Omega} = 0. \tag{16}$$

При истечении воздуха или нефти из верхнего торца капилляра или горной породы необходимо поставить граничное условие на давление p_{out}:

$$[-p\mathbf{I} + \mu(\nabla\bar{u} + (\nabla\bar{u})^T)]\,\bar{n}_S = -p_{out}\cdot\bar{n}_S, \tag{17}$$

где $\bar{n}_S$ — вектор внешней нормали к поверхности верхнего торца капилляра, совпадающий с направлением оси Oz (рис. 1).

На линии *AB* зададим условие для распределения давления p_{AB} с глубиной $0 \le z \le H$:

$$p_{AB} = -\rho g z, \quad \bar{u}\cdot\bar{k}_{\partial\Omega} = 0, \tag{18}$$

$$\bar{n}_{\partial\Omega}^T[-p\mathbf{I} + \mu(\nabla\bar{u} + (\nabla\bar{u})^T)]\,\bar{n}_{\partial\Omega} = -p_{AB}. \tag{19}$$

На дне резервуара зададим условие непротекания

$$\bar{u} \cdot \bar{n}_{\partial\Omega} = 0 \tag{20}$$

и неприлипания к неподвижной твердой стенке

$$\bar{u}_{wall} \cdot \bar{n}_{wall} = 0, \quad \bar{n}_{wall} = -\bar{n}_{\partial\Omega}, \tag{21}$$

где $\bar{n}_{wall}$ — вектор внешней нормали к поверхности стенки дна резервуара, направленный от границы поверхности стенки в область, занятую водой. Для функции-идентификатора среды необходимо принять условие (16).

При воздействии упругих колебаний на дно резервуара его граница придет в движение, колебания передадутся воде, находящейся в резервуаре. Если закон изменения скорости смещения границы дна резервуара известен, например, это будут гармонические колебания по закону

$$u_{wall} = A \cdot \sin \omega t \tag{22}$$

с амплитудой A и угловой частотой $\omega = 2\pi f$ (f — линейная частота), тогда дополнительно к условию непротекания (20) необходимо задать условие неприлипания. Оно заключается в том, что скорость смещения границы дна резервуара совпадает со скоростью смещения воды, а ее вектор направлен по направлению вектора $\bar{n}_{wall}$:

$$\bar{u}_{wall} \cdot \bar{n}_{wall} = -\bar{u} \cdot \bar{n}_{\partial\Omega}. \tag{23}$$

В силу симметрии задачи капиллярной пропитки на линии Oz (рис. 1) следует выполнить граничное условие непротекания и стремление скорости сдвига к нулю:

$$\bar{u} \cdot \bar{n}_{sym} = 0, \tag{24}$$

$$[-p\mathbf{I} + \mu(\nabla\bar{u} + (\nabla\bar{u})^T)]\,\bar{n}_{sym} = 0, \tag{25}$$

$$\left(\varepsilon\nabla\varphi - \varphi(1-\varphi)\frac{\nabla\varphi}{|\nabla\varphi|}\right)\bar{n}_{sym} = 0, \tag{26}$$

где $\bar{n}_{sym}$ — вектор нормали, направленный в радиальном направлении вдоль оси Or от оси симметрии Oz в область Ω.

В начальный момент времени вода в резервуаре покоилась. При касании капилляра или горной породы торцом ее свободной поверхности начинается процесс капиллярной пропитки. Условия на начальную скорость, давление и функцию-идентификатор среды для воды в области Ω_1 следующие:

$$u\big|_{t=0} = 0, \tag{27}$$

$$p\big|_{t=0} = -\rho g z, \tag{28}$$

$$\varphi(\mathbf{x}, 0) = 1. \tag{29}$$

РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПОДНЯТИЯ ЖИДКОСТИ В КАПИЛЛЯРЕ

Зададим для воды и воздуха физические константы, характеризующие их свойства при нормальных условиях: $\rho_1 = 998$ кг/м^3, $\rho_2 = 1.2$ кг/м^3, $\mu_1 = 10^{-3}$ Па·с, $\mu_2 = 1.81 \cdot 10^{-5}$ Па·с, $\sigma = 0.072$ Дж/м^2. Равновесный краевой угол смачивания воды и поверхности стенки капилляра (из кварцевого стекла) $\theta = 0$. Радиус капилляра $R_{cap} = 0.295$ мм, его длина $L = 0.05$ м. Опустим вертикально торец капилляра в резервуар с водой глубиной $H = 0.15$ мм так, чтобы он касался свободной поверхности воды. В капилляр из резервуара начнет поступать вода, и мениск придет в движение. Высоту поднятия жидкости в капилляре обозначим $h(t)$, максимальную высоту поднятия жидкости в капилляре определим по формуле Жюрена:

$$h_{\max} = \frac{2\sigma\cos\theta}{R_{cap}(\rho_1 - \rho_2)g}.$$

Подставляя в нее соответствующие константы, получим максимальное поднятие воды в капилляре $h_{\max} = 0.05$ м. Чтобы по поставленной задаче (1) – (29) в расчетах задать динамический краевой угол смачивания θ_e, необходимо определить его величину из экспериментальных данных или воспользоваться формулой Вашбурна – Лукаса [11 – 13, 17] с известным коэффициентом трения β_{tr}.

Динамический краевой угол смачивания θ_e зависит от капиллярного числа $(Ca = \mu u / \sigma)$. При перемещении границы раздела “вода – воздух”, динамический контактный угол уменьшается, а скорость потока воды возрастает. Для $Ca < 0.01$ в [32, 33] предложено регрессионное уравнение

$$\frac{\cos\theta - \cos\theta_e}{\cos\theta + 1} = ACa^B, \tag{30}$$

где A, B — эмпирические константы, позволяющие рассчитывать θ_e в зависимости от скорости движения воды в капилляре.

Для моделирования поднятия жидкости в капилляре применяют формулу Вашбурна – Лукаса, учитывающую силы поверхностного натяжения $2\pi R_{cap}\sigma\cos\theta_e$, тяжести $mg = \pi R_{cap}^2 \rho_1 g h(t)$, инерции

$$\pi R_{cap}^2 \rho_1 \frac{d}{dt}\left(h(t)\frac{dh(t)}{dt} \right)$$

и вязкостное (гидродинамическое) сопротивление жидкости

$$8\pi\mu_1 h(t)\frac{dh(t)}{dt}.$$

Подставляя указанные силы во второй закон Ньютона, имеем

$$\pi R_{cap}^2 \rho_1 \frac{d}{dt}\left(h(t)\frac{dh(t)}{dt} \right) = 2\pi R_{cap}\sigma\cos\theta_e - \pi R_{cap}^2 \rho_1 g h(t) - 8\pi\mu_1 h(t)\frac{dh(t)}{dt}. \tag{31}$$

Некомпенсированное напряжение Юнга связано со скоростью поднятия жидкости коэффициентом трения β_{tr} жидкости о стенку капилляра [12]:

$$\sigma(\cos\theta_e - \cos\theta) = -\beta_{tr}\frac{dh(t)}{dt}. \tag{32}$$

Пренебрегая в (31) силами инерции [34] и выражая $\sigma\cos\theta_e$ из (32), получим

$$2\pi R_{cap}\left(\sigma\cos\theta - \beta_{tr}\frac{dh(t)}{dt} \right) = \pi R_{cap}^2 \rho_1 g h(t) + 8\pi\mu_1 h(t)\frac{dh(t)}{dt}. \tag{33}$$

Численное решение дифференциального уравнения (33) с начальным условием $h(0)=10^{-6}$ м для $\beta_{tr}=0$ и $\beta_{tr}=0.45$ приведено в [12] и показано, в сопоставлении с экспериментальными данными, на рис. 5. Здесь же приведен график изменения динамического краевого угла смачивания θ_e, полученного в ходе эксперимента [12] с использованием высокоскоростной камеры и последующей обработкой изображений. В [12] использован капилляр, изготовленный из кварцевого стекла радиусом $R_{cap}=0.295$ мм.

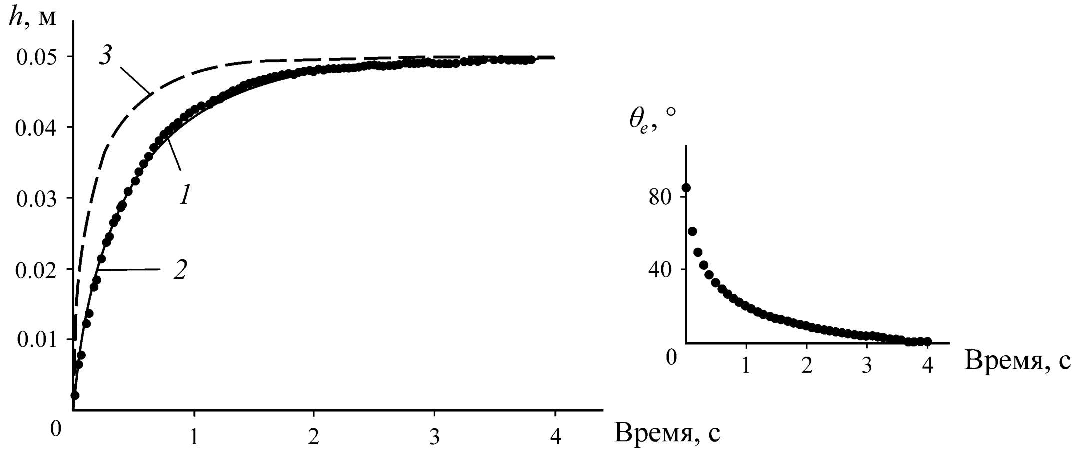

Рис. 5. Временные зависимости высоты поднятия жидкости в капилляре: *1* — экспериментальные данные; расчетные кривые по формуле (36): *2* — $\beta_{tr}=0.45$; *3* — $\beta_{tr}=0$

Воспользуемся уравнением (32) и (33) с коэффициентом трения $\beta_{tr}=0.45$ для определения динамического контактного угла θ_e. Его аппроксимация регрессионным уравнением

$$\theta_e(t)=\frac{-1.608t^2+9.052t+2.369}{t^3+9.647t^2+13.03t+1.513}, \tag{34}$$

дает хорошее соответствие результатов численного решения поставленной задачи (1)–(21), (24)–(29) с экспериментальными данными, полученными в [12]. Однако для учета влияния вибровоздействия на процесс капиллярной пропитки уравнение (34) не подходит, так как оно не учитывает изменение скорости притока воды, поступающей из резервуара.

Подставим (34) в (30), при этом скорость потока u, входящую в капиллярное число $Ca=\mu u/\sigma$, определим из (33) следующим образом: $u=dh(t)/dt$. После несложных преобразований найдем эмпирические константы $A=224.7$ и $B=1$. Регрессионное уравнение (30) позволяет учесть влияние колебаний давления воды на скорость капиллярной пропитки, вызванных вибрацией, приложенной к стенке дна резервуара.

Решение задачи (1)–(29) получено численно, методом конечных объемов в программном пакете OpenFOAM. Использована равномерная сетка с шагом 0.08 мм и временным шагом 0.004 с. Для интегрирования уравнений в частных производных по времени применен трехстадийный неявный метод, приведенный в [35]. Результат расчета временной зависимости высоты поднятия воды в капилляре без вибровоздействия, выполненный по формулам (1)–(21), (24)–(29), показан на рис. 6*а* (кривая *1*). Он совпадает с решением, полученным на основе уравнения Вашбурна–Лукаса (рис. 5, кривая *2*), и хорошо согласуется с экспериментальными данными (рис. 5, кривая *1*).

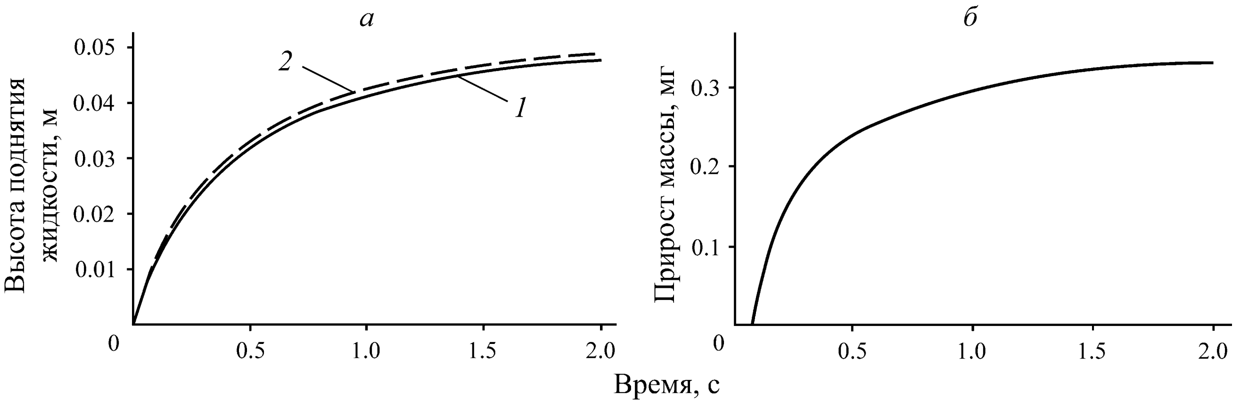

Рис. 6. Временные зависимости высоты поднятия жидкости в капилляре (*а*): *1* — без вибровоздействия; *2* — с вибровоздействием; динамика прироста массы в капилляре при вибровоздействии (*б*)

При воздействии упругими колебаниями на дно резервуара его граница будет смещаться по гармоническому закону (22) с амплитудой скорости смещения $A = 0.04$ мм/с и линейной частотой $f = 1250$ Гц. Эти колебания распространятся по всему объему воды, находящейся в резервуаре и поступающей оттуда в капилляр. На рис. 6*а* кривой *2* показана временная зависимость высоты поднятия воды в капилляре с учетом вибровоздействия, рассчитанная по формулам (1) – (19), (22) – (29). Сопоставляя кривую *1* и *2* (рис. 6*а*), приходим к выводу, что вибровоздействие ускоряет процесс капиллярной пропитки. Разность высот поднятия воды в капилляре при вибровоздействии и без него, помноженная на площадь внутреннего сечения капилляра и плотность воды, показывает динамику прироста массы воды в капилляре (рис. 6*б*). Приведенный пример решения задачи капиллярной пропитки (1) – (29) позволяет также оценить максимальный прирост расхода жидкости, поступающей из резервуара в капилляр — 1.8 мм^3/с.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Модели, составленные на основе уравнения Вашбурна – Лукаса, разработаны для описания процесса поднятия жидкости в капилляре или трубки цилиндрической формы. Существует концепция, рассматривающая течение в пористой среде как течение через связку капилляров со средним радиусом $\tilde{r}$, соответствующим среднему радиусу пор [36]. Если обозначить число эквивалентных капилляров со средним радиусом N, участвующих в капиллярной пропитке, то масса жидкости, поднимающейся по ним, оценивается как

$$m_N(t) = \pi\tilde{r} \qquad , \tag{35}$$

где $h(t)$ — высота поднятия жидкости в капилляре.

Эффекты замедления движения жидкости, связанные с шероховатостью внутренней поверхности пор, рассматривались в [37 – 40]. Однако в них не учитывалось влияние извилистости капилляров на величину динамического контактного угла θ_e. В [14, 17] извилистость τ определяется как отношение фактически пройденного пути $\tilde{l}$ движущейся жидкости через пространство пор к высоте поднятия фронта насыщения h, отсчитываемой от границы соприкосновения пористой среды со свободной поверхностью жидкости:

$$\tilde{l} \qquad . \tag{36}$$

Формула Вашбурна – Лукаса в форме (33) для пористой среды:

$$2\pi\tilde{r} \qquad \qquad dt \qquad (37)$$

или с учетом (36):

$$2\pi\tilde{r} \qquad \qquad (t)\frac{dh(t)}{dt}, \qquad (40)$$

$\tilde{f}$ — средний коэффициент трения жидкости о поверхность пор.

Подобные рассуждения остаются справедливы и для предложенной постановки задачи (1) – (29), т. е. алгоритм решения таков: зная коэффициент извилистости τ, количество эквивалентных капилляров N, участвующих в процессе капиллярной пропитки, со средним радиусом $\tilde{r}$, среднее значение коэффициента трения $\tilde{f}$, можно рассчитать ускорение пропитки в пористом керне, выбуренном из горной породы.

ВЫВОДЫ

Моделирование процесса поднятия жидкости в капилляре, проведенное на основе общих подходов течения двухфазных сред, позволяет определить зависимость скорости пропитки от амплитуды и частоты колебания жидкости, поступающей в него из резервуара. На примере поднятия воды в капилляре цилиндрической формы показано, что вибрация существенно уменьшает время пропитки. Предложенная модель обобщена на случай пропитки пористого керна реальной горной породы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Курленя М. В., Цупов М. Н., Савченко А. В.** Влияние Бачатского землетрясения в Кузбассе на эмиссию метана в горные выработки угольных шахт // ФТПРПИ. — 2019. — № 5. — С. 3 – 9.
2. **Евстигнеев Д. С., Курленя М. В., Пеньковский В. И., Савченко А. В.** Дебит флюида при гидроимпульсном воздействии на призабойную зону скважины нефтяного пласта // ФТПРПИ. — 2019. — № 3. — С. 3 – 14.
3. **Kurlenya M. V., Pen'kovsky V. I., Savchenko A. V., Evstigneev D. S., and Korsakova N. K.** De-velopment of method for stimulating oil inflow to the well during field exploitation, J. Min. Sci., 2018, Vol. 54, Issue 3. — P. 414 – 422.
4. **Salathiel R. A.** Oil recovery by surface film drainage in mixed-wettability rocks, J. Petroleum Technol., 1973, Trans. AIME, Vol. 25, No. 10. — P. 1216 – 1224.
5. **Qian T., Wang X., and Sheng P.** Molecular hydrodynamics of the moving contact line in two-phase immiscible flows, Communications in Computational Physics, 2006, Vol. 1, No. 1. — P. 1 – 52.
6. **Guo X., Liu R., Wang J., Shuai S., Xiong D., Bai S., and Wang X.** Pore-scale modeling of wettability effects on infiltration behavior in liquid composite molding, Physics of Fluids, 2020, Vol. 32, No. 9, 093311.
7. **Liu Zh., Yu X., and Wan L.** Influence of contact angle on soil–water characteristic curve with modified capillary rise method, J. of the Transportation Res. Board, 2013, Vol. 2349, No. 1. — P. 32 – 40.
8. **Cao H., Amador C., Jia X., and Ding Y.** Capillary dynamics of water/ethanol mixtures, Ind. Eng. Chem. Res., 2015, Vol. 54, No. 48. — P. 12196 – 12203.

9. **Lim H., Lee M., and Lee J.** Versatile analysis of closed-end capillary invasion of viscous fluids, JMST Advances, 2019, Vol. 1. — P. 73 – 79.
10. **Zhmud B. V., Tiberg F., and Hallstensson K.** Dynamics of capillary rise, J. Colloid Interface Sci., 2000, Vol. 228. — P. 263 – 269.
11. **Levine S., Lowndes J., Watson E. J., and Neale G.** A theory of capillary rise of a liquid in a vertical cylindrical tube and in a parallel-plate channel Washburn equation modified to account for the meniscus with slippage at the contact line, J. Colloid Interface Sci., 1980, Vol. 73, Issue 1. — P. 136 – 151.
12. **Hamraoui A., Thuresson K., Nylander T., and Yaminsky V.** Can a dynamic contact angle be understood in terms of a friction coefficient, J. Colloid Interface Sci., 2000, Vol. 226. — P. 199 – 204.
13. **Hamraoui A. and Nylander T.** Analytical approach for the Lucas – Washburn equation, J. Colloid Interface Sci., 2002, Vol. 250. — P. 415 – 421.
14. **Liu Z., Yu X., and Wan L.** Capillary rise method for the measurement of the contact angle of soils, Acta Geotechnica, 2016, Vol. 11. — P. 21 – 35.
15. **Bachmann J., Woche S. K., Goebel M.-O., Kirkham M. B., and Horton R.** Extended methodology for determining wetting properties of porous media, Water Resources Research, 2003, Vol. 39, Issue 12. — P. 1353 – 1367.
16. **Czachor H.** Modelling the effect of pore structure and wetting angles on capillary rise in soils having different wettabilities, J. Hydrology, 2006, Vol. 328, Issues 3 – 4 — P. 604 – 613.
17. **Czachor H.** Applicability of the Washburn theory for determining the wetting angle of soils, Hydrological Proces., 2007, Vol. 21, Issue 17. — P. 2239 – 2247.
18. **Lo W.-C., Yang C.-C., Hsu S.-Y., Chen C.-H., Yeh C.-L., and Hilpert M.** The dynamic response of the water retention curve in unsaturated soils during drainage to acoustic excitations, Water Resources Res., 2017, Vol. 53, No. 1. — P. 712 – 725.
19. **Бураго Н. Г., Кукуджанов В. Н.** Обзор контактных алгоритмов // Изв. РАН. МТТ. — 2005. — № 1. — С. 45 – 87.
20. **Cengel Y. A. and Cimbala J. M.** Fluid mechanics: fundamentals and applications, McGraw Hill Education, 2017. — 1016 p.
21. **Schlichting H. and Gersten K.** Boundary-layer theory, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2017. — 805 p.
22. **Аганин А. А., Гусева Т. С.** Численное моделирование контактного взаимодействия сжимаемых сред на эйлеровых сетках // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. — 2012. — Т. 154. — Кн. 4. — С. 74 – 99.
23. **Гусева Т. С.** Численное решение задач взаимодействия жидкости и газа на эйлеровых сетках без явного выделения контактных границ // Вестн. КазТУ. — 2013. — Т. 16. — № 15. — С. 135 – 140.
24. **Osher S. and Sethian J. A.** Fronts propagating with curvature-dependent speed: algorithms based on Hamilton-Jacobi formulations, J. Comput. Physics, 1988, Vol. 79, No. 1. — P. 12 – 49.
25. **Olsson E., Kreiss G., and Zahedi S.** A conservative level set method for two phase flow, J. Computational Physics, 2007, Vol. 225, Issue 1. — P. 785 – 807.
26. **Engquist B., Tornberg A.-K., and Tsai R.** Discretization of Dirac delta functions in level set methods, J. Computational Physics, 2005, Vol. 207, No. 1. — P. 28 – 51.
27. **Zahedi S. and Tornberg A.-K.** Delta function approximations in level set methods by distance function extension, J. Computational Physics, 2010, Vol. 229, No. 6. — P. 2199 – 2219.
28. **Данаев Н. Т., Корсакова Н. К., Пеньковский В. И.** Массоперенос в прискважинной зоне и электромагнитный каротаж пластов. — Алма-Ата: КазНУ им. Аль-Фараби, 2005. — 180 с.
29. **Пеньковский В. И.** Капиллярное давление, гравитационное и динамическое распределение фаз в системе “вода – нефть – газ – порода” // ПМТФ. — 1996. — Т. 37. — № 6. — С. 85 – 90.

30. **Gerbeau J.-F. and Lelièvre T.** Generalized Navier boundary condition and geometric conservation law for surface tension, Computer Methods in Appl. Mech. and Eng., 2009, Vol. 198, No. 5 – 8. — P. 644 – 656.
31. **Bonn D., Eggers J., Indekeu J., Meunier J., and Rolley E.** Wetting and spreading, Rev. Modern Physics, 2009, Vol. 81, No. 2. — P. 739 – 805.
32. **Seebergh J. E. and Berg J. C.** Dynamic wetting in the low capillary number regime, Chem. Eng. Sci., 1992, Vol. 47, No. 17 – 18. — P. 4455 – 4464.
33. **Li X., Fan X., Askounis A., Wu K., Sefiane K., and Koutsos V.** An experimental study on dynamic pore wettability, Chem. Eng. Sci., 2013, No. 104. — P. 988 – 997.
34. **Andrukh T., Monaenkova D., Rubin B., Lee W.-K., and Kornev K. G.** Meniscus formation in a capillary and the role of contact line friction, Soft Matter, 2014, Vol. 10, No. 4. — P. 609 – 615.
35. **Süli E. and Mayers D. F.** An introduction to numerical analysis, Cambridge University Press, 2003. — 444 p.
36. **Хейфец Л. И., Неймарк А. В.** Многофазные процессы в пористых средах. — М.: Химия, 1982. — 320 с.
37. **Bikerman J. J.** The surface roughness and contact angle, J. Phys. Colloid Chemistry, 1950, Vol. 54, No. 5. — P. 653 – 658.
38. **Drelich J. and Miller J. D.** The effect of solid surface heterogeneity and roughness on the contact angle/drop (bubble) size relationship, J. Colloid and Interface Sci., 1994, Vol. 164, No. 1. — P. 252 – 259.
39. **Kubiak K. J., Wilson M. C. T., Mathia T. G., and Carval P.** Wettability versus roughness of engineering surfaces, Wear, 2011, Vol. 271, No. 3 – 4. — P. 523 – 528.
40. **Quéré D.** Wetting and roughness, Annu. Rev. Mater. Res., 2008, Vol. 38, No. 1. — P. 71 – 99.

Поступила в редакцию 25/I 2021
После доработки 26/II 2021
Принята к публикации 15/III 2021