

УДК 534.16:535.341

## **Вклад температурной зависимости оптического коэффициента поглощения образца на формирование теплового поля в фотоакустической камере**

**Т.Х. Салихов<sup>1</sup>, Ф. Рахими<sup>2</sup>, А. Махмалатиф<sup>1</sup>, Д.М. Шарифов<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>*НИИ Таджикского национального университета,  
Республика Таджикистан*

<sup>2</sup>*Президиум АН Республики Таджикистан, Душанбе*

<sup>3</sup>*Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилёва, Нур-Султан,  
Республика Казахстан*

E-mail: tsalikhov@mail.ru

Получены выражения, описывающие особенности формирования температурного поля в фотоакустической камере с учетом температурной зависимости не только теплофизических параметров всех слоев и поглощательной способности, но и оптического коэффициента поглощения образца. Выведена система нелинейных алгебраических уравнений для определения зависимости температур освещаемого слоя образца и его обратной стороны от интенсивности падающего луча. В результате численного решения этой системы получены нелинейные зависимости температур обеих сторон образца от интенсивности луча. Обнаружено, что знак термического коэффициента температурной зависимости оптического коэффициента поглощения существенно влияет на характер зависимостей приращения температур облучаемой поверхности и тыловой стороны образца от интенсивности. Также показана существенная роль подложки на формирование поля температур в фотоакустической камере.

**Ключевые слова:** температурное поле, фотоакустика, тепловая нелинейность, температурная зависимость оптического коэффициента поглощения.

### **Введение**

Методы фотоакустической (ФА) спектроскопии [1–4] широко применяются для измерения целого ряда физических величин различных одно- и многослойных систем, включая наносистемы [5–7]. Это, безусловно, связано с созданием соответствующих теорий, включая линейную теорию ФА-эффекта [8]. В указанной работе считалось, что в ходе выполнения ФА-эксперимента теплофизические и оптические параметры сред остаются постоянными. Между тем известно, что с ростом интенсивности падающего луча исследуемая среда существенно нагревается, и тогда вопрос о применимости результатов [8] становится проблематичным. В этой связи в исследованиях [9, 10] была разработана теория формирования нелинейного ФА-отклика твердотельными образцами и было установлено, что нелинейный ФА-сигнал состоит из набора гармоник, первые две из которых являются основными. При этом считалось, что величина оптического коэффициента поглощения образца  $\beta$  постоянна по всему объему образца. С другой стороны,

эта величина представляет собой функцию температуры [11], т.е.  $\beta = \beta(T)$ , и следовательно, коэффициент не должен быть однородным по всему объему образца.

Целью настоящей работы является теоретическое исследование влияния оптического коэффициента поглощения образца  $\beta = \beta(T)$  на формирование стационарного температурного поля в ФА-камере с однослойным образцом. Подобная задача для случая постоянства величины  $\beta$  двухслойных образцов была рассмотрена в работе [12].

### Математическая модель задачи

Как и в исследованиях [9, 10], будем считать газовый слой и подложку прозрачными для падающего луча. Тогда исходная система нелинейных уравнений теплопроводности для величины приращения температур всех слоев  $T'_i$  будет иметь вид:

$$\frac{d}{dx} \left( k_g(T_g) \frac{dT'_g}{dx} \right) = 0, \quad 0 \leq x \leq l_g, \quad (1)$$

$$\frac{d}{dx} \left[ k_S(T) \frac{dT'_S}{dx} \right] + 0,5 I_0 A_S(T) \frac{d}{dx} e^{\int_0^x \beta(y) dy} = 0, \quad -l_S \leq x \leq 0, \quad (2)$$

$$\frac{d}{dx} \left( k_b(T_b) \frac{dT'_b}{dx} \right) = 0, \quad -(l_b + l_S) \leq x \leq -l_S, \quad (3)$$

где  $k_i(T_i)$  — теплопроводность соответствующих слоев,  $A_S(T)$  — поглощательная способность образца,  $I_0$  — интенсивность падающего луча,  $l_g$ ,  $l_S$ ,  $l_b$  — толщины газового слоя, образца и подложки соответственно.

Температурные зависимости величин  $k_i(T)$ ,  $A_S(T)$  и коэффициента поглощения образца  $\beta(T)$  представим в виде:

$k_i = k_i^{(0)} (1 + \delta_{2i} T'_i)$ ,  $A_S(T) = A_S^{(0)} (1 + \delta_{3S} T')$ ,  $\beta(T) = \beta^{(0)} (1 + \delta_{4S} T')$ , где  $k_i^{(0)} = k(T_0)$ ,  $A_S^{(0)} = A(T_0)$ ,  $\beta^{(0)} = \beta(T_0)$  — начальные значения, а  $\delta_{2i} = (1/k_{2i}^{(0)}) (\partial k_i / \partial T)$ ,  $\delta_{3S} = (1/A_S^{(0)}) (\partial A_S / \partial T)$  и  $\delta_{4S} = (1/\beta^{(0)}) (\partial \beta / \partial T)$  — термические коэффициенты этих параметров.

Для рассматриваемого случая имеем шесть граничных условий: непрерывность температур и потоков тепла на границах «газ–образец» ( $x = 0$ ), «образец–подложка» ( $x = -l_S$ ) и отсутствие нагрева на торцах ФА-камеры, которые имеют вид:

$$T'_g(l_g) = 0, \quad T'_b[-(l_b + l_S)] = 0, \quad T'_g(0) = T'_S(0) = \Theta_0, \quad T'_S(-l_S) = T'_b(-l_S) = W_0, \quad (4)$$

$$\left[ k_S(T_S) \frac{dT'_S}{dx} \right]_{x=0} = \left[ k_g(T_g) \frac{dT'_g}{dx} \right]_{x=0}, \quad \left[ k_S(T_S) \frac{dT'_S}{dx} \right]_{x=-l_S} = \left[ k_b(T_b) \frac{dT'_b}{dx} \right]_{x=-l_S}, \quad (5)$$

где  $\Theta_0, W_0$  — приращения температуры облучаемой и тыловой поверхностей образца соответственно.

### Решение задачи

Используя обозначения  $T'_i(x) = \delta_{2i}^{-1} g_i(x)$ , решения уравнений (1) и (3) можно записать в виде

$$g_g(x) = \left[ 1 + \delta_{2g} \Theta_0 (2 + \delta_{2g} \Theta_0) (1 - x/l_g) \right]^{1/2} - 1, \quad (6)$$

$$g_b(x) = \left[ 1 + \delta_{2b} W_0 (2 + \delta_{2b} W_0) \left( 1 + \frac{x}{l_S + l_b} \right) \frac{l_S + l_b}{l_b} \right]^{1/2} - 1. \quad (7)$$

Для рассматриваемого случая принципиальную роль играет последнее слагаемое в уравнении (2), а именно функция  $\exp\left[\int_0^x \beta(y)dy\right]$ . Подставляя в него выражение

$\beta(T_S) = \beta^{(0)}[1 + \delta_{4S}T'_S(x)]$  и принимая во внимание, что второе слагаемое в показателе экспоненты значительно меньше первого, разложим данную функцию в ряд Тейлора по этому малому параметру и получим

$$e^{\beta^{(0)}\left[x + \delta_{4S}\int_0^x T'_S(y)dy\right]} \approx e^{\beta^{(0)}x} \left[ 1 + \beta^{(0)}\delta_{4S}\int_0^x T'_S(y)dy \right].$$

Тогда, принимая во внимание малость параметра  $\delta_{2S}$ , уравнение (2) можно переписать в виде

$$k_S^{(0)} \frac{d^2\Psi_S}{dx^2} = -0,5I_0A_S^{(0)}(1 + \Theta_0\delta_{3S}) \frac{d}{dx} e^{\beta^{(0)}x} \left[ 1 + \beta^{(0)}\delta_{4S}\int_0^x \Psi_S(y)dy \right], \quad (8)$$

где  $\Psi_S = T'_S(x)[1 + 0,5\delta_{2S}T'_S(x)]$ . Очевидно, что уравнение (8) справедливо в области  $0,5\delta_{2S}T'_S(x) \ll 1$ . Выполнив оба присутствующих в нем интегрирования, получим следующее интегральное уравнение для определения  $\Psi_S(x)$ :

$$\Psi_S(x) = -B_1 \int e^{\beta^{(0)}x} \left[ 1 + \beta^{(0)}\delta_{4S}\int_0^x \Psi_S(y)dy \right] dx + C_1x + C_2, \quad (9)$$

здесь  $B_1 = \frac{I_0A_S^{(0)}(1 + \Theta_0\delta_{3S})}{2k_S^{(0)}}$ , а  $C_1$  и  $C_2$  — константы интегрирования. Учитывая, что ин-

тегральное слагаемое в правой части (9) умножается на малый параметр  $\delta_{4S} \approx 10^{-3} K^{-1}$ , для его решения используем метод теории возмущения и искомую функцию представим в виде

$$\Psi_S(x) = \Psi_S^{(0)} + \Psi_S^{(1)}, \quad (10)$$

где  $\Psi_S^{(0)}(x)$  — решение уравнения (9) при пренебрежении вторым интегральным слагаемым, а  $\Psi_S^{(1)}(x)$  — искомая поправка. Реализуя эту процедуру, найдем выражения для  $\Psi_S^{(0)}(x)$  и  $\Psi_S^{(1)}(x)$ , постановка которых в (10) приведет к следующему алгебраическому уравнению для температурного поля в образце:

$$T'_S(x) + \frac{\delta_{2S}}{2} T_S'^2(x) = \frac{B_1^2 \delta_{4S}}{2(\beta^{(0)})^2} e^{\beta^{(0)}x} (e^{\beta^{(0)}x} - 2) - \frac{B_1 e^{\beta^{(0)}x}}{\beta^{(0)}} - C_1 \left\{ \frac{B_1 \delta_{4S}}{2(\beta^{(0)})^2} e^{\beta^{(0)}x} [(\beta^{(0)})^2 x^2 - 2\beta^{(0)}x + 2] - x \right\} - C_2 \left[ \frac{B_1 \delta_{4S}}{\beta^{(0)}} e^{\beta^{(0)}x} (\beta^{(0)}x - 1) - 1 \right]. \quad (11)$$

Условия  $T'_S(0) = \Theta_0$  и  $T'_{0S}(-l_S) = W_0$  позволяют получить систему двух алгебраических уравнений для определения  $C_1$  и  $C_2$ , из решения которых получим выражение  $C_i = \Lambda_i / \Lambda$ , где

$$\Lambda = \frac{A_1 \delta_{4S}}{\beta^{(0)}} \left\{ 0,5E_0 [(\beta^{(0)})^2 l_S^2 + 2\beta^{(0)}l_S + 2] + \beta^{(0)}l_S - 1 \right\} + l_S, \quad A_1 = \frac{I_0A_S^{(0)}}{2k_S^{(0)}\beta^{(0)}};$$

$$\Lambda_1 = A_1^2 \delta_{4S} \left[ E_0 (\beta^{(0)} l_S - 2 + 0,5 E_0) + 0,5 \right] + A_1 \left\{ \delta_{3S} \Theta_0 (1 - E_0) - \delta_{4S} \left[ \Theta_0 E_0 (\beta^{(0)} l_S + 1) - W_0 \right] - E_0 + 1 \right\} + \Theta_0 (1 + 0,5 \delta_{2S} \Theta_0) - W_0 (1 + 0,5 \delta_{2S} W_0),$$

$$\Lambda_2 = \frac{A_1^2 \delta_{4S}}{2\beta^{(0)}} \left[ E_0 (\beta^{(0)})^2 l_S^2 + 0,5 E_0 \beta^{(0)} l_S + \beta^{(0)} l_S \right] - \frac{A_1 \delta_{4S}}{2\beta^{(0)}} \left\{ 2 W_0 - E_0 [(\beta^{(0)} l_S)^2 + 2\beta^{(0)} l_S + 2] \Theta_0 \right\} + A_1 (1 + \delta_{3S} \Theta_0) l_S + (\Theta_0 + 0,5 \delta_{2S} \Theta_0^2) l_S.$$

Тогда выражение

$$g_S(x) = \left[ \Lambda^2 (1 + 2R_1(x) \delta_{2S}) - 2\Lambda [\Lambda_1 R_2(x) + \Lambda_2 R_3(x)] \delta_{2S} \right]^{1/2} \Lambda^{-1} - 1 \quad (12)$$

является решением уравнения (11). Здесь использованы обозначения:

$$R_1(x) = \frac{A_1^2 \delta_{4S}}{2} \left( e^{2\beta^{(0)}x} - 2e^{\beta^{(0)}x} \right) - e^{\beta^{(0)}x} A_1,$$

$$R_2(x) = \frac{A_1 \delta_{4S} e^{\beta^{(0)}x}}{2\beta^{(0)}} \left[ \left( x^2 (\beta^{(0)})^2 - 2x\beta^{(0)} + 2 \right) - x \right], \quad R_3(x) = A_1 \delta_{4S} e^{\beta^{(0)}x} (x\beta^{(0)} - 1) - 1.$$

В выражения (6), (7) и (12) входят величины  $\Theta_0$  и  $W_0$ , для определения которых применяется условие непрерывности потоков тепла на границах «газ-образец» и «образец-подложка». С учетом последнего получим следующую систему нелинейных алгебраических уравнений для определения  $\Theta_0$  и  $W_0$ :

$$\Theta_0^2 (\delta_{2S} + d\delta_{2g}) + 2\Theta_0 (1 + d + N_1) - W_0^2 \delta_{2S} - 2W_0 (N_2 + 1) + N_3 = 0, \quad (13)$$

$$\Theta_0^2 \delta_{2S} + 2\Theta_0 (N_4 + 1) - W_0^2 (\delta_{2S} + d_1 \delta_{2g}) - 2W_0 (1 + d_1 + N_5) + N_6 = 0. \quad (14)$$

В (13) и (14) использованы обозначения:

$$N_1 = A_1 \delta_{4S} \left\{ d - \frac{d}{l_S \beta^{(0)}} + \frac{E_0 d}{2\beta^{(0)} l_S} \left[ (\beta^{(0)})^2 l_S^2 + 2\beta^{(0)} l_S + 2 \right] + E_0 (\beta^{(0)} l_S + 1) \right\} + A_1 \delta_3 (1 - E_0 - \beta^{(0)} l_S),$$

$$N_2 = A_1 \delta_{4S},$$

$$N_3 = A_1^2 \delta_{4S} \left[ 3 - 2\beta^{(0)} l_S - E_0 (\beta^{(0)})^2 l_S^2 + E_0 (E_0 - 4) \right] - 2A_1 (\beta^{(0)} l_S + 1 - E_0), \quad d_1 = k_b^{(0)} l_S / k_S^{(0)} l_b,$$

$$d = k_g^{(0)} l_S / k_S^{(0)} l_g,$$

$$N_4 = A_1 \delta_{4S} E_0 \left[ 2 (\beta^{(0)} l_S)^2 + \beta^{(0)} l_S + 1 \right] + A_1 \delta_{3S} \left[ 1 - E_0 (1 + \beta^{(0)} l_S) \right],$$

$$N_5 = A_1 \delta_{4S} \left[ d_1 - \frac{d_1}{l_S \beta^{(0)}} + \frac{E_0 d_1}{2\beta^{(0)} l_S} \left( \beta^{(0)2} l_S^2 + 2\beta^{(0)} l_S + 2 \right) - 0,5 E_0 (\beta^{(0)})^2 l_S^2 + 1 \right],$$

$$N_6 = A_1^2 \delta_{4S} \left\{ E_0 \left[ (\beta^{(0)} l_S)^2 - 4\beta^{(0)} l_S - E_0 - 2 \right] + 1 \right\} - 2A_1 E_0 (\beta^{(0)} l_S - 1) + 2A_1.$$

Отметим, что в (13), (14) опущены слагаемые, содержащие  $\sim \delta_i^2$  и  $\sim \delta_i \delta_j$ , поскольку они как минимум на 2–3 порядка меньше по сравнению с другими вкладками.

### Результаты расчета и их обсуждение

Выражения (6), (7) и (12) совместно с системой нелинейных алгебраических уравнений (13), (14) представляют собой решение сформулированной задачи и позволяют путем численного решения определить все особенности формирования стационарного температурного поля в ФА-камере с учетом температурной зависимости оптического коэффициента поглощения образца. Из этих выражений следует, что для нахождения температурного поля необходимо, прежде всего, найти зависимости величин  $\Theta_0$  и  $W_0$  от интенсивности падающего луча. С этой целью авторами получено численное решение системы уравнений (13), (14) для кварцевого стекла, контактирующего с двуокисью циркония, результаты которого представлены на рис. 1. Теплофизические и оптические параметры имеют следующие значения:  $T_0 = 300$  К,  $k_g^{(0)} = 0,025$  Вт/(м·К),  $k_s^{(0)} = 1,36$  Вт/(м·К),  $k_b^{(0)} = 1,7$  Вт/(м·К),  $\delta_{2g} = 2,39 \cdot 10^{-3}$  К<sup>-1</sup>,  $\delta_{2s} = 0,56 \cdot 10^{-3}$  К<sup>-1</sup>,  $\delta_{2b} = 0,104 \cdot 10^{-3}$  К<sup>-1</sup> [13],  $A_s^{(0)} = 0,26$  (спектральное значение на длине волны  $\lambda = 9$  мкм),  $\delta_{3s} = 1,2 \cdot 10^{-3}$  К<sup>-1</sup>,  $\beta^{(0)} = 325 \cdot 10^4$  м<sup>-1</sup> [14] при  $\delta_{4s} = 3,7 \cdot 10^{-3}$  К<sup>-1</sup> (кривая 1),  $\delta_{4s} = 0$  (кривая 2) и  $\delta_{4s} = -3,7 \cdot 10^{-3}$  К<sup>-1</sup> (кривая 3). Значения толщин:  $l_g = 5 \cdot 10^{-3}$  м,  $l_s = 10^{-3}$  м,  $l_b = 10^{-3}$  м. Видно, что во всех рассмотренных случаях зависимости  $\Theta_0$  и  $W_0$  от интенсивности падающего луча являются степенными, то есть не являются линейными. Уменьшение этих величин при переходе из области  $\delta_4 > 0$  в  $\delta_4 < 0$  обусловлено уменьшением количества световой энергии, преобразуемой в тепло.

На рис. 2 показаны результаты модельного расчета для того же кварцевого стекла ( $A^{(0)} = 0,87$ ,  $\beta^{(0)} = 50$  см<sup>-1</sup>,  $\delta_{3s} = 1,235 \cdot 10^{-3}$  К<sup>-1</sup>,  $\delta_{4s} = -3,7 \cdot 10^{-3}$  К<sup>-1</sup>), когда подложками являются оксид циркония (кривая 1), поликристаллический висмут ( $k_b^{(0)} = 7$  Вт/(м·К),  $\delta_{2b} = 2,38 \cdot 10^{-3}$  К<sup>-1</sup> [13] (кривая 2) и нержавеющая сталь ( $k_b^{(0)} = 14,9$  Вт/(м·К),  $\delta_{2b} = 0,94 \cdot 10^{-3}$  К<sup>-1</sup> [13]) (кривая 3). Видно, что с ростом теплопроводности подложки значения опорных температур  $\Theta_0$  и  $W_0$  значительно падают, что связано с соответствующим ростом переноса тепла к тыльной стороне образца.

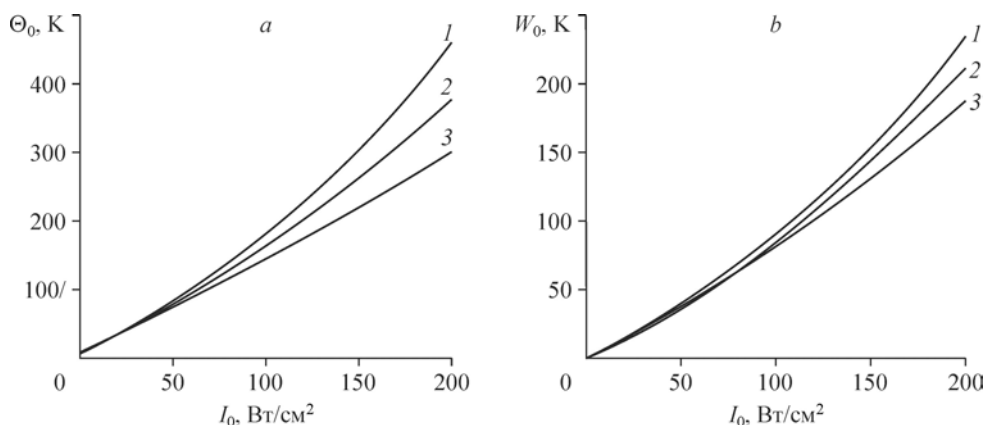


Рис. 1. Зависимость приращения температуры облучаемой (а) и тыльной (б) сторон кварцевого стекла, контактирующего с двуокисью циркония в ФА-камере, от интенсивности падающего луча.  
 $\delta_{4s} = 3,7 \cdot 10^{-3}$  (1), 0 (2),  $-3,7 \cdot 10^{-3}$  (3) К<sup>-1</sup>.

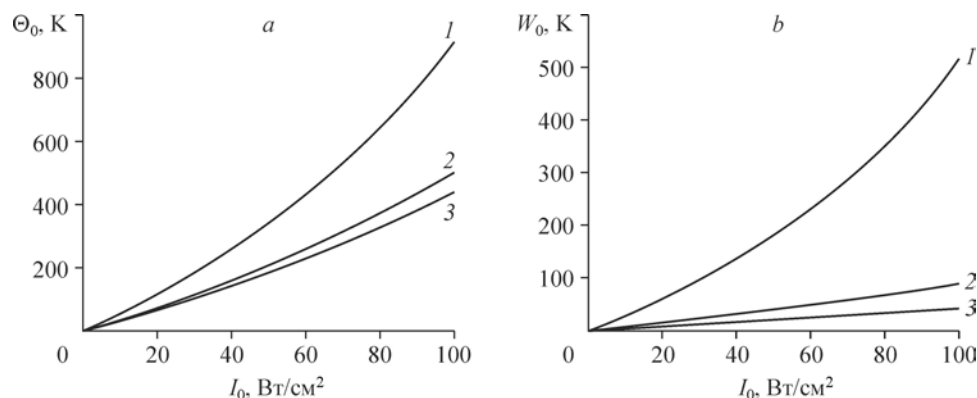


Рис. 2. Зависимости приращения температуры облучаемой (а) и тыльной (б) сторон кварцевого стекла от интенсивности падающего луча для подложек из оксида циркония (1), поликристаллического висмута (2) и нержавеющей стали (3).

### Заключение

Проведенное исследование дает основание утверждать, что наличие температурной зависимости оптического коэффициента поглощения существенно влияет на формирование стационарного поля температуры в фотоакустической камере и для каждого конкретного случая необходимо выполнить соответствующие расчеты согласно полученным выражениям.

### Список литературы

1. Алимарин И.П., Дурнев В.Ф., Рунов В.К. Оптико-акустическая спектрометрия конденсированных сред и ее аналитическое использование // Журн. аналит. химии. 1987. Т. 42, № 1. С. 5–28.
2. Sigrist M.W. Laser generation of acoustic waves in liquids and gases // J. Appl. Phys. 1986. Vol. 60, No. 7. P. 83–122.
3. Егеров С.В., Лямшев Л.М., Пученков О.В. Лазерная динамическая оптоакустическая диагностика конденсированных сред // Успехи физ. наук. 1990. Т. 160, вып. 9. С. 111–154.
4. Гусев В.Э., Карабутов А.А. Лазерная оптоакустика. М. Наука, 1991. 304 с.
5. Грузинская И.С., Косаковская З.Я., Овчинников О.Б., Чабан И.А. Оптоакустический эффект в плотных слоях ориентированных углеродных нанотрубок: использование его для измерения коэффициента поглощения света и толщин пленок // Акустический журнал. 2006. Т. 52, № 3. С. 330–334.
6. Глазов А.Л., Морозов Н.Ф., Муратиков К.Л. Характер изменения фотоакустических сигналов внутри отпечатки Вика в металлах на примерах стали и наномеди // ФТТ. 2016. Т. 58, № 9. С. 1679–1687.
7. Usoltseva L.O., Volkov D.S., Nedosekin D.A., Korobov M.V., Proskurnin M.A., Zharov V.P. Absorption spectra of nanodiamond aqueous dispersions by optical absorption and optoacoustic spectroscopies // Photoacoustics. 2018. Vol. 12. P. 55–66.
8. Rosencwaig A., Gersho A. Theory of the photoacoustic effect with solids // J. Appl. Phys. 1976. Vol. 47, No. 1. P. 64–69.
9. Мадвалиев У., Салихов Т.Х., Шарифов Д.М. Тепловая нелинейность в фотоакустической камере // Журн. техн. физики. 2004. Т. 74, № 2. С. 17–23.
10. Мадвалиев У., Салихов Т.Х., Шарифов Д.М. Влияние тепловой нелинейности сильнопоглощающих сред на параметры фотоакустического сигнала при газомикрофонной регистрации. Основная и вторая гармоники // Журн. техн. физики. 2006. Т. 76, № 6. С. 87–97.
11. Sala A. Radiant properties of materials. Poland. Warsaw: Elsevier, 1986. 478 p.
12. Салихов Т.Х., Ходжаев Ю.П. Влияние температурной зависимости теплопроводности и степени черноты на температурное поле в фотоакустической камере с двухслойными образцами // Теплофизика и аэромеханика. 2018. Т. 25, № 6. С. 923–930.
13. Физические величины. Справочник / Под ред. И.С. Григорьевой, Е.З. Мейлихова. М.: Энергоатомиздат, 1991. 1232 с.
14. Петров В.А., Степанов С.В. Радиационные характеристики кварцевых стекол // Теплофизика высоких температур. 1975. Т. 13, № 2. С. 335–345.

Статья поступила в редакцию 18 марта 2019 г.,  
после доработки — 21 мая 2019 г.,  
принята к публикации 4 июня 2019 г.