

УДК 681.5

## КОНСТРУКТИВНЫЕ АСПЕКТЫ МЕТОДА ПОТЕНЦИАЛЬНЫХ ПОЛЕЙ В МОБИЛЬНОЙ РОБОТОТЕХНИКЕ

© А. Б. Филимонов<sup>1,2</sup>, Н. Б. Филимонов<sup>3,4</sup>

<sup>1</sup>Российский технологический университет (МИРЭА),  
119454, Москва, просп. Вернадского, 78

<sup>2</sup>Московский авиационный институт,  
125993, Москва, Волоколамское шоссе, 4

<sup>3</sup>Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова,  
119991, Москва, ГСП-1, Ленинские горы, 1

<sup>4</sup>Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН,  
117997, Москва, ул. Профсоюзная, 65

E-mail: [filimon\\_ab@mail.ru](mailto:filimon_ab@mail.ru)

[nbfilimonov@mail.ru](mailto:nbfilimonov@mail.ru)

В работах, посвящённых методу потенциальных полей в мобильной робототехнике, ключевое значение придаётся механизму силового воздействия на движение робота, определяющему закон изменения скорости его движения. Предлагается новая методология использования виртуальных полей: силовой аспект исключается, а линии напряжённости создаваемого поля задают лишь желаемые траектории движения робота, причём следование по заданной траектории осуществляется двухконтурной системой управления направлением и скоростью движения робота. Обсуждается вопрос конструирования притягивающего и отталкивающего потенциалов. Приводятся результаты имитационного моделирования траекторного управления движением двухколёсного робота.

*Ключевые слова:* мобильные роботы, искусственные потенциальные поля, силовые линии поля, траекторное управление.

DOI: 10.15372/AUT20210406

**Введение.** Одним из широко распространённых в задачах локальной навигации мобильных роботов (МР) [1, 2] является метод виртуальных потенциальных полей (ПП), который в литературе имеет следующие названия: метод «потенциалов» (potential field approach), метод «искусственных потенциальных полей» (artificial potential field), метод «полей виртуальных сил» (virtual force field), метод «гистограммы векторных сил» (vector field histogram) и др. Достаточно полное представление о современном состоянии метода и особенностях его применения в робототехнике дают работы [3–12]. Общая идея данного метода состоит в построении виртуального силового поля в рабочем пространстве робота и организации управляемого движения МР вдоль силовых линий данного поля. Потенциальная функция поля должна отражать цель движения, а также конфигурацию препятствий и их форму. Следует отметить, что в данных работах ключевое значение придаётся механизму силового воздействия на движение робота, определяющему закон изменения скорости его движения.

В представленной работе, развивающей исследования [13–17], предлагается новая методология использования виртуальных полей: силовой аспект исключается, а линии напряжённости создаваемого поля задают лишь желаемые траектории движения робота, причём следование по заданной траектории осуществляется двухконтурной системой управления направлением и скоростью движения робота.

**Потенциальная функция силового поля.** Виртуальное поле рассчитывается исходя из имеющейся математической модели рабочего пространства (РП) робота  $D$ , отображающей пространственные объекты реального мира: их положение и форму. Такая математическая модель строится на основе априорных данных о РП и имеющейся сенсорной и навигационной информации. Объекты внешней среды могут служить препятствием при движении МР к целевому положению.

Для описания виртуальных полей удобно придерживаться аналогии с электростатическими полями. Такое поле создаётся виртуальными положительными и отрицательными зарядами. Будем считать, что МР приписан положительный заряд.

Векторное поле разделяется на две составляющие: цель движения представляется притягивающим векторным полем, в то время как препятствия — отталкивающим полем. Сложение двух полей позволяет решать задачи движения МР к заданной целевой точке и обхода препятствий на маршруте следования.

Пусть задано целевое положение робота  $P^* : \mathbf{r}^* = (x^*, y^*, z^*) \in D$ , далее  $r = (x, y, z) \in D$  — некоторая точка РП.

Помещённый в него некоторый точечный отрицательный заряд создаёт притягивающее (attracting — *att*) потенциальное силовое поле

$$U_{att} = U_{att}(\mathbf{r}).$$

Препятствия снабдим положительными зарядами, тогда они будут создавать отталкивающее (repelling — *rep*) поле

$$U_{rep} = U_{rep}(\mathbf{r}).$$

Потенциальное поле  $U(\mathbf{r})$  образуется суперпозицией притягивающего и отталкивающего полей:

$$U(\mathbf{r}) = U_{att}(\mathbf{r}) + U_{rep}(\mathbf{r}). \quad (1)$$

Вектор напряжённости поля в точке  $\mathbf{r} = (x, y, z)$  определяется как антиградиент потенциала:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = -\nabla U(\mathbf{r}), \quad (2)$$

где

$$\nabla U = \frac{\partial U}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial U}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial U}{\partial z} \mathbf{k}; \quad \mathbf{E} = E_x \mathbf{i} + E_y \mathbf{j} + E_z \mathbf{k};$$

$\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$  — орты декартовой системы координат;  $E_x, E_y, E_z$  — проекции вектора напряжённости на координатные оси.

В соответствии с (1) и (2) напряжённость поля также можно разложить на две составляющие — притягивающую и отталкивающую:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_{att}(\mathbf{r}) + \mathbf{E}_{rep}(\mathbf{r}), \quad (3)$$

где

$$\mathbf{E}_{att}(\mathbf{r}) = -\nabla U_{att}(\mathbf{r}), \quad \mathbf{E}_{rep}(\mathbf{r}) = -\nabla U_{rep}(\mathbf{r}).$$

**Конструирование потенциального поля.** В качестве притягивающего потенциала обычно принимают параболическую функцию [8]

$$U_{att}(\mathbf{r}) = k_a d(\mathbf{r})^2 / 2, \quad (4)$$

где  $k_a > 0$  — константа,  $d(\mathbf{r})$  — евклидово расстояние МР до цели  $P^*$ :

$$d(\mathbf{r}) = \|\mathbf{r} - \mathbf{r}^*\|.$$

Здесь скобки  $\|\cdot\|$  обозначают евклидову норму вектора.

Отталкивающий потенциал создаётся лишь в узкой зоне на границе каждого препятствия, причём он должен быть большим вблизи препятствия и не должен влиять на движение МР вдали от него.

Весьма распространён следующий способ задания отталкивающих потенциалов [8]:

$$U_{rep}(\mathbf{r}) = \begin{cases} \frac{1}{2} k_r \left( \frac{1}{\rho(\mathbf{r})} - \frac{1}{\rho_0} \right)^2, & \rho(\mathbf{r}) \leq \rho_0; \\ 0, & \rho(\mathbf{r}) > \rho_0, \end{cases} \quad (5)$$

где  $k_r > 0$ ;  $\rho(\mathbf{r})$  — расстояние до препятствия;  $\rho_0$  — ширина зоны действия сил отталкивания, именуемая также радиусом безопасности препятствия. Таким образом, данное поле создаёт потенциальный барьер вокруг препятствия ширины  $\rho_0$ , потенциал в котором неограниченно возрастает при приближении к препятствию.

Рассмотрим один важный аспект построения ПП. Эффект действия отталкивающей компоненты  $\mathbf{E}_{rep}(\mathbf{r})$  напряжённости поля задаётся суммой (3). Однако слагаемое  $\mathbf{E}_{att}(\mathbf{r})$ , определяемое притягивающим потенциалом (4), существенно изменяется при приближении к точке  $P^*$ . Вследствие этого эффект действия отталкивающего потенциала зависит от места расположения препятствия, для которого он создаётся. Поэтому более предпочтительным является притягивающий потенциал другого типа:

$$U_{att}(\mathbf{q}) = k_a d(\mathbf{q}).$$

В этом случае имеем вектор напряжённости поля

$$\mathbf{E}_{att}(\mathbf{r}) = -k_a \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}^*}{d(\mathbf{r})}, \quad (6)$$

абсолютная величина которого постоянна:

$$\|\mathbf{E}_{att}(\mathbf{r})\| = k_a.$$

В сущности, нас интересует не сам отталкивающий потенциал, а создаваемое им поле напряжённости. В связи с этим вместо (5) предлагается использовать отталкивающий потенциал

$$U_{rep}(\mathbf{r}) = \begin{cases} k_r [-\ln(\rho(\mathbf{r})/\rho_0) + (\rho(\mathbf{r})/\rho_0) - 1], & \rho(\mathbf{r}) \leq \rho_0; \\ 0, & \rho(\mathbf{r}) > \rho_0. \end{cases}$$

Тогда выражение для величины напряжённости поля сильно упрощается:

$$\|\mathbf{E}_{rep}(\mathbf{r})\| = \begin{cases} k_r \left( \frac{1}{\rho(\mathbf{r})} - \frac{1}{\rho_0} \right), & \rho(\mathbf{r}) \leq \rho_0; \\ 0, & \rho(\mathbf{r}) > \rho_0. \end{cases} \quad (7)$$

Такая конструкция отталкивающего поля может представлять интерес для практических применений.

**Схема кинематического управления.** В методе ПП применяют две стратегии управления МР: схемы динамического и кинематического управления МР [8, 16, 17]. В первом поле напряжённости определяет вектор линейного ускорения МР в каждой точке РП.

Далее за основу примем схему кинематического управления: в ней линейная скорость движения МР задаётся величиной напряжённости поля

$$\dot{\mathbf{r}} = \alpha \mathbf{E},$$

где  $\alpha > 0$  — константа.

**Формирование траекторий движения.** Семейство линий напряжённости поля определяется системой дифференциальных уравнений

$$\frac{dx}{E_x} = \frac{dy}{E_y} = \frac{dz}{E_z}. \quad (8)$$

Поскольку виртуальное ПП является абстракцией, то нет необходимости строить его исходя строго из законов электростатики. Нас интересуют лишь возможность использования силовых линий поля в качестве навигационных ориентиров, указывающих направление движения МР к целевому положению  $P^*$  и обеспечивающих безопасный обход препятствий.

В задачах траекторного управления МР необходимо в процессе движения задавать его вектор линейной скорости и ориентацию в пространстве.

При формировании траекторий движения МР достаточно ограничиться анализом движения его центра масс, т. е. робот может рассматриваться как материальная точка (МТ).

**Утверждение.** Пусть движение МТ описывается уравнением

$$\dot{\mathbf{r}} = \alpha(\mathbf{r}) \mathbf{E}(\mathbf{r}), \quad (9)$$

где  $t \geq 0$ ,  $\mathbf{E}(\mathbf{r})$  — векторное поле, а  $\alpha(\mathbf{r})$  — непрерывная знакоположительная функция, т. е.  $\alpha(\mathbf{r}) > 0$ . Тогда траектория её движения не зависит от вида функции  $\alpha(\mathbf{r})$  и совпадает с силовой линией векторного поля  $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ , проходящей через точку  $\mathbf{r}(0)$ .

Действительно, из (9) следуют равенства

$$\frac{dx}{E_x(\mathbf{r})} = \frac{dy}{E_y(\mathbf{r})} = \frac{dz}{E_z(\mathbf{r})} = \alpha(\mathbf{r}) dt,$$

т. е. траектория движения МТ описывается теми же уравнениями, что и линия напряжённости поля (8).

Потребуем, чтобы МТ двигалась вдоль линии напряжённости поля с постоянной скоростью  $V^*$ . Полагая в (9)

$$\alpha(\mathbf{r}) = \frac{V^*}{\|\mathbf{E}(\mathbf{r})\|},$$

получим уравнение движения

$$\dot{\mathbf{r}} = V^* \frac{\mathbf{E}(\mathbf{r})}{\|\mathbf{E}(\mathbf{r})\|}. \quad (10)$$

Согласно доказанному утверждению МТ будет двигаться вдоль силовой линии поля и вместе с тем

$$\|\dot{\mathbf{r}}\| = V^*,$$

т. е. абсолютная величина скорости МТ постоянна и равна желаемому значению  $V^*$ .

Полученный результат подсказывает следующую стратегию управления МР: создаём виртуальное потенциальное поле сил, включающее притягивающую и отталкивающие компоненты, со стоком в целевом положении  $P^*$ . Вектор напряжённости поля  $\mathbf{E}(\mathbf{r})$  задаёт направление движения МР. Система управления МР должна обрабатывать уставку скорости

$$\mathbf{V}^* = V^* \frac{\mathbf{E}(\mathbf{r})}{\|\mathbf{E}(\mathbf{r})\|}.$$

Таким образом, силовые линии поля определяют желаемые траектории движения МР.

**Управление двухколёсным мобильным роботом.** Рассмотрим модельный пример применения метода ПП к задаче управления плоским движением ( $D \subseteq \mathbb{R}^2$ ) двухколёсного МР [18, 19].

Полагаем, что робот состоит из абсолютно твёрдой платформы и соосной колёсной системы с дифференциальным приводом (рис. 1).

Управление МР осуществляется через угловые скорости вращения колёс  $\omega_L, \omega_R$ . Предполагается, что колёса находятся в точечном контакте с поверхностью и движутся без проскальзывания.

В качестве переменных состояния МР рассмотрим следующие величины:  $x, y$  — координаты базовой точки робота (середина оси вращения колёс);  $V$  — модуль вектора скорости базовой точки робота;  $\theta$  — угол между вектором скорости робота и положительным направлением оси  $OX$  (курс);  $\Omega = \dot{\theta}$  — угловая скорость вращения робота вокруг вертикальной оси  $OZ$ .

Приведём модель движения колёсной платформы при следующих предположениях: не учитываются динамика приводов колёс, а также эффект проскальзывания колёс; центр масс платформы лежит на прямой, являющейся вертикальной осью симметрии шасси [18]:

$$\dot{x} = V \cos \theta, \quad \dot{y} = V \sin \theta,$$

$$\dot{V} = \frac{M_L + M_R}{mR}; \quad \ddot{\theta} = \frac{M_R - M_L}{J}, \quad (11)$$

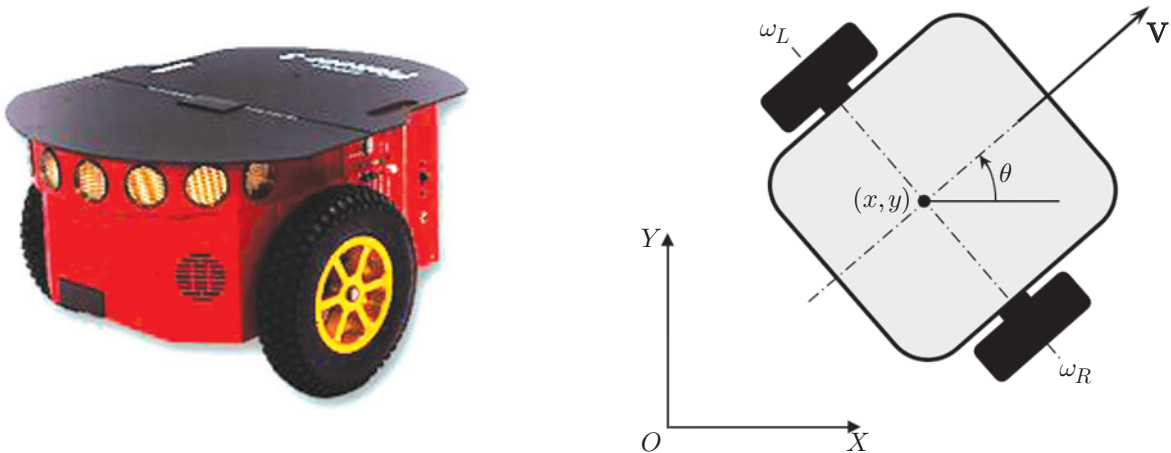


Рис. 1. Колёсный робот

где  $R$  — радиус колёс;  $m$  — масса робота;  $J$  — момент инерции робота при вращении вокруг вертикальной оси, проходящей через его центр массы;  $M_L$  и  $M_R$  — крутящие моменты, приложенные к колёсам робота.

Введём вспомогательные управляющие переменные

$$u_V = \frac{M_L + M_R}{mR}; \quad u_\theta = \frac{M_R - M_L}{J}. \quad (12)$$

Уравнения (11) преобразуются к виду

$$\dot{V} = u_V; \quad \ddot{\theta} = u_\theta. \quad (13)$$

Обратный переход от переменных (12) к крутящим моментам дают равенства

$$M_L = \frac{1}{2}(mRu_V - Ju_\theta), \quad M_R = \frac{1}{2}(mRu_V + Ju_\theta).$$

Примем конструктивные параметры робота:  $m = 2$  кг,  $J = 0,0104$  кг·м<sup>2</sup>.

Стратегия управления движением МР предусматривает формирование маршрута его движения на основе метода ПП и реализацию движения по этому маршруту посредством двухконтурной системы регулирования величины линейной скорости и направления его движения (курса).

Маршрут движения задаётся линией напряжённости  $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ . Потребуем, чтобы величина скорости перемещения МР была постоянной и равной номинальной величине  $V^* = \text{const}$ . Заданный курс  $\theta^*$  определяется согласно (10):

$$\theta^* = \arg \mathbf{E}.$$

Соответствующие законы регулирования имеют вид

$$u_V = k_V(V^* - V); \quad u_\theta = k_\theta(\theta^* - \theta) - k_\Omega \dot{\theta}. \quad (14)$$

Согласно (13), (14) динамика контуров регулирования описывается линейными дифференциальными уравнениями

$$\dot{V} + k_V V = V^*, \quad \ddot{\theta} + k_\Omega \dot{\theta} + k_\theta \theta = k_\theta \theta^*.$$

Настройку контуров регулирования будем осуществлять, исходя из задания желаемых полюсов  $p_1^*$  и  $p_2^*$  (кратного):

$$p_1^* = -\frac{1}{T_V}, \quad p_2^* = -\frac{1}{T_\theta}, \quad T_V, T_\theta > 0,$$

тогда

$$k_V = \frac{1}{T_V}, \quad k_\theta = \frac{1}{T_\theta^2}, \quad k_\Omega = \frac{2}{T_\theta}.$$

Притягивающее поле создаётся согласно формуле (6), а отталкивающее — (7). В модельном примере принято  $k_a = 1$ ,  $k_r = 3$ ,  $\rho_0 = 1,5$  м;  $T_V = T_\theta = 0,5$  с.

Рис. 2 и 3 иллюстрируют результаты моделирования процесса управления движением МР в среде математического пакета MATLAB.

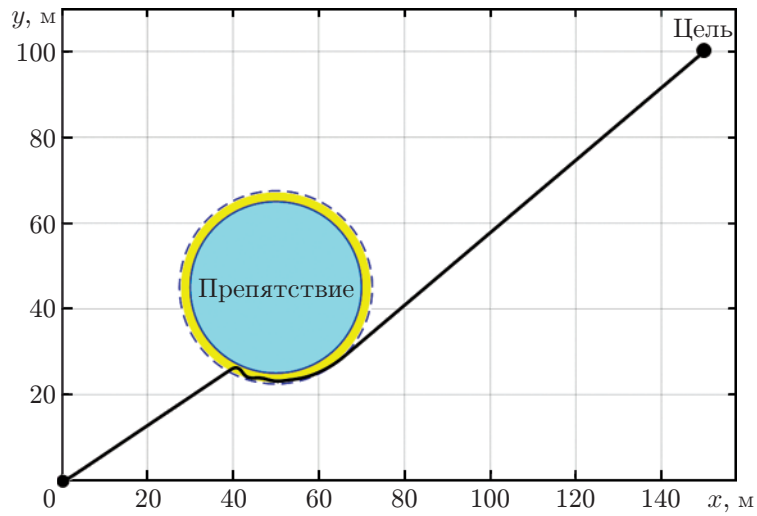


Рис. 2. Траектория движения робота

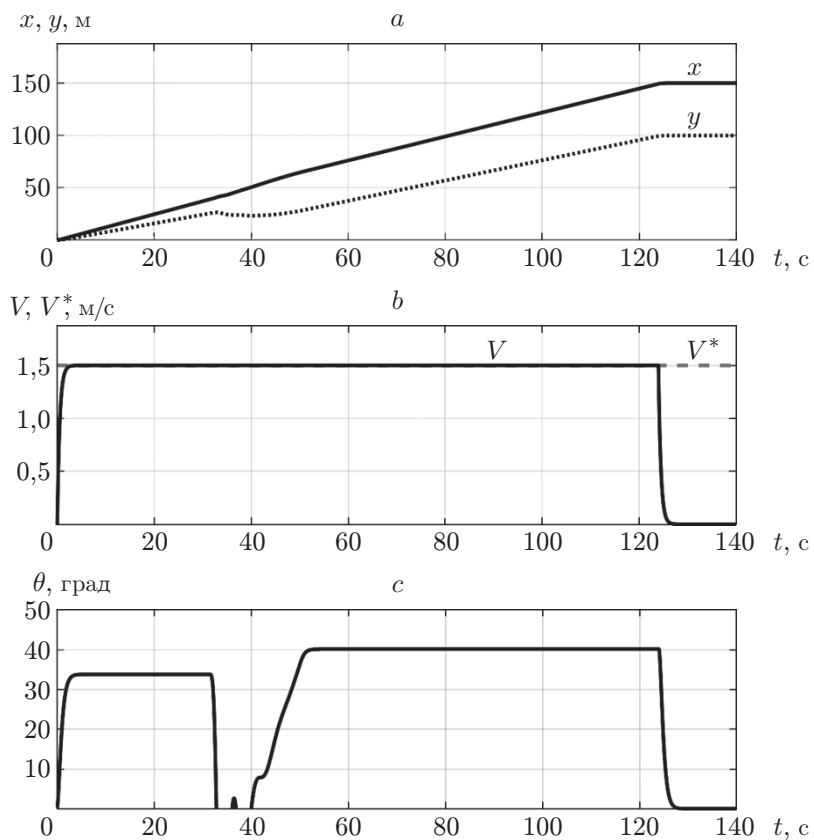


Рис. 3. Графики зависимости кинематических величин МР от времени: *a* — пространственных координат, *b* — линейной скорости и *c* — курса

**Заключение.** В предлагаемой стратегии управления движением мобильных роботов искусственные потенциальные поля носят информационный, а не силовой характер, задавая траектории движения к целевому положению с обходом препятствий на пути следования. Само же управление движением робота осуществляется двухконтурной системой регулирования скорости и направления движения. Предложенные решения применены к модельной задаче управления движением двухколёсного робота. Их эффективность подтверждают результаты компьютерного моделирования в среде MATLAB.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Лю В.** Методы планирования пути в среде с препятствиями (обзор) // Математика и математическое моделирование. 2018. № 1. С. 15–58.
2. **Zafar M. N., Montana J. C.** Methodology for path planning and optimization of mobile robots: A review // Procedia Computer Science. 2018. **133**. P. 141–152.
3. **Al-Sultan K. S., Aliyu M. D.** A new potential field based algorithm for path planning // Journ. Intell. Robotic Systems. 1996. **17**. P. 265–282.
4. **Ge S. S., Cui Y. J.** New potential functions for mobile robot path planning // IEEE Trans. Robotics and Automation. 2000. **16**, N 5. P. 615–620.
5. **Платонов А. К., Кирильченко А. А., Колганов М. А.** Метод потенциалов в задаче выбора пути: история и перспективы // Препр. ИПМ им. М. В. Келдыша РАН. М., 2001. № 40. 32 с.
6. **Pozna C., Precup R.-E., Koczy L. T., Ballagi A.** Potential field-based approach for obstacle avoidance trajectories // The IPSI BgD Transactions on Internet Research. 2002. **8**, N 2. P. 40–45.
7. **Cosio F. A., Castañeda M. A. P.** Autonomous robot navigation using adaptive potential fields // Mathematical and Computer Modelling. 2004. **40**. P. 1141–1156.
8. **Castaneda M. A. P., Savage J., Hernandez A., Cosío F. A.** Local Autonomous Robot Navigation Using Potential Fields /Motion Planning. Ed. by Xing-Jian Jing. Ch. 1. InTech, 2008. 598 p.
9. **Чепиженко В. И.** Анализ использования потенциальных полевых методов для решения навигационных и конфликтных задач // Кибернетика и вычислительная техника. 2012. Вып. 167. С. 15–24.
10. **Dumitru S. A., Vladareanu L., Yan T. H., Qi Ch. K.** Mobile robot navigation techniques using potential field method in unknown environments // Appl. Mechanics and Materials. 2014. **656**. P. 388–394.
11. **Белоглазов Д. А., Гайдук А. Р., Косенко Е. Ю. и др.** Групповое управление подвижными объектами в неопределенных средах /Под ред. В. Х. Пшихопова. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2015. 300 с.
12. **Springer Handbook of Robotics** /Eds by B. Siciliano, O. Khatib. Springer, 2016. 2259 p.
13. **Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б.** Методология искусственных потенциальных полей в задачах локальной навигации мобильных роботов // Интеллектуальные системы, управление и мехатроника — 2017. Матер. III Всеросс. науч.-техн. конф. Севастополь: СевГУ, 2017. С. 157–160.
14. **Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б.** Некоторые аспекты применения метода потенциальных полей в задачах локальной навигации мобильных роботов // Проблемы управления и моделирования в сложных системах. Тр. XIX Междунар. конф. Самара: ООО “Офорт”, 2017. С. 242–247.



15. **Filimonov A. B., Filimonov N. B.** The peculiarities of application of the potential fields method for the problems of local navigation of mobile robots // Proc. of the 14th Intern. Scien.-Techn. Conf. «Actual Problems of Electronic Instrument Engineering» (APEIE 2018). 2018. Vol. 1, Pt. 6. P. 208–211.
16. **Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б., Барашков А. А.** Вопросы построения потенциальных полей в задачах локальной навигации мобильных роботов // Автометрия. 2019. **55**, № 4. С. 65–40. DOI: 10.15372/AUT20190407.
17. **Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б.** Вопросы управления движением мобильных роботов методом потенциального наведения // Мехатроника, автоматизация, управление. 2019. **20**, № 11. С. 677–685.
18. **Бурдаков С. Ф., Мирошник И. В., Стельмаков Р. Э.** Системы управления движением колёсных роботов. СПб.: Наука, 2001. 227 с.
19. **Chan R. P. M., Stol K. A., Halkyard C. R.** Review of modelling and control of two-wheeled robots // Ann. Rev. Control. 2013. **37**, Iss. 1. P. 89–103.

*Поступила в редакцию 19.04.2021*

*После доработки 11.06.2021*

*Принята к публикации 20.06.2021*

---