

## ЛИТЕРАТУРА

1. Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике. М., Наука, 1972.
2. Дуве П., Кларк Д., Боненблост Х. Поведение длинных балок при ударной нагрузке.— Сб. пер. Механика, 1950, № 3.
3. Лурье А. И. Операционное исчисление и его приложения к задачам механики. М.—Л., Гостехиздат, 1951.
4. Пол и Фу. Полубесконечная балка с заданным на торце скачком скорости.— ПМ, 1967, № 1.
5. Fu C. C. Closed-form solutions of an infinite beam under impact loading.— Intern. J. of Solids Structures, 1967, vol. 3.
6. Mucichescu Dan. Sur la propagation des ondes transversales dans une barre elastique infinie.— Revue Roumaine de mathematiques pures et appliquees, 1970, т. XV, N 2.
7. Цейтлин А. И. О колебаниях полубесконечных стержней и цилиндрических оболочек.— В кн.: Динамика сооружений. М., изд. ЦНИИ строит. конструкций им. В. А. Кучеренко, 1971.
8. Слепян Л. И. Нестационарные упругие волны. Л., Судостроение, 1972.
9. Самарин Ю. П. Применение автомодельных решений к задаче о колебаниях круглой мембраны, расширяющейся из точки.— В сб.: Механика. Куйбышев, изд. Политехн. ин-та им. В. В. Куйбышева, 1967.
10. Рыжик И. М., Градштейн И. С. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М., Наука, 1962.
11. Справочник по строительной механике корабля. Т. 1. Л., Судпромгиз, 1958.
12. Филиппов А. П., Кохманюк С. С. Динамическое воздействие подвижных нагрузок на стержни. Киев, Наукова думка, 1967.
13. Stadler W., Shreeves R. W. The transient and steady-state response of the infinite Bernoulli — Euler beam with damping and elastic foundation.— Quart. J. Mech. Appl. Math., 1970, vol. XXIII, pt 2.
14. Fryba Ladislav. Vibration of solids and structures under moving loads. Prague, Czechosl. Acad. Sci., 1972.
15. Таблицы интегралов Френеля. М., Изд-во АН СССР, 1953.

УДК 539.375.5

### КРИТЕРИЙ ВЯЗКОГО РАЗРУШЕНИЯ ПРИ ПЛАСТИЧЕСКОМ ФОРМОИЗМЕНЕНИИ МЕТАЛЛОВ

В. М. Сегал

(Минск)

1. Несмотря на то, что пластическую обработку металлов обычно осуществляют в условиях максимальной или достаточно высокой пластичности, явление вязкого разрушения часто наблюдается при ковке, прессовании, прокатке и других технологических процессах. Известны различные попытки построения критериев вязкого разрушения, одни из которых основаны на постулировании некоторых эвристических принципов накопления повреждений [1, 2], другие — на использовании специальных моделей механизма разрушения [3—5]. Последний подход представляется наиболее целесообразным, так как позволяет использовать результаты тонких экспериментальных исследований микроявлений при разрушении и тем самым допускает, по крайней мере в принципе, возможность совершенствования физического содержания модели. Что касается механизма вязкого разрушения достаточно пластичных металлов, то он определяется последовательно развивающимися процессами зарождения, роста и коалесценции пор на субмикро-, микро- и макроуровнях соответственно [6]. Указанная последовательность событий, в основе которых заложены явления различного масштаба, не может быть описана на основе единого подхода, и при переходе ко все более возрастающим уровням используется статистическое усреднение предыдущих [7].

Усреднение явлений субмикроскопического характера, связанных с процессами зарождения, движения и взаимодействия дислокаций и вакансий, в масштабе зерен может быть заменено эквивалентной системой внутренних

микронапряжений без детального анализа локального характера их распределения [8]. На микроуровне образование пор наблюдается вблизи границ зерен, двойников, твердых включений и других дефектов и нерегулярностей структуры. В процессе дальнейшей деформации поры растут примерно изотропно и не взаимодействуют между собой заметным образом. Однако после достижения определенного размера пор микродеформация становится существенно локализованной, приводя к их коалесценции и быстрому росту макротрещин. Для вязкого разрушения при пластической обработке металлов вклад последней стадии в общую историю деформации несуществен, что позволяет ограничиться рассмотрением эволюции пор на микроуровне, а критерий разрушения сформулировать из условия достижения критической пористости. Дальнейшее упрощение дают обычное допущение о возможности пренебрежения упругими деформациями по сравнению с пластическими и отказ от учета кристаллографической ориентации отдельных зерен. Таким путем анализ вязкого разрушения может быть сведен к исследованию предельного состояния элементарных структурных ячеек жестко-пластического материала с порами. Однако попытки аналитического решения указанной задачи не приводят к обозримым результатам даже при весьма сильных ограничениях, что вынуждает прибегать к различным аппроксимациям на определенных этапах решения [4–6].

В данной работе детальный анализ состояния в окрестности отдельных пор заменяется статистическим описанием поведения их ансамбля путем использования уравнений феноменологической теории пластичности пористых тел [9] с учетом основных особенностей физической модели вязкого разрушения. Такой подход приводит к последовательному выводу критерия вязкого разрушения в макроскопической форме и его непосредственному сопоставлению с параметрами процесса деформации.

2. В дальнейшем будем рассматривать следующие объемы материала:  $\Delta w$  — объем элементарной структурной ячейки;  $w$  — элемент макрообъема, содержащий достаточно большое число ячеек  $N$ , в пределах которого распределение макроскопических напряжений и деформаций может быть принято однородным;  $V$  — объем тела ( $\Delta w \ll w \ll V$ ).

Ансамбль пор  $N$  в объеме  $w$  определим средней пористостью

$$(2.1) \quad v = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{\Delta w_{ni}}{\Delta w_i},$$

где  $\Delta w_{ni}$  — объем отдельных пор;  $\Delta w_i$  — объем структурных ячеек. Средняя пористость (2.1) принимается в качестве единственной скалярной характеристики поврежденности материала на стадии роста изолированных пор. Для объема  $w$  может быть использовано условие пластичности изотропного пористого тела [9]

$$(2.2) \quad f = \gamma T^2 + 9\alpha \langle \sigma \rangle^2 - \sigma_s^2 = 0, \quad T = (\langle \sigma_{ij} \rangle \langle \sigma_{ij} \rangle)^{1/2}, \quad \langle \sigma \rangle = \frac{1}{3} \sigma_{ii},$$

где  $\gamma = \gamma(v)$ ,  $\alpha = \alpha(v)$  — функции пористости материала;  $T$ ,  $\langle \sigma \rangle$  — интенсивность касательных напряжений и гидростатическое давление усредненного поля эффективных напряжений  $\langle \sigma_{ij} \rangle$  в окрестности пор;  $\sigma_s$  — предел текучести соответствующего компактного материала ( $v = 0$ ). Аналогично [9] функции  $\gamma(v)$ ,  $\alpha(v)$  находятся из условий предельного состояния элементарной структурной ячейки материала с эквивалентной пористостью  $v$  при чистом сдвиге ( $\langle \sigma \rangle = 0$ ) и гидростатическом нагружении ( $T = 0$ ); при  $\gamma(0) = 3$ ,  $\alpha(0) = 0$  уравнение (2.2) совпадает с условием пластичности Мизеса.

Как отмечалось выше, рост пор определяется локальными явлениями и эффективное напряжение  $\langle \sigma_{ij} \rangle$  должно быть вычислено усреднением соответствующих полей по ансамблю их реализаций в окрестности пор. Следуя [8], последние можно представить в виде суммы активных (макроскопических) и микроскопических компонентов. Поскольку точная оценка полей микронапряжений не представляется возможной, то для принятого макроскопического подхода введем среднестатистическое значение

микронапряжений  $\langle \sigma'_{ij} \rangle$ , которое, подобно пределу текучести  $\sigma_s$ , характеризует определенное свойство рассматриваемого материала. С учетом сказанного выражение для эффективных напряжений в окрестности пор в  $w$  запишется в виде

$$(2.3) \quad \langle \sigma_{ij} \rangle = \sigma_{ij} + \langle \sigma'_{ij} \rangle.$$

Аналогично для скоростей деформации, определяющих изменение размера и формы пор в  $w$ , будем иметь

$$(2.4) \quad \langle \xi_{ij} \rangle = \xi_{ij} + \langle \xi'_{ij} \rangle = \eta \xi_{ij} \quad (\eta = 1 + \langle \xi'_{ij} \rangle / \xi_{ij}).$$

В формулах (2.3), (2.4)  $\sigma_{ij}$ ,  $\xi_{ij}$  — макроскопические, а  $\langle \sigma'_{ij} \rangle$ ,  $\langle \xi'_{ij} \rangle$  — усредненные микроскопические напряжения и деформации соответственно;  $\eta$  — параметр материала, характеризующий неоднородность деформированного состояния в пределах элементарных структурных ячеек  $\Delta w$ . Очевидно, случай  $\langle \sigma'_{ij} \rangle = 0$  соответствует приближению Рейсса, а  $\eta = 1$  — приближению Фойгта [10].

Принимая (2.2) в качестве пластического потенциала и используя (2.3), (2.4), определим скорость деформации в  $w$

$$(2.5) \quad \xi_{ij} = \frac{\lambda}{\eta} \frac{\partial f}{\partial \langle \sigma_{ij} \rangle} = \frac{\lambda}{\eta} [\gamma (\sigma_{ij} + \langle \sigma'_{ij} \rangle) + 6\delta_{ij}\alpha (\sigma + \langle \sigma' \rangle)] \quad (\lambda \geq 0),$$

где  $\sigma$ ,  $\langle \sigma' \rangle$  — гидростатические давления макроскопической и микроскопической компонент напряжения (2.3) соответственно;  $\delta_{ij}$  — символ Кронекера. Вычисляя из (2.5) интенсивность скоростей деформаций сдвига

$$H = (2\xi_{ij}\xi_{ij})^{1/2} = 2\lambda\gamma T/\eta,$$

имеем

$$\lambda = H\eta/2\gamma T.$$

Уравнения для скоростей деформации тогда запишутся в виде

$$\xi_{ij} = \frac{H\eta}{2T} (\sigma_{ij} + \langle \sigma'_{ij} \rangle - \sigma - \langle \sigma' \rangle) + \delta_{ij} \frac{3\alpha H\eta}{\gamma T} (\sigma + \langle \sigma' \rangle),$$

а для скорости изменения объема, вызванного ростом пор,

$$(2.6) \quad \xi = \delta_{ij}\xi_{ij} = 9\alpha(\sigma + \langle \sigma' \rangle)H\eta/\gamma T.$$

Используя соотношение [9]

$$\xi = \frac{dv}{dt} = \frac{1}{1-v} \frac{dv}{dt},$$

из (2.6) найдем кинетическое уравнение изменения пористости материала в процессе его пластической деформации

$$(2.7) \quad dv/dt = 9(1-v)\alpha H\eta(\sigma + \langle \sigma' \rangle)/\gamma T.$$

Так как при вязком разрушении  $v \ll 1$ , а функция пористости [9]

$$\alpha(v) = c(\ln v)^{-2},$$

то с точностью до членов второго порядка малости кинетическое уравнение (2.7) принимает вид

$$(2.8) \quad (\ln v)^2 dv = 3\sqrt{3} c\eta \frac{\sigma + \langle \sigma' \rangle}{\sigma_s} d\Gamma,$$

где  $d\Gamma = Hdt$  — приращение интенсивности деформаций сдвига;  $c$  — коэффициент формы пор, который в процессе деформации может изменяться между значениями  $c = 1/4$  для сферических пор и  $c = 1/3$  — для цилиндрических пор.

Интегрирование (2.8) окончательно дает

$$(2.9) \quad \int_0^{\Gamma} \eta c \frac{\sigma + \langle \sigma' \rangle}{\sigma_s} d\Gamma = F(v) - F(v_0) = \Delta F,$$

$$\text{где } F(v) = \frac{v}{3\sqrt{3}} [(\ln v - 1)^2 + 1].$$

В соответствии с вышеизложенным предельное состояние (макроскопическое разрушение в  $w$ ) будет определяться условием достижения критической пористости  $v^*$ :

$$(2.10) \quad \int_0^{\Gamma^*} \eta c \frac{\sigma + \langle \sigma' \rangle}{\sigma_s} d\Gamma = \frac{1}{3\sqrt{3}} \{v^* [(\ln v^* - 1)^2 + 1] - v_0 [(\ln v_0 - 1)^2 + 1]\} = \Delta F^*.$$

Уравнение (2.10) для предельной интенсивности деформаций сдвига  $\Gamma^*$  соответствует критерию вязкого разрушения при пластическом формоизменении металлов. Входящие в него величины  $v_0$ ,  $v^*$  являются исходной и предельной степенями поврежденности материала порами (можно отметить относительно слабое влияние формы пор, так как  $0,25 \leq c \leq 0,33$ );  $\eta$ ,  $\langle \sigma' \rangle$ ,  $\sigma_s$  характеризуют определенные макрофизические свойства материала, которые в общем случае зависят от его структуры, истории и условий деформирования;  $\sigma$ ,  $\Gamma$  — параметры процесса деформации. Отсутствие макроразрушения соответствует условию

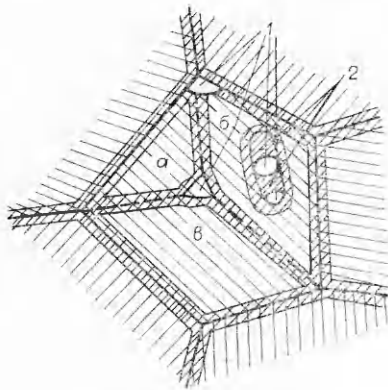
$$(2.11) \quad \int_0^{\Gamma} c\eta \frac{\sigma + \langle \sigma' \rangle}{\sigma_s} d\Gamma = \Delta F \leq \Delta F^*.$$

Проверка выполнения (2.11) должна производиться интегрированием его левой части вдоль пути нагружения фиксированных точек объема  $V$ . Тем самым различные точки очага пластической деформации в определенные моменты времени характеризуются параметром поврежденности  $\Delta F$ , области критических значений которого  $\Delta F^*$  соответствуют положению и форме макротрещин.

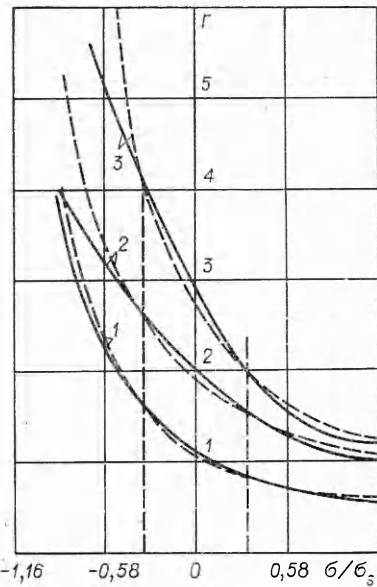
3. Для интегрирования (2.10), (2.11) необходимо задать функции

$$(3.1) \quad \langle \sigma' \rangle = \varphi \left( \int d\Gamma \right), \quad \eta = f \left( \int d\Gamma \right), \quad \sigma_s = \psi \left( \int d\Gamma \right),$$

которые предполагаются монотонно-возрастающими и ограниченными. При макроскопическом описании процесса разрушения и ввиду сложности теоретического установления связей (3.1) последние должны быть определены экспериментально. В настоящее время детально исследована зависимость  $\sigma_s$  от различных факторов, однако имеются лишь отдельные оценки неоднородных полей микронапряжений и микродеформаций в реальных металлах. Для выяснения некоторых качественных особенностей их распределения рассмотрим простую модель отдельного зерна, содержащего поры  $I_s$ , жесткие включения  $2$  и блоки  $a$ ,  $b$ ,  $e$  (фиг. 1); как отмечалось выше, образование и рост пор происходят на границах зерна и указанных областей (на фиг. 1 покрыты двойной штриховкой). Экспериментальные исследования, выполненные методом дифракции рентгеновских лучей [11], показали, что соответствующие области относятся к «сильным» (в отличие от «слабых» областей матрицы) и возникающие в них микронапряжения могут значительно превосходить средние значения микро- и макронапряжений в пределах зерна. Важное значение имеет



Ф и г. 1



Ф и г. 2

экспериментально установленный факт ориентированного распределения микронапряжений при пластической деформации, согласно которому гидростатическая составляющая поля микронапряжений является растягивающей в «сильных»

областях и сжимающей в «слабых» независимо от знака приложенных макронапряжений (аналогичный теоретический результат получен в работе [12]). Отсюда следует, что составляющая  $\langle \sigma' \rangle$  также должна быть растягивающей. С другой стороны, наличие «сильных» областей, тормозящих распространение сдвигов, согласно (2.4), соответствует  $\eta < 1$ , причем значение  $\eta$  должно возрасти по мере развития пластического течения, когда микроупругие деформации становятся малыми по сравнению с макроскопическими. Поскольку при этом влияние истории деформирования на мгновенные макроскопические свойства непосредственно связано с микронапряжениями, характер изменения функций  $\varphi$  и  $\psi$  (3.1) должен быть аналогичным.

Приведенные оценки позволяют в качестве первого приближения в (2.10), (2.11) принять

$$\eta c \simeq \text{const}, \quad \frac{\langle \sigma' \rangle}{\sigma_s} = \frac{\varphi(\int d\Gamma)}{\psi(\int d\Gamma)} \simeq \text{const} = A,$$

а критерий вязкого разрушения записать в наиболее простой форме

$$(3.2) \quad \int_0^{\Gamma^*} \left( \frac{\sigma}{\sigma_s} + A \right) d\Gamma = \frac{\Delta F^*}{\sigma_s \eta} = \Delta F_1^*,$$

совпадающей с эмпирическими условиями предельной пластичности, установленными экспериментально в [13, 14] для металлов и пористых тел.

Как следует из (2.7), рост пор  $dv/dt > 0$  имеет место при  $\sigma + \langle \sigma' \rangle > 0$ ; при  $\sigma + \langle \sigma' \rangle < 0$   $dv/dt < 0$  и пористость материала уменьшается. Поэтому значение предельной интенсивности деформаций сдвига  $\Gamma^*$ , соответствующее решению уравнений (2.10), (3.2), является функцией их подынтегральных выражений. Для анализа возникающих при этом ситуаций рассмотрим случай простого нагружения, когда эффекты изменения направления деформирования и разгрузки не имеют

места и, следовательно,  $\sigma/\sigma_s = \text{const}$ . Интегрирование (3.2) тогда дает

$$(3.3) \quad \Gamma^* = \frac{\Delta F_1^* \sigma_s}{\sigma + \langle \sigma' \rangle}.$$

Решение (3.3) имеет смысл при  $\sigma > -\langle \sigma' \rangle$ , когда пористость материала возрастает и может быть достигнуто критическое значение  $v^*$ . С уменьшением растягивающих гидростатических давлений предельная интенсивность деформаций сдвига  $\Gamma^*$  увеличивается и стремится к максимальному значению ( $\Gamma^* \rightarrow \infty$ ) при сжимающих гидростатических давлениях  $\sigma < -\langle \sigma' \rangle$ . При этом пластическая деформация сопровождается залечиванием пор и рассматриваемый механизм разрушения не имеет места. Указанные явления хорошо известны экспериментально.

Для проверки критерия (3.3) и оценки некоторых макроскопических характеристик материала использовались экспериментальные диаграммы пластичности, приведенные в [3] для различных металлов и сплавов. Параметры  $\Delta F_1^*$  и  $\langle \sigma' \rangle/\sigma_s$  вычислялись из уравнения (3.3) по экспериментальным значениям  $\Gamma^*$ , соответствующим испытаниям на растяжение и сжатие цилиндрических образцов ( $\sigma/\sigma_s = \pm 0,33$ ). Результаты для Ст. 45, титанового сплава ВТ 1-1 и алюминиевого сплава АМг 2 приведены на фиг. 2 (кривые 1—3 соответственно, сплошные кривые относятся к экспериментальным данным [3], а штриховые построены по формуле (3.3)). Можно видеть хорошее совпадение с экспериментом даже упрощенных вариантов критерия (2.10). Вычисленные значения параметров материала составили:  $\langle \sigma' \rangle/\sigma_s = 1,08$ ,  $\Delta F_1^* = 1,2$  для стали 45;  $\langle \sigma' \rangle/\sigma_s = 1,3$ ,  $\Delta F_1^* = 2,5$  для сплава ВТ 1-1;  $\langle \sigma' \rangle/\sigma_s = 0,93$ ,  $\Delta F_1^* = 2,52$  для сплава АМг 2. Необходимо, однако, отметить, что параметры  $c$ ,  $\eta$ ,  $\Delta F_1^*$  и  $v_0$ ,  $v^*$  в соответствии с (3.2), (2.10) не могут быть вычислены независимо из решения уравнений типа (3.3) и для их определения должны быть использованы экспериментальные результаты другого характера.

студия 26 III 1979

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Качанов Л. М. Основы механики разрушения. М., Наука, 1974.
2. Колмогоров В. Л. Напряжения. Деформации. Разрушение. М., Металлургия, 1970.
3. Макклинтон Ф. Критерий вязкого разрушения, обусловленного ростом пор.— ПМ, 1968, № 4.
4. Rice J. R., Tracey D. M. On the ductile enlargement of voids in triaxial stress fields.— J. Mech. and Phys. Solids, 1969, vol. 17, N 3.
5. Гэрсон А. Континуальная теория вязкого разрушения в результате зарождения и роста пор. Ч. 1.— Теор. основы инж. расчетов, 1977, № 1.
6. Макклинтон Ф. Пластические аспекты вязкого разрушения.— В кн.: Разрушение. Т. 3. Под ред. Г. Либовица. М., Мир, 1976.
7. Богачев И. Н., Вайнштейн А. А., Волков С. Д. Введение в статистическое металловедение. М., Металлургия, 1972.
8. Кадашевич Ю. И., Новожилов В. В. Теория пластичности, учитывающая остаточные микронапряжения.— ПММ, 1958, т. 22, вып. 1.
9. Грин Р. Дж. Теория пластичности пористых тел.— Сб. пер. Механика, 1973, № 4.
10. Шермергор Т. Д. Теория упругости микронеоднородных сред. М., Наука, 1977.
11. Васильев Д. М. О микронапряжениях, возникающих в поликристаллических образцах при пластическом деформировании.— ЖТФ, 1958, т. 28, вып. 11.
12. Кафка В. Теория медленных упругопластических деформаций поликристаллических металлов с микронапряжениями как скрытыми переменными, описывающими состояние материала.— Сб. пер. Механика, 1976, № 7.
13. Oyane M. Criteria of ductile fracture strain.— Bulletin of the JSME, 1972, vol. 15, N 90.
14. Табата Т., Масаки С. Критерий разрушения пористых материалов и его применение при выборе формы спеченных заготовок под штамповку.— Теор. основы инж. расчетов, 1977, № 1.