

О НЕСТАЦИОНАРНОЙ ТЕПЛОВОЙ САМОФОКУСИРОВКЕ
ИМПУЛЬСОВ

А. Ф. Мاستрюков, В. С. Сынах

(Новосибирск)

В поглощающих средах одним из основных механизмов возникновения самофокусировки может быть нагрев среды излучением, приводящий к изменению диэлектрической постоянной вещества ϵ . Так как наибольшее изменение температуры происходит в области максимального потока излучения, т. е. в центральной области лазерного пучка (или импульса), то при $d\epsilon/dT > 0$ возможно возникновение самофокусировки [1].

Впервые тепловая самофокусировка наблюдалась в сапфире и стеклах [2]. Дальнейшие эксперименты показали, что тепловая самофокусировка возможна в достаточно широком классе веществ. Так, исследование развития повреждений в средах при прохождении лазерного излучения [2, 3] приводит к выводу, что многие экспериментальные результаты можно объяснить, только исходя из представления о тепловой самофокусировке. Заметим, что последняя наблюдается при сравнительно небольшой мощности излучения, порог составляет обычно 10—100 Вт. Относительный вклад различных механизмов нелинейности (тепловой, стрикционного и керровского) рассмотрен, например, в [4].

Теория стационарной тепловой самофокусировки достаточно хорошо развита [5]. Однако в широком диапазоне мощностей и длительностей импульса излучения стационарный подход недостаточен и необходимо изучение нестационарной задачи. Это и рассматривается в данной работе. При этом предполагаются следующие ограничения общей задачи:

1. Поглощение считается линейным. Как правило, это приближение является достаточным, поскольку основной вклад в поглощение вносят однофотонные процессы [2].

2. Поглощение предполагается сравнительно малым (таким, чтобы на длине самофокусировки z_f поглощенная энергия была много меньше начальной энергии импульса).

В данной работе излагаются результаты как аналитического рассмотрения, так и численного моделирования.

1. Основные уравнения. Представим диэлектрическую проницаемость в виде суммы

$$\epsilon = \epsilon_0 + i\epsilon_1 + \epsilon_T,$$

где ϵ_0 и ϵ_1 — действительная и мнимая части постоянной (т. е. не зависящей от поля излучения) составляющей ϵ ; ϵ_T — тепловая поправка, которая зависит от изменения температуры и плотности среды. В линейном приближении

$$(1.1) \quad \epsilon_T = (\partial\epsilon/\partial\rho)_T \delta\rho + (\partial\epsilon/\partial T)_\rho \delta T,$$

где δT и $\delta\rho$ — соответственно отклонения температуры и плотности от их равновесных значений T_0 и ρ_0 . Относительный вклад в ϵ_T каждого из слагаемых (1.1) может быть разным в зависимости от параметров среды и импульса. Соответственно различаются характерные времена процессов, для которых существенны эти слагаемые. Если импульс достаточно короткий, то за время τ (длительность импульса) плотность среды не успеет

заметно измениться в отличие от молекулярной поляризуемости, описываемой вторым слагаемым в (1.1). Тогда членом $(\partial\epsilon/\partial\rho)_T\delta\rho$ можно пренебречь. Для длительных импульсов изменение ϵ , связанное с изменением плотности, успеваает проявиться, а поскольку это изменение обычно намного превосходит изменение молекулярной поляризуемости, в (1.1) можно учитывать только первое слагаемое. Таким образом, целесообразно рассмотреть лишь предельные случаи:

$$(1.2) \quad \epsilon_T = (\partial\epsilon/\partial\rho)_T\delta\rho = \epsilon_2\delta\rho;$$

$$(1.3) \quad \epsilon_T = (\partial\epsilon/\partial T)_\rho\delta T = \epsilon_3\delta T.$$

В общем случае знак $d\epsilon/dT$ может быть различным в зависимости от температуры, длины волны лазерного излучения и других факторов. Для самофокусировки необходимо $d\epsilon/dT > 0$, что наблюдается для многих веществ в обычных условиях (различные типы стекол, кремний, сапфир и др. [1, 2, 5]). В принципе возможно возникновение самофокусировки как при непосредственной зависимости диэлектрической проницаемости от температуры (1.3), так и при температурном сжатии [6] (расширении) среды (1.2). Широко известный пример: вода при $T < 4^\circ\text{C}$ при нагревании сжимается, а $\partial\epsilon/\partial\rho > 0$, что и дает $d\epsilon/dT > 0$. Для холодной плазмы $\partial\epsilon/\partial\rho < 0$, поэтому нагрев и последующий разлет плазмы приводит также к $d\epsilon/dT > 0$.

Рассмотрим сначала случай, когда механизмом изменения диэлектрической проницаемости с температурой является температурное сжатие (или расширение) вещества (1.2).

Уравнение для медленно меняющейся комплексной амплитуды $E(r, z, t)$ поля лазерного излучения получим из уравнений Максвелла, представив, как обычно, напряженность поля \mathcal{E} в виде

$$\mathcal{E} = (1/2)(Ee^{i\omega t + ikz} + \text{к. с.}).$$

Учитывая, что $E(r, z, t)$ мало меняется на расстоянии длины волны $1/k$ и за время порядка периода $1/\omega$, получим

$$(1.4) \quad 2ik[(1/v_{\text{гp}})E_t + E_z] + \Delta_\perp E + (k^2/\epsilon_0)(i\epsilon_1 + \epsilon_T)E = 0,$$

где $v_{\text{гp}} = c/\sqrt{\epsilon_0}$.

К (1.4) добавим уравнения, определяющие изменение плотности $\delta\rho$, ограничиваясь всюду линейными по $\delta\rho$ и δT членами [4],

$$\partial\delta\rho/\partial t + \rho_0\nabla_\perp v = 0,$$

$$\rho_0\partial v/\partial t = -\nabla_\perp\delta p,$$

где $p = p(\rho, S)$ — уравнение состояния, связывающее давление p с плотностью ρ и энтропией S . Так как

$$\delta p = \frac{\partial p}{\partial\rho}\delta\rho + \frac{\partial p}{\partial S}\delta S,$$

то отсюда получим

$$\frac{\partial^2\delta\rho}{\partial t^2} - c_s^2\Delta_\perp\delta\rho = \left(\frac{\partial p}{\partial S}\right)_\rho\Delta_\perp S,$$

где c_s — скорость звука в среде; $\Delta_\perp = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial}{\partial r}\right)$.

Недостающее для замыкания системы уравнение получим, используя уравнение баланса тепловой энергии Q (без учета теплопроводности)

$$\rho_0 \frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{c \sqrt{\varepsilon_0}}{8\pi} \frac{k\varepsilon_1}{\varepsilon_0} |E|^2$$

и термодинамическое соотношение $T = \partial Q / \partial S$. В итоге имеем

$$\rho_0 T_0 \frac{\partial S}{\partial t} = \frac{c \sqrt{\varepsilon_0}}{8\pi} \frac{k\varepsilon_1}{\varepsilon_0} |E|^2.$$

Если же учитывать и теплопроводность, то можно получить

$$\frac{\partial S}{\partial t} - \chi \Delta_{\perp} S = \frac{c \sqrt{\varepsilon_0}}{8\pi \rho_0 T_0} \frac{k\varepsilon_1}{\varepsilon_0} |E|^2,$$

где χ — коэффициент теплопроводности.

Объединяя выписанные уравнения, имеем систему

$$(1.5) \quad 2ik \left(\frac{1}{v_{\text{гп}}} E_t + E_z \right) + \Delta_{\perp} E + \frac{k^2}{\varepsilon_0} (i\varepsilon_1 + \varepsilon_T) E = 0,$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} - \chi \Delta_{\perp} S = \frac{c \sqrt{\varepsilon_0}}{8\pi \rho_0 T_0} \frac{k\varepsilon_1}{\varepsilon_0} |E|^2,$$

$$\frac{\partial^2 \delta \rho}{\partial t^2} - c_s^2 \Delta_{\perp} \delta \rho = \left(\frac{\partial p}{\partial S} \right)_{\rho} \Delta_{\perp} S.$$

При выводе (1.5) всюду пренебрегалось вторыми производными по продольной координате. Учет их существен лишь для импульсов, у которых продольный размер сравним с характерным поперечным размером a . Полагая $a \sim 0,1-0,01$ см, получаем, что пренебрежение несправедливо для импульсов длительностью $\tau \sim 10^{-11}-10^{-12}$ с и короче.

В случае, когда тепловая самофокусировка обусловлена членом $\delta T \partial \varepsilon / \partial T$, аналогичным образом приходим к системе

$$(1.6) \quad 2ik \left(\frac{1}{v_{\text{гп}}} E_t + E_z \right) + \Delta_{\perp} E + \frac{k^2}{\varepsilon_0} (i\varepsilon_1 + \varepsilon_3 \delta T) E = 0,$$

$$\delta T_t - \chi \Delta_{\perp} \delta T = \frac{c \sqrt{\varepsilon_0}}{8\pi \rho_0 c_p} \frac{k\varepsilon_1}{\varepsilon_0} |E|^2.$$

Введем обозначения для характерных времен: τ_s — характерное время гидродинамического разлета вещества; $\tau_s \sim a/c_s$, что обычно составляет $10^{-7}-10^{-8}$ с; τ_T — время «ухода» тепла из области фокусировки, $\tau_T \sim 0,1$ с; τ_f — время развития самофокусировки, определяемое параметрами среды и импульса. В зависимости от соотношения этих времен возможны различные упрощения системы (1.5) или (1.6). Рассмотрим некоторые предельные случаи.

2. Адиабатическая самофокусировка. Пусть длительность импульса и время самофокусировки много больше времени гидродинамического разлета вещества из фокальной области. Тогда процесс самофокусировки можно рассматривать как адиабатический. Положив в волновом уравнении из (1.5) $\delta \rho_{tt} = 0$, приходим к системе

$$(2.1) \quad 2ik \left(\frac{1}{v_{\text{гп}}} E_t + E_z \right) + \Delta_{\perp} E + \frac{k^2}{\varepsilon_0} \left(i\varepsilon_1 + \frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho} \delta \rho \right) E = 0,$$

$$\delta \rho_t - \chi \Delta_{\perp} \delta \rho = \frac{c \sqrt{\varepsilon_0}}{8\pi \rho_0 T_0 c_s^2} \frac{\partial p}{\partial S} \frac{k\varepsilon_1}{\varepsilon_0} |E|^2,$$

с точностью до обозначений совпадающей по виду с (1.6).

Таким образом, в указанном смысле случай $\epsilon_T = \delta T \partial \epsilon / \partial T$ эквивалентен предельному случаю $\epsilon_T = \delta \rho \partial \epsilon / \partial \rho$. Если измерять величины $r, z, t, \delta T, E$ в единицах $a, l, 2k^2 a^2 / v_{\text{гр}}, \epsilon_0 / k^2 a^2 \epsilon_3, (8\pi \rho_0 c_p / k^2 a^2 \epsilon_3)^{1/2}$ соответственно, то система (1.6) примет вид

$$(2.2) \quad \begin{aligned} i(u_t + \eta u_z) + \Delta_{\perp} u + (iv + \sigma T)u &= 0, \\ T_t - \mu \Delta_{\perp} T &= 2v|u|^2, \end{aligned}$$

где все переменные безразмерные. Здесь $v = k^2 a^2 \epsilon_1 / \epsilon_0$, $\eta = 2ka^2 / l$, $\mu = 2\chi k / \rho_0 c_p v_{\text{гр}}$, c_p — теплоемкость. Безразмерный коэффициент σ введен для удобства численных экспериментов. Этот коэффициент вводится заменой $t \rightarrow \sigma t$, $z \rightarrow \sigma z$, $r \rightarrow \sqrt{\sigma} r$, $v \rightarrow v/\sigma$ или заменой $u \rightarrow \sqrt{\sigma} u$, $T \rightarrow \sigma T$. Можно выписать эквивалентные преобразования, приводящие к безразмерному виду (2.2) систему (2.1).

Если считать $a \sim 0,1$ см, $\chi \sim 0,1-1$ см²/с, то теплопроводность, по видимому, существенна лишь для импульсов длительностью $\tau > 0,01$ с (эта граница уточняется ниже).

Рассмотрим вначале более короткие импульсы, т. е. пренебрежем теплопроводностью и положим $\mu = 0$. Перейдем к координатам ξ, z'

$$t = \xi + z/\eta, \quad z = z'$$

и введем $u = W \exp(-vz/\eta)$.

Тогда придем к уравнениям

$$(2.3) \quad \begin{aligned} i\eta W_z + \nabla_{\perp} W + \sigma T W &= 0, \\ T_{\xi} &= 2v|W|^2 \exp(-2vz/\eta). \end{aligned}$$

Пусть r_0 — величина, характеризующая поперечный размер пучка. Будем искать решение (2.3) при $r < r_0$, т. е. в приосевой области, в виде

$$(2.4) \quad \begin{aligned} W &= \psi e^{i\varphi}, \quad \psi = \psi_0(\xi) \exp[-r^2/r_0^2 f^2(\xi, z)]/f(\xi, z), \\ \varphi &= \alpha(\xi, z) + \beta(\xi, z) r^2/2, \end{aligned}$$

где $\psi_0(\xi)$ — огибающая входного импульса. Подстановка (2.4) подразумевает, что импульс в поперечном сечении хотя бы вблизи оси имеет гауссову форму, что из исходных уравнений не следует. Более естественной была бы общая подстановка

$$\psi = \frac{\psi_0(\xi)}{f(\xi, z)} V\left(\frac{r}{r_0 f(\xi, z)}\right),$$

вытекающая из того факта, что первое из уравнений (2.3) обладает интегралом движения

$$I = \int |W|^2 r dr.$$

Однако (2.4) качественно передает общий характер решения и для начала будем исходить из этого представления. Из (2.3) следует, что ψ и φ удовлетворяют уравнениям

$$\begin{aligned} \eta \psi_z^2 + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \psi^2 \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) &= 0, \\ \eta \varphi_z + \frac{1}{\psi} \Delta_{\perp} \psi + \varphi_r^2 - \sigma T &= 0, \\ T &= 2v \int_0^{\xi} \psi^2 \exp(-2vz/\eta) d\xi. \end{aligned}$$

Подставим сюда выражения (2.4) и воспользуемся тем, что рассматривается приосевая область, т. е. разложим получившиеся выражения по степеням $(r/r_0)^2$ и ограничимся первыми членами разложения. Тогда, приравняв нулю коэффициенты при первых степенях $(r/r_0)^2$, придем к уравнениям для f и β

$$(2.5) \quad \beta = \eta f_{zz}/2f, \quad \eta^2 \frac{f_{zz}}{4f} - \frac{4}{r_0^4 f^4} + \frac{4\sigma v}{r_0^2} \int_0^{\xi} \frac{\psi_0^2(y) \exp(-2vz/\eta)}{f^4(y, z)} dy = 0.$$

Для возникновения самофокусировки необходимо, чтобы во втором из этих уравнений последнее слагаемое, обеспечивающее стягивание импульса к оси, превышало второе слагаемое, связанное с дифракционным расплыванием. Предполагая достаточно плавный вид ψ_0 , получим отсюда условие возникновения самофокусировки

$$(2.6) \quad \sigma v J \xi \exp(-2vz/\eta) > 1,$$

где $J = \bar{\psi}_0^2 r_0^2$; $\bar{\psi}_0^2$ — среднее значение ψ_0^2 .

Таким образом, J имеет смысл мощности импульса. Поскольку рассматривается случай слабого поглощения, на длине самофокусировки экспонентой в (2.6) пренебрегаем и приходим к критерию самофокусировки в виде

$$(2.7) \quad I > I_{кр} = 1/\sigma v,$$

где $I = J\tau$ — энергия импульса. Разумеется, из-за многочисленных приближений и экстраполяций критерий (2.7) носит оценочный характер. Численные эксперименты показали, что необходим дополнительный коэффициент запаса в (2.7) порядка 3–5 в зависимости от формы начального импульса.

Как известно, в теории стационарной самофокусировки критической величиной, обуславливающей возможность ее возникновения, является мощность пучка. Как видно, в нестационарной теории аналогичную роль играет энергия импульса.

Рассмотрим подробнее уравнения (2.5). Если f слабо зависит от z , то можно пренебречь членом $\eta^2 f_{zz}/f$. Полагая теперь $f(\xi = 0) = 1$, получим

$$(2.8) \quad f(\xi) = \exp\left(-\frac{\sigma v r_0^2}{4} \int_0^{\xi} \psi_0^2(y) dy\right) = \exp(-I(\xi)/4I_{кр}),$$

где $I(\xi) = r_0^2 \int_0^{\xi} \psi_0^2(y) dy$ имеет смысл энергии, прошедшей через сечение с продольной координатой ξ .

Второе из уравнений (2.5) имеет вид уравнения движения нелинейного осциллятора под действием двух «сил» разных знаков — дифракции и нелинейной силы. При малых ξ , т. е. на переднем фронте импульса, где нелинейный член мал, будет происходить обычное дифракционное расплывание. Та же область ξ , где выполнено условие $I(\xi) > I_{кр}$, захватывается в режим самофокусировки. В этой области возможно возникновение осцилляций f вокруг положения равновесия, определяемого из (2.8).

Оценим размер осцилляций. Полагая $f = f_0 + \delta f$, где f_0 — положение равновесия, и считая $\delta f \ll 1$ и $\delta f \sim \exp(iz/\lambda)$, получим из (2.5)

$$\frac{\eta^2}{\lambda^2} \approx -\frac{16}{r_0^4} \left(-\frac{1}{5^4} - \frac{4}{5}\right).$$

отсюда при $f_0 \ll 1$

$$\lambda \sim \frac{1}{3} f_0^2 \eta r_0^2.$$

Из соотношения (2.8) имеем простую оценку для максимальной амплитуды и минимального поперечного размера импульса

$$(2.9) \quad u_{\max} \sim \psi_0 \exp(I/4I_{\text{кр}}), \quad r_{\min} \sim r_0 \exp(-I/4I_{\text{кр}}).$$

Таким образом, отношение $I/I_{\text{кр}}$ в основном определяет динамику тепловой самофокусировки.

Осцилляции f и, следовательно, амплитуды и радиуса импульса возникнут при условии

$$\lambda < \eta \tau, \quad \frac{1}{3} f_0^2 r_0^2 < \tau,$$

т. е. при достаточно малых f и $I_{\text{кр}}/I$. До этого момента импульс будет фокусироваться как целое. Полагая $f_0 \sim \exp(-I/4I_{\text{кр}})$, получим оценку для минимального размера осцилляций

$$\lambda_{\min} \sim \eta r_0^2 \exp(-I/2I_{\text{кр}}).$$

Как видно из (2.8), при $I \gg I_{\text{кр}}$ в процессе самофокусировки импульс заметно стягивается к оси и тогда необходим учет теплопроводности даже для коротких импульсов. Из (2.9) следует, что теплопроводность существенна при распространении импульсов длительности

$$\tau \geq r_{\min}^2/\mu = r_0^2 \exp(-I/2I_{\text{кр}})/\mu.$$

В реальных экспериментах условие $I \gg I_{\text{кр}}$ легко достигается. Отметим, что оценки, аналогичные приведенным выше, справедливы и при распространении мощных импульсов в среде с инерционной керровской нелинейностью, поскольку основное уравнение в этом случае имеет вид (2.2) при $\mu = 0$, а роль ν играет величина, обратная времени релаксации нелинейности [7].

Система (1.6) исследовалась численно. Рассмотрение проводилось в естественных эйлеровых переменных в следующей постановке: импульс излучения гауссовского профиля

$$(2.10) \quad u(r, z=0, t) = A \exp(-r^2/r_0^2 - t^2/\tau^2)$$

падает на границу среды $z=0$ и, поглощаясь в среде $z>0$, фокусируется. Начальная температура принимается равной нулю, а начальное поле имеет вид

$$(2.11) \quad u(r, z, t=0) = 0,1 \exp(-r^2/r_0^2 - z^2/\tau^2 \eta^2).$$

Начальный момент времени $t=0$ выбирается так, чтобы начальные и граничные условия (2.10) и (2.11) были согласованы.

Результаты численного моделирования достаточно хорошо подтверждают приведенные выше оценки для динамики эволюции импульса.

Самофокусировка имеет порог по энергии импульса. Величина порога согласуется с оценкой (2.7). Если отношение $I/I_{\text{кр}}$ составляет величину 1—3, то импульс после достижения максимума амплитуды быстро расплывается. Если условие $I > I_{\text{кр}}$ выполняется с запасом в 3—5 раз и более,

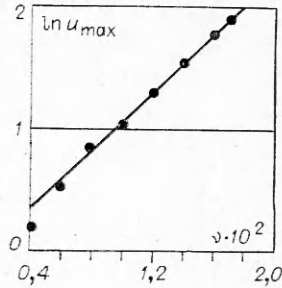
то это расплывание происходит очень медленно, так что можно говорить о стабилизации импульса. Уровень стабилизации близок к предсказываемому соотношением (2.9).

Зависимость величины $u_{\max} = \max|u|$ от коэффициента поглощения ν при фиксированных параметрах среды и импульса $A = 1, r_0 = 3, \tau = 2, \sigma = 80, \eta = 0,5$ приведена на фиг. 1.

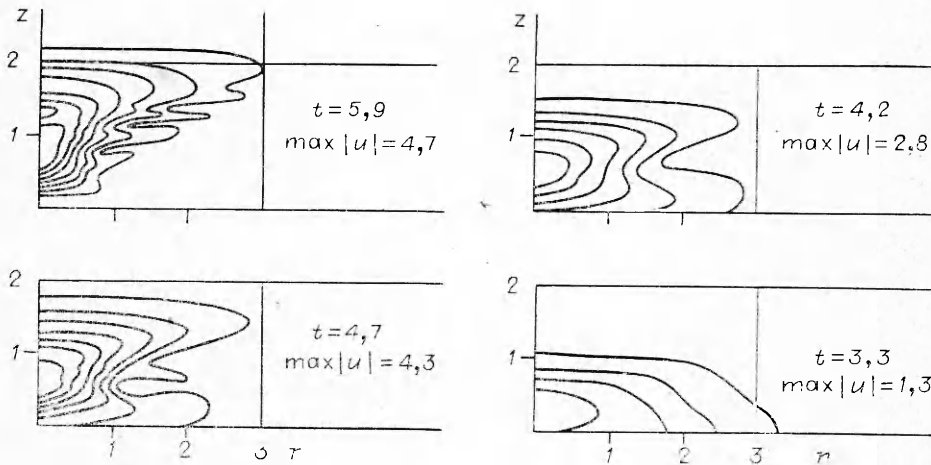
После того, как максимальная амплитуда достигнет некоторой величины, на хвостовой части импульса развиваются характерные осцилляции. Так, для параметров фиг. 1 осцилляции возникают, начиная с амплитуды ~ 3 .

На фиг. 2 приведены линии уровня $|u| = 0,3; 0,5; 0,7; 1; 1,5; 2; 3$ для импульса в последовательные моменты времени t при $\nu = 0,014$.

Поскольку в размерных переменных продольный размер импульса много больше поперечного, то можно говорить о тенденции к дроблению импульса на отдельные сгустки («многофокусная структура» [8]). Эволюция каждого такого фокуса происходит по следующей схеме: фокус делится перетяжкой на две части; передняя часть движется вперед вдоль импульса, а задняя движется в обратном направлении (фокусы A и B , фиг. 3, $\nu = 0,014$). Фокусы, движущиеся назад, после достижения края импульса расплываются. Фокус, движущийся вперед, претерпевает ту же эволюцию, что и начальный. На развитой стадии процесса на профиле импульса образуются осцилляции примерно одинакового размаха (см. фиг. 3). На переднем фронте непрерывно образуются новые максимумы, бегущие назад по профилю импульса и исчезающие на хвостовой части.



Ф и г. 1

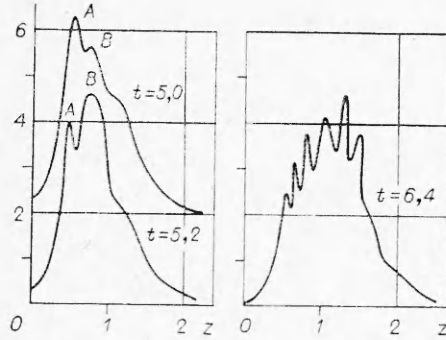


Ф и г. 2

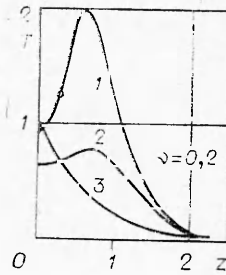
С увеличением энергии импульса I размеры осцилляций уменьшаются, а число их увеличивается. Это обстоятельство является препятствием для достижения больших значений u_{\max} . При малых же $I \sim 1 - 3I_{\text{кр}}$ импульс после достижения максимума амплитуды расплывается без образования осцилляций.

Чтобы убедиться в том, что именно энергия импульса определяет в основном динамику процесса самофокусировки, варьировались в широких пределах параметры r_0 , σ и ν , но так, чтобы не менялась величина отношения $I/I_{кр}$. Оказалось, что с точностью $\sim 5\%$ максимально достижимая амплитуда импульса при этом не меняется. Длина же самофокусировки существенно растет с ростом поперечного размера начального импульса.

Осцилляции температуры в счете наблюдались, но были невелики.



Ф и г. 3



Ф и г. 4

Система (1.6) рассматривалась численно и при $\mu \neq 0$, т. е. с учетом теплопроводности. Влияние теплопроводности растет с ростом энергии импульса. На фиг. 4 приведены осевые профили температуры для различных значений параметров σ , и при $t = 8$ ($1 - \sigma = 4$, $\mu = 0$; $2 - \sigma = -1$, $\mu = 0$; $3 - \sigma = 4$, $\mu = 0,1$; $\nu = 0,014$).

Заметим, что осцилляции поля возникают и при стрикционном и керровском механизмах самофокусировки импульсов [7].

3. Сверхзвуковая самофокусировка. Если время развития самофокусировки τ_f меньше времени гидродинамического разлета вещества τ_s (или сравнимо с ним), то необходимо рассмотрение полной задачи, т. е. системы (1.5). В предельном случае $\tau_f \ll \tau_s$ (сверхзвуковая самофокусировка) в последнем из этих уравнений можно опустить член $c_s^2 \Delta_{\perp} \delta \rho$.

В безразмерных переменных система (1.5) принимает вид

$$(3.1) \quad \begin{aligned} i(u_t + \eta u_z) + \Delta_{\perp} u + (iv + \sigma \rho)u &= 0, \\ \rho_{tt} - \mu \Delta_{\perp} \rho &= \kappa \Delta_{\perp} S, \quad S_t = 2\nu |u|^2, \end{aligned}$$

где u — амплитуда импульса; ρ и S — соответственно возмущения плотности и энтропии; $\nu = k^2 a^2 \epsilon_1 / \epsilon_0$; $\mu = 4c_s^2 k^2 a^2 / v_{гр}^2$; $\eta = 2ka^2 / l$. Величины r, z, t, u, ρ, S измеряются в единицах $a, l, 2ka^2 / v_{гр}, (2\pi \rho_0 T_0 c^4 / \epsilon_0 \epsilon_2 k^4 a^4 \partial \rho / \partial S)^{1/2}, \epsilon_0 / k^2 a^2 \epsilon_2, c^2 / (4k^4 a^4 \epsilon_2 \partial \rho / \partial S)$ соответственно. Множители σ и κ введены, как и раньше, для удобства вычислений заменой $u \rightarrow (\sigma \kappa)^{1/2} u$, $\rho \rightarrow \sigma \rho$, $S \rightarrow \sigma S$.

Рассмотрим случай $\mu = 0$. Для достаточно длинных импульсов (или пучков) можно считать $\eta = 0$. Тогда (3.1) допускает приближенную автомодельную подстановку

$$\begin{aligned} u &= \frac{1}{(t_0 - t)^{3/2}} V(r/(t_0 - t)^{3/2}), \\ \rho &= \frac{1}{(t_0 - t)^3} R(r/(t_0 - t)^{3/2}), \quad S = \frac{1}{(t_0 - t)^2} Q(r/(t_0 - t)^{3/2}), \end{aligned}$$

в чем можно непосредственно убедиться. Видно, что для длинных импульсов в решении за конечное время t_0 возникает особенность (коллапс).

Для исследования самофокусировки импульсов конечной длительности перейдем к «сопутствующим» координатам $t = \xi - z/\eta$ и $z = z'$, введем $u = W \exp(-vz/\eta)$, после чего будем искать решение в виде (2.4).

В области $r \ll r_0$ для f получим тогда уравнение

$$(3.2) \quad \frac{\eta^2 f_{zz}}{4f} - \frac{4}{f^2 r_0^4} + 24\sigma v \kappa \int_0^{\xi} dy \int_0^y dx \int_0^x \frac{\psi_0^2(x') dx'}{r_0^2 f^6(x', z)} = 0.$$

Из (3.2) следует, что самофокусировка возможна, если последнее слагаемое в этом уравнении превосходит дифракционный член $4/f^2 r_0^4$. Отсюда условие самофокусировки имеет вид

$$\bar{f}^2 < \sigma v \kappa \bar{\psi}_0^2 \tau,$$

где \bar{f}^2 и $\bar{\psi}_0^2$ — соответствующим образом усредненные величины.

Так как $f(\xi = 0) = 1$, то критерий самофокусировки можно записать в виде

$$(3.3) \quad I > I_{кр} = r_0^2 / \tau^2 \sigma v \kappa,$$

где $I = \bar{\psi}_0^2 r_0^2 \tau$ имеет смысл энергии импульса.

В оценку (3.3) явно входит профиль импульса, поскольку r_0/τ есть отношение характерных поперечного и продольного размеров.

Уравнение (3.2) — уравнение движения нелинейного осциллятора. «Точка равновесия» его f_0 определяется условием $f_{zz} = 0$, т. е.

$$(3.4) \quad (1/f^4)_{\xi\xi\xi} = 6\sigma v \kappa \psi_0^2(\xi)/f^6.$$

В простейшем случае импульса прямоугольной формы

$$\psi_0(\xi) = \begin{cases} \psi_0 = \text{const}, & 0 < \xi < \tau, \\ 0, & \xi < 0, \xi > \tau \end{cases}$$

можно найти явное решение уравнения (3.4)

$$f = \psi_0 (\sigma v \kappa / 56)^{1/2} (\xi_0 - \xi)^{3/2}$$

(ср. с автомодельным решением для длинных импульсов). Отсюда следует, что изменение амплитуды и поперечного сечения импульса должно иметь взрывной характер при $\xi \rightarrow \xi_0$, т. е. при приближении к хвостовой части импульса. Величина ξ_0 имеет смысл координаты точки слоупывания. Экстремальные значения амплитуды и радиуса импульса длины τ можно оценить следующим образом:

$$|u|_{\max} \sim \psi_0 / (\xi_0 - \tau)^{3/2}, \quad r_{\min} \sim r_0 (\xi_0 - \tau)^{3/2}.$$

Оценим характерный размер осциллирующей величины f . Полагая $f \sim f_0 + \delta f$ и считая $\delta f \ll 1$, $\delta f \sim \exp(iz/\lambda)$, получим из (3.2) при $\xi \sim \xi_0$

$$\lambda \sim \frac{1}{3} f_0^2 r_0^2 \eta,$$

т. е. минимальный размер осцилляций

$$\lambda_{\min} \sim \frac{1}{150} (\xi_0/\tau - 1)^3 \eta r_0^2 I / I_{кр}.$$

Для импульсов непрямоугольной формы качественная картина, т. е. взрывной характер самофокусировки, должна сохраниться.

Если $\mu \neq 0$, то учет гидродинамического разлета существен. Как следует из автомодельного решения, при $\xi \rightarrow \xi_0$ член $\mu \Delta_{\perp} \rho$ растет как $(\xi_0 - \xi)^{-2}$, в то время как $\rho_{tt} \sim (\xi_0 - \xi)^{-5}$.

Приведем результаты численного исследования системы (3.2). Рассматривались импульсы гауссовой формы

$$u(r, z=0, t) = A \exp(-r^2/r_0^2 - t^2/\tau^2),$$

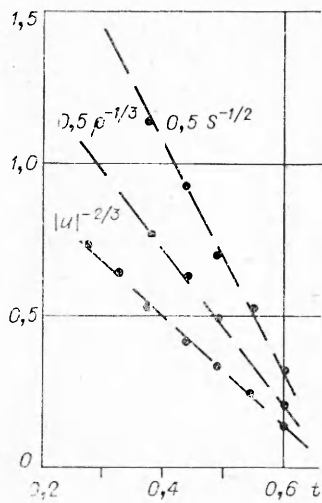
падающие на границу $z=0$ при начальных условиях

$$\rho(r, z, t=0) = \rho_t(r, z, t=0) = S(r, z, t=0) = 0,$$

$$u(r, z, t=0) = 0,1 \exp(-r^2/r_0^2 - z^2/\tau^2 \eta^2).$$

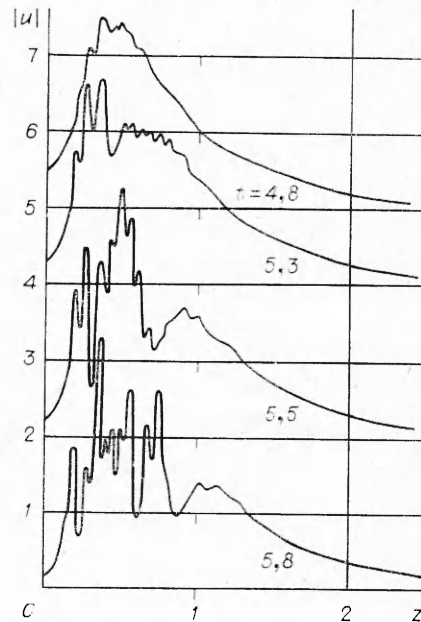
Время отсчитывается от момента, когда начальные и граничные условия согласуются.

Поведение длинных импульсов $\tau = \infty$ близко к предсказываемому автомодельному закону, как видно из фиг. 5. Выход на автомодельный режим происходит, естественно, за время, много меньшее времени поглощения импульса $1/\nu$, т. е. при $\sigma \nu > 1$.



Ф и г. 5

При рассмотрении полной системы для конечных импульсов варьировался параметр σ . При малых σ амплитуда после достижения максимума уменьшается, импульс расплывается. С ростом σ на хвостовой части импульса появляются осцилляции. При достаточно больших σ на развитой стадии самофокусировки импульс как бы делится на две части: хвостовую с сильно осциллирующей амплитудой напряженности поля и переднюю со слабыми осцилляциями. Размер осцилляций резко уменьшается по мере приближения к хвостовой части импульса, как это видно на фиг. 6, где показано поле на оси импульса в различные моменты времени.

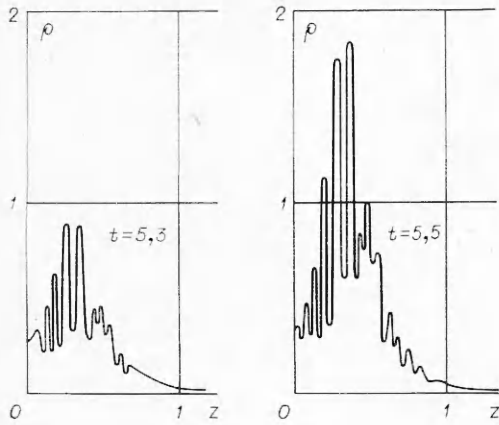


Ф и г. 6

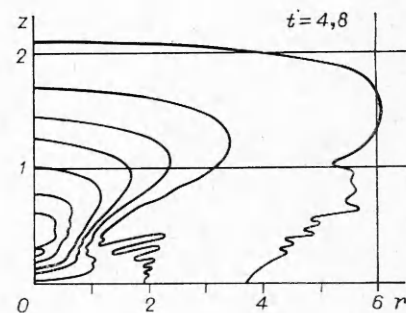
С ростом σ , т. е. с уменьшением времени развития самофокусировки, геометрические размеры осцилляций резко уменьшаются, что является следствием взрывного характера процесса.

На фиг. 7 приведены распределения плотности на оси импульса в два момента времени. Результаты, показанные на фиг. 6 и 7, получены при

параметрах $A = 1$, $\tau = 2$, $r_0 = 3$, $\sigma = 50$, $\nu = 0,01$, $\kappa = 2$, $\eta = 0,5$.



Ф и г. 7



Ф и г. 8

Резкое нарастание максимально достижимой амплитуды начинается с $\sigma = 50$. Сильно осциллирующая часть импульса слабо движется вперед, происходит захват поля ямой плотности, которая имеет сильно осциллирующий профиль. Колебания в профиле S выражены слабо. На фиг. 8, где приведено пространственное распределение поля при тех же параметрах в момент $t = 4,8$, также ясно видно разделение импульса на части с сильными и слабыми осцилляциями. Линии на фиг. 8 соответствуют уровням $|u| = 0,1; 0,3; 0,5; 0,7; 1; 1,5; 2$.

Поступила 12 IV 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. Литвак А. Г. О самофокусировке мощных световых пучков, связанной с тепловыми эффектами.—«Письма ЖЭТФ», 1966, т. 4, вып. 9.
2. Зверев Г. М., Пашков В. А. О тепловой самофокусировке в твердых диэлектриках.— ЖЭТФ, 1969, т. 57, вып. 10.
3. Каск Н. Е., Радченко В. В., Федоров Г. М. Нестационарная тепловая самофокусировка и проплавы в стекле.— ЖТФ, 1976, т. 46, № 8.
4. Райзер Ю. П. Самофокусировка и расфокусировка, неустойчивость и стабилизация световых пучков в слабо поглощающих средах.— ЖЭТФ, 1967, т. 52, вып. 2.
5. Сухоруков А. П. Тепловая самофокусировка световых пучков.— В кн.: Нелинейные процессы в оптике. Новосибирск, «Наука», 1970.
6. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Статистическая физика. М., «Наука», 1976.
7. Захаров В. Е., Мاستрюков А. Ф., Сынах В. С. О самофокусировке волновых пакетов в нелинейных средах.—«Квант. электроника», 1976, т. 3, № 12.
8. Луговой В. П., Прохоров А. М. Теория распространения мощного лазерного излучения в нелинейной среде.— УФН, 1973, т. 111, вып. 2.