

рения, связанное с тепловыделением, по-видимому, также оказывает некоторый стабилизирующий эффект.

Таким образом, в условиях, обеспечивающих отсутствие акустического воздействия на поток, периодическое образование крупных вихрей в следе за V- и клинообразными стабилизаторами при горении не происходит (без горения при тех же параметрах потока оно происходит, и частота вихреобразования соответствует числу $Sh \sim 2$).

Автор благодарит А. В. Прохорова и В. А. Скларова за участие в работе.

Поступила в редакцию 29/1 1981,
после доработки — 31/V 1982

ЛИТЕРАТУРА

1. A. Roshko. AIAA J., 1976, 14, 10.
2. Г. Биркгоф, Э. Сарантонелло. Струи, следы и каверны. М.: Мир, 1964.
3. П. Чжен. Отрывные течения. Т. 2. М.: Мир, 1973.
4. T. Tappier. Progr. Aerospace Sci., 1975, 16, 4.
5. Л. К. Зарембо, В. А. Красильников. Введение в нелинейную акустику. М.: Наука, 1966.
6. Г. Н. Абрамович. Изв. АН СССР, МЖГ, 1979, 5.
7. В. Е. Дорошенко, В. И. Фурлетов. ФГВ, 1969, 5, 1.
8. В. Е. Дорошенко, В. И. Фурлетов. ФГВ, 1972, 8, 3.
9. D. E. Rogers, F. E. Marble. Jet Propulsion, 1956, 26, 6.
10. Г. Вильяме, Г. Хоттел, А. Скурлок. — В кн.: Вопросы горения. Т. 1. М.: ИЛ, 1953.
11. А. В. Талантов. Горение в потоке. М.: Машиностроение, 1978.
12. G. T. Kalghatgi, J. V. Moss. Second Symposium turbulent shear flows. Imperial College., L., 1979.
13. A. R. Ganji, R. F. Sawyer. AIAA J., 1980, 18, 7.
14. С. Фудзии, К. Эгути. Теоретические основы инженерных расчетов, 1981, 103, 2.
15. А. В. Прохоров, В. И. Фурлетов. ФГВ, 1979, 15, 3.
16. Д. И. Блохинцев. Акустика неоднородной движущейся среды. М.—Л.: Гостехиздат, 1946.
17. Y. Mizutani, T. Nakayama, T. Yuminaka. Comb. Flame, 1975, 25, 1.
18. P. L. Blackshear. Jg. NASA Rep., N 136C, 1958.
19. В. И. Варапаев, В. И. Ягодкин. Изв. АН СССР, МЖГ, 1969, 5.
20. Н. А. Курильская, А. А. Свириденко, В. И. Ягодкин. Тр. V Всес. семинара по численным методам механики вязкой жидкости. Новосибирск, 1975.

ОБРАЗОВАНИЕ ОКИСЛОВ АЗОТА В НЕРАВНОВЕСНОМ ДИФФУЗИОННОМ ТУРБУЛЕНТНОМ ПЛАМЕНИ

Ю. Я. Бурико, В. Р. Кузнецов
(Москва)

Экспериментальные исследования и теоретические оценки [1—4] позволили выделить три фактора, оказывающие сильное воздействие на образование NO при турбулентном диффузионном горении: турбулентные пульсации температуры и концентрации, отклонение концентрации реагирующих веществ и температуры от термодинамически равновесных значений вследствие конечной скорости химических реакций, потери тепла, обусловленные излучением факела. Цель данной работы — разработка количественной теории процесса образования NO в турбулентном диффузионном пламени, в рамках которой учитываются перечисленные выше эффекты.

Рассмотрим турбулентное диффузионное пламя, образующееся при истечении струи газообразного топлива (пропан, водород) из круглого сопла вертикально вверх в неподвижный воздух. Известно, что в первом приближении диффузионное горение можно описать, предполагая, что состав и температура пламени равновесны [5]. Поэтому учет влияния излучения и отклонений от термодинамического равновесия на состав и температуру

пламени дает лишь малые поправки при описании основных характеристик факела. Эти поправки, однако, сильно влияют на образование NO, так как скорость окисления азота значительно зависит от температуры и концентрации атомарного кислорода [6].

Примем также, что окисление азота практически не сказывается ни на протекании основных химических реакций, ни на аэродинамических характеристиках течения, а концентрация NO существенно ниже термодинамически равновесной [1, 3, 4]. В соответствии со сказанным расчет концентрации NO можно провести в три этапа. На первом находятся аэродинамические характеристики факела (средние скорости, температура, пульсации различных величин). При этом предполагается, что неосредненные значения температуры и концентрации описываются термодинамически равновесными соотношениями. На втором этапе из полученных распределений температуры и концентраций находятся потери тепла излучением и учитывается влияние этих потерь на состав и температуру. На третьем этапе анализируется влияние кинетики химических реакций (характеризующих выгорание топлива) на концентрацию реагирующих веществ и температуру пламени.

При решении этой задачи полагается, что химические реакции происходят в очень тонкой зоне, аналогичной своеобразному пограничному слою, особенность которого проявляется лишь в том, что он случайным образом колеблется под действием крупномасштабных пульсаций. Поскольку толщина зоны реакции мала, ее можно рассматривать как локально плоскую, следовательно, внутренняя структура этой зоны описывается системой обыкновенных дифференциальных уравнений, в которых фигурируют лишь скорости химических реакций и слагаемые, характеризующие процессы переноса в направлении, нормальном зоне реакции. Для описания влияния крупномасштабных колебаний зоны реакции на осредненные значения концентраций продуктов сгорания и температуру используется распределение вероятностей восстановленной концентрации горючего z (массовая концентрация атомов горючего во всех образовавшихся химических соединениях).

На первом этапе расчета воспользуемся системой уравнений турбулентного движения и смешения, в которую входит $e - v_t - \theta$ — модель турбулентности [5]. К этой системе добавим уравнение относительно средней концентрации окислов азота $\langle c_{NO} \rangle$. Все уравнения, входящие в систему, записанные в приближении пограничного слоя, в осесимметричном случае имеют одинаковую структуру:

$$\langle \rho \rangle \langle u \rangle \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \langle \rho \rangle \langle v_* \rangle \frac{\partial \varphi}{\partial y} = \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y} \left(y \Gamma_\varphi \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) + S_\varphi, \quad (1)$$

где $\varphi = \langle u \rangle, \langle z \rangle; e = \frac{1}{2} (\langle u_k^2 \rangle - \langle u_k \rangle^2); \theta = \frac{1}{2} \sigma^2 = \frac{1}{2} (\langle z^2 \rangle - \langle z \rangle^2); \langle v_* \rangle = \langle v \rangle - \frac{v_t}{Sc_\tau} \frac{\partial \langle \rho \rangle}{\partial y}$; v_t — коэффициент турбулентной вязкости; $\langle u \rangle, \langle v \rangle$ —

продольная и поперечная компоненты скорости; x, y — продольная и поперечная координаты; ρ — плотность среды; z — восстановленная концентрация горючего ($z = 1$ на срезе сопла, $z = 0$ в окружающей среде, $z = z_S = \frac{1}{1+L}$ — во фронте пламени); L — массовый стехиометрический коэффициент суммарной реакции окисления горючего; Γ_φ — коэффициент турбулентного переноса; S_φ — источниковое слагаемое. При решении системы (1) полагалось, что $\Gamma_{NO} = \Gamma_z$. Конкретные выражения для Γ_φ и S_φ даны в таблице. Видно, что в уравнении движения учтены архимедовы силы (g — ускорение силы тяжести). Вид источникового члена (скорости химической реакции) в уравнении для $\langle c_{NO} \rangle$ приведен ниже. Константы, фигурирующие в соотношениях для Γ_φ и S_φ , заимствованы из [5]:

$$\kappa_1 = 2,4, \kappa_2 = 1,1, \kappa_3 = 1,2, \beta_1 = 0,07, \beta_2 = 0,9, \beta_3 = 0,14, \\ \beta_4 = 0,14, Sc_\tau = 0,8.$$

φ	$\langle u \rangle$	$\langle z \rangle$	e	v_t	θ
Γ_φ	v_t	$\frac{v_t}{Sc_T}$	$\kappa_1 v_t$	$\kappa_2 v_t$	$\kappa_3 v_t$
S_φ	$(\rho - \rho')g$	0	$\langle \rho \rangle v_t \left(\frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} \right)^2 - \beta_1 \left(1 + \frac{v_t}{e} \left \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} \right \frac{\langle \rho \rangle e^2}{v_t} \right)$	$\beta_2 \frac{v_t^2 \langle \rho \rangle \left(\frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} \right)^2}{e} - \beta_3 \langle \rho \rangle v_t \left \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} \right $	$\langle \rho \rangle v_t \left(\frac{\partial \langle z \rangle}{\partial y} \right)^2 - \beta_4 \left(1 + \frac{v_t}{e} \left \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} \right \frac{\langle \rho \rangle e \theta}{v_t} \right)$

Используя предположение о подобии процессов тепло- и массопереноса, а также допущение о том, что скорость химических реакций бесконечно велика, с помощью термодинамических расчетов нетрудно связать температуру T , плотность ρ и концентрации реагирующих веществ c_i с восстановленной концентрацией горючего z . В связи с тем, что T , ρ , c_i нелинейно зависят от z , для решения системы (1) необходимо знать распределение вероятностей (P) величины z . Для описания этого распределения использовались результаты, полученные в работе [7], в которой проанализировано уравнение для $P(z)$. Показано, что

$$P(z) = (1 - \gamma)\delta(z) + \gamma P_t(z), \quad (2)$$

где γ — коэффициент перемежаемости; P_t — плотность вероятности величины z в турбулентной жидкости; δ — дельта-функция. В [7] установлено также, что в тех областях потока, в которых коэффициент перемежаемости близок к единице, справедлива формула

$$P = P_t (2\pi\sigma)^{-1/2} \exp[-(z - \langle z \rangle)^2 / 2\sigma^2], \quad (3)$$

а в областях потока, где γ существенно отличается от единицы, справедливо выражение

$$P_t = B / \langle z \rangle_t \cdot \text{Ai}(z / \langle z \rangle_t - b), \quad \langle z \rangle_t = \langle z \rangle / \gamma, \quad b \simeq 2,34, \quad (4)$$

где Ai — функция Эйри; $B = 1 \int_0^\infty \text{Ai}(S) dS$, а нижний индекс t соответствует условному осреднению по турбулентной жидкости. Показано также, что интенсивность пульсаций концентрации в турбулентной жидкости постоянна, т. е. $\beta = \sqrt{\langle (z - \langle z \rangle_t)^2 \rangle_t} / \langle z \rangle_t \simeq 0,555$, откуда

$$\gamma = (1 + \beta^2) \langle z \rangle^2 / (\langle z \rangle^2 + 2\theta). \quad (5)$$

Указанные выше соотношения использовались для приближенного описания $P(z)$ в диффузионном факеле. При этом струя разбивалась на две области. В первой области решение системы (1) удовлетворяет условию $\sigma / \langle z \rangle < \beta$, т. е. формула (5) дает значения $\gamma > 1$. В этой области предполагалось, что $\gamma = 1$ и справедливо соотношение (3). Во второй области выполняется условие $\sigma / \langle z \rangle > \beta$ и в расчете использовались соотношения (4), (5). Для контроля правильности такой методики результаты расчета коэффициента перемежаемости и вид $P(z)$, следующий из (3)–(5), сравнивались с экспериментальными данными [8, 9], полученными в изотермической струе. Такие сравнения подтвердили правильность приведенных выше формул.

Перейдем теперь к анализу влияния потерь тепла излучением на характеристики факела. Измерения [4, 10, 11] показывают, что при диффузионном горении пропана радиационные теплопотери могут составить около 25% энергии, выделяющейся в факеле, а в случае горения водорода до 6%, что ведет к значительному снижению температуры горения и, следо-

вательно, сильно влияет на образование NO. Относительные потери тепла в каждом сечении факела определялись по формуле

$$\Delta_R(x) = \frac{\int_0^x \int_0^\infty q_R y dy dx}{\int_0^x \int_0^\infty q_W y dy dx},$$

где q_R — плотность потока излучения; $q_W = Q \langle W_T \rangle$ — удельная скорость тепловыделения; Q — теплотворная способность горючего; W_T — скорость окисления горючего.

Для определения величины Δ_R приняты следующие допущения. Предполагается, что при горении пропана излучение обусловлено газообразными продуктами сгорания (H_2O , CO_2) и частицами сажи, суммарная поверхность которых в единице объема пропорциональна концентрации продуктов сгорания, а при горении водорода только газообразными продуктами сгорания (H_2O). Плотность потока излучения газообразных продуктов реакции вычислялась в приближении оптически тонкого слоя (длина пробега излучения много меньше размера факела). Кроме того, полагалось, что в факеле реализуется локально-равновесное состояние среды. Тогда из [12] следует

$$q_R = 4 \sum_{i=1}^2 \langle K_i(T) p_i \sigma_0 T^4 \rangle, \quad (6)$$

где индексы соответствуют: 1 — H_2O , 2 — CO_2 ; $K_1 = 2 \cdot 10^{-7} \cdot (1 - 3,2 \cdot 10^{-4} T) \text{ см}^{-1} \cdot \text{Па}^{-1}$; $K_2 = 4,56 \cdot 10^{-7} \cdot (1 - 2,9 \cdot 10^{-4} T) \text{ см}^{-1} \cdot \text{Па}^{-1}$; p_i — парциальное давление H_2O и CO_2 . Соотношения для K_i являются аппроксимацией экспериментальных данных [13], в которых изучался обмен излучением между газом (CO_2 , H_2O), заполнявшим полусферу, и основанием этой полусферы.

При расчете горения пропана формула (6) дает заниженные на 40% значения величины q_R , так как при ее выводе не учтено излучение частиц сажи. Для коррекции расчета в (6) вводился эмпирический коэффициент. Этот коэффициент во всех сечениях факела одинаков и находится из условия совпадения рассчитанного и измеренного значений суммарного

потока излучения $2\pi \int_0^\infty q_R y dy dx$.

Величина $\langle W_T \rangle$, входящая в соотношение для Δ_R , определялась из следующих соображений. Подставим зависимость $c_T = c_T^{(e)}(z)$, полученную в приближении бесконечно большой скорости химических реакций, в уравнение диффузии горючего

$$\Lambda(c_T) = W_T \left[\Lambda = \rho \frac{\partial}{\partial t} + \rho u_i \frac{\partial}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\rho D \frac{\partial}{\partial x_i} \right) \right].$$

Воспользовавшись уравнением диффузии пассивной примеси $\Lambda(z) = 0$, получим $W_T = \rho(z) N d^2 c_T / dz^2$, где $N = D \left(\frac{\partial z}{\partial x_i} \right)^2$ — скалярная диссипация, характеризующая затухание концентрационных неоднородностей. Отметим, что осредненное значение скалярной диссипации дается полуэмпирической формулой

$$\langle N \rangle = \beta_4 \left(1 + \left| \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} \right| \frac{v_t}{e} \right) \frac{\langle \rho \rangle e \theta u_0}{v_t d_0}.$$

Указанное выражение, как видно из таблицы, входит в соотношение для S_0 . Определим величину $\langle W_T \rangle$, используя сформулированное в [7] и проверенное экспериментально в [14] предположение о том, что пульсации концентрации z и скалярной диссипации N в турбулентной жидкости статистически независимы. Тогда для совместной плотности вероятности N

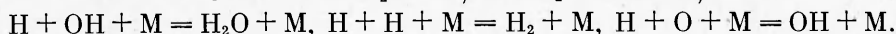
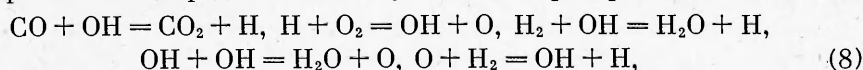
и z справедливо следующее приближенное соотношение [15]:

$$P(N, z) = (1 - \gamma)\delta(z)\delta(N) + \gamma P_i(N)P_i(z). \quad (7)$$

Поскольку $c_T = 0$ при $z \leq z_s$ и $c_T = (z - z_s)/(1 - z_s)$ при $z \geq z_s$, то $d^2 c_T(z)/dz^2 = (1 - z_s)^{-1}\delta(z - z_s)$. Осредняя W_r , получим $\langle W_r \rangle = \langle \rho(z_s) \rangle \langle N \rangle \times \times P_i(z_s)$. Способ расчета величин $\langle \rho \rangle$, γ , P_i и $\langle N \rangle$ указан ранее. Таким образом, вычислив q_R и q_w , нетрудно определить относительные потери тепла $\Delta_R(x)$ в каждом сечении факела.

Для контроля правильности предложенной методики расчета радиационного потока тепла проведено сопоставление вычисленных и экспериментально измеренных [4] значений средней температуры в пропановом диффузионном факеле. Вычисление температуры проводилось следующим образом. Сначала выполнялся термодинамический расчет, в котором полная энтальпия \dot{H} уменьшалась на величину $\Delta \dot{H} = Q \Delta_R x z$ ($z \leq z_s$), $\Delta \dot{H} = Q \Delta_R (1 - z)/(1 - z_s)$ ($z \geq z_s$). При этом находилась зависимость $T = T(z, \Delta_R)$. Затем на основе результатов решения системы (1), соотношения для Δ_R и формул (3)–(5) определялась осредненная температура в любой точке диффузионного факела. Результаты расчета и опытные данные [4] для случая горения пропана ($d_0 = 3$ мм, $u_0 = 25$ м/с, где d_0 — диаметр сопла, u_0 — скорость истечения газа из сопла) представлены на рис. 1 (штриховая кривая соответствует расчету без учета потерь тепла излучением). Следует отметить, что максимальное значение осредненной температуры в диффузионном факеле пропана почти на 800 К ниже равновесного ($T_s^{(e)} = 2260$ К). Этот эффект обусловлен как турбулентными пульсациями, так и потерями тепла излучением. Вклад каждого из факторов в снижение средней температуры примерно одинаков: «кажущееся» уменьшение температуры вследствие пульсаций составляет 420 К, а снижение температуры горения, вызванное потерями тепла 340 К. Из рис. 1 видно, что предложенный метод позволяет достаточно надежно описать распределение средней температуры при горении пропана. В случае горения водорода получен аналогичный результат, поэтому можно ожидать, что развитый метод дает возможность учесть влияние теплотерь на образование NO.

Рассмотрим теперь внутреннюю структуру фронта пламени. В настоящее время считается общепринятым, что окисление углеводородов и водорода в смесях, состав которых близок к стехиометрическому (именно такой состав смеси реализуется в зоне горения диффузионного пламени), вблизи равновесия определяется следующим набором реакций:



Отметим, что первая реакция относится только к горению углеводородов.

Как показали оценки, значения концентраций не учтенных в схеме (8) реагирующих веществ, таких как HO_2 , CHO , CH_2O , CH_3 , и скоростей реакций, протекающих с участием этих веществ, очень малы. При сжигании стехиометрической углеводородно-воздушной смеси на завершающей стадии процесса горения (именно на этой стадии скорость образования NO максимальная) концентрации HO_2 , CHO , CH_2O , CH_3 более чем на 3 порядка меньше концентраций веществ, фигурирующих в схеме (8). В силу этого вероятность протекания реакций с участием HO_2 , CHO , CH_2O , CH_3 настолько мала, что они практически не идут — их скорость на 2–5 порядков меньше скорости реакций, приведенных в схеме (8). Таким образом, вблизи равновесия использование упрощенной кинетической схемы (8) вполне оправдано.

Чтобы определить распределение концентраций реагирующих веществ и температуру пламени в зоне горения, воспользуемся предложенным в [16] методом частичного равновесия. Наиболее общая формулировка этого метода дана в [17]. Суть метода состоит в том, что имеющийся набор реакций разбивается на две группы. В одну из них вхо-

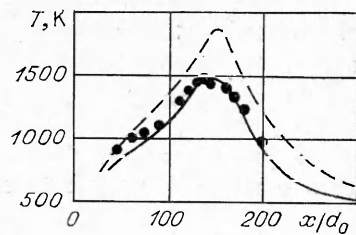


Рис. 1. Распределение осредненной температуры вдоль оси диффузионного факела пропана (точки — эксперимент [4], линии — расчет).

дят быстрые реакции, в другую — медленные. Далее полагается, что быстрые реакции находятся в детальном равновесии (скорость прямой равна скорости обратной), успевая подстроиться к тому состоянию системы, которое определяется более медленными реакциями. Указанное обстоятельство позволяет сильно упростить расчет, так как количество дифференциальных уравнений, описывающих развитие реакции, уменьшается на величину, равную числу элементарных стадий, находящихся в равновесии. В работе [18] метод частичного равновесия использован для расчета состава и температуры в пламени водородно-воздушной смеси. Экспериментальные данные, представленные в [19], свидетельствуют о том, что этот метод может быть использован и для определения характеристик зоны реакции при диффузионном горении углеводородного топлива. Действительно, в принятой кинетической схеме (8) вблизи равновесия скорости бимолекулярных реакций (первые пять реакций) более чем на порядок превышают скорости тримолекулярных реакций рекомбинации, что позволяет применить метод частичного равновесия. Следует также отметить, что поскольку для расчета структуры зоны химических реакций используются условия равновесия бимолекулярных реакций, то конкретный кинетический механизм этих реакций вообще не существует, а важны лишь кинетические характеристики тримолекулярных реакций, которые и определяют развитие процесса горения на завершающей стадии.

Концентрации веществ обозначим через c_i ($i = 1, \dots, 8$), где компоненты смеси расположены в следующем порядке: H_2 , O_2 , H_2O , OH , H , O , CO , CO_2 . Таким образом, процесс характеризуется девятью параметрами (c_i и T), которые должны удовлетворять четырем законам сохранения, отражающим неизменность массовой концентрации атомов O , H , C и полной энтальпии смесей H . Еще четыре алгебраических соотношения для концентраций реагирующих веществ и температуры вытекают из условий детального равновесия бимолекулярных реакций (можно показать, что из пяти условий равновесия бимолекулярных реакций лишь четыре линейно независимы). Условия равновесия и законы сохранения дают восемь уравнений для определения девяти неизвестных. Следовательно, решение задачи сводится к описанию распределения какого-нибудь одного параметра. В качестве такого параметра, следуя [18], удобно выбрать величину

$$c = c_1 + \frac{1}{2} \frac{\mu_1}{\mu_4} c_4 + \frac{3}{2} \frac{\mu_1}{\mu_5} c_5 + \frac{\mu_1}{\mu_6} c_6 + \frac{\mu_1}{\mu_9} c_9,$$

где μ_i — молекулярная масса i -го компонента смеси. Легко показать, что приведенная концентрация c не меняется в бимолекулярных реакциях, а ее неосредненное значение удовлетворяет уравнению

$$\Lambda(c) = W_c, \quad W_c = -2\mu_1(W_6 + W_7 + W_8), \quad (9)$$

где W_6 , W_7 , W_8 — суммарные скорости (равные разности между скоростью прямой и обратной реакции) тримолекулярных реакций. Индекс соответствует порядковому номеру реакции.

Если решение уравнения (9) известно, то температура и концентрации всех веществ находятся из алгебраических соотношений. Расчет показывает, что при увеличении $\Delta c = c - c^{(e)}$ (индекс e соответствует равновесному значению c) концентрации промежуточных продуктов (OH , O , H , CO) растут, а температура и концентрации H_2O и CO_2 снижаются. Особенно резко изменяется концентрация O . Так, при $\Delta c \approx 2 \cdot 10^{-3}$ концентрация атомарного кислорода более чем на порядок превышает равновесное значение. Температура пламени при этом снижается примерно на 150 К.

Результаты вычислений также свидетельствуют о том, что скорость тримолекулярных реакций W_c аппроксимируется соотношением

$$W_c = -\rho K [c - c^{(e)}(z)]^n. \quad (10)$$

Здесь K — некоторый коэффициент, зависящий от давления. Формула (10) получена при варьировании z в достаточно широком диапазоне: $0,04 \leq z \leq 0,085$ в случае горения пропана, $0,02 \leq z \leq 0,04$ в случае горения водорода. Указанный интервал изменения z охватывает всю область, в которой окисление азота идет с заметной скоростью. Соотношение (10) справедливо, если $\Delta c = c - c^{(e)} \leq 0,01$. При больших значениях Δc скорости бимолекулярных и тримолекулярных реакций (8) сравниваются и, следовательно, предположение о частичном равновесии, на котором основан вывод формулы (10), нарушается.

Если исходное состояние реагентов (горючего газа и воздуха) отвечает нормальным условиям, то в случае горения пропана $n = 2, 4$, $K = 6,3 \cdot 10^7 \text{ с}^{-1}$, а в случае горения водорода $n = 2$, $K = 1,4 \cdot 10^7 \text{ с}^{-1}$. При определении значений n и K использовались константы скоростей реакций из [19].

Термодинамические расчеты позволяют установить вид функции $c^{(e)}(z)$. Оказалось, что с хорошей степенью точности для $c^{(e)}(z)$ справедливо

$$c^{(e)}(z) = 0, \quad z \leq z_s; \quad c^{(e)}(z) = K_0(z - z_s), \quad z \geq z_s, \quad (11)$$

где $K_0 = 1/(1 - z_s)$ для H_2 и $K_0 = 0,42/(1 - z_s)$ для C_3H_8 . Указанный характер зависимости $c^{(e)} = c^{(e)}(z)$ обусловлен тем, что константа равновесия глобальной реакции как при горении пропана, так и при горении водорода достаточно велика ($\approx 4 \cdot 10^3$), т. е. равновесие сильно сдвинуто в сторону продуктов реакции.

Используя соотношения (10), (11) и предположение о том, что толщина диффузионного фронта пламени δ_c много меньше колмогоровского масштаба турбулентности η ($\delta_c \ll \eta = \nu^{3/4} \varepsilon^{-1/4}$, где ν — коэффициент кинематической вязкости, ε — диссипация энергии турбулентности), удается найти асимптотически точное (при $\delta_c \rightarrow 0$) решение уравнения (9). Действительно, перейдем в систему координат, связанную с некоторой точкой фронта пламени, тогда из (9) с учетом (10), (11) и условия $\delta_c \ll \eta$ следует

$$\rho v_r \frac{dc}{dr} = \frac{d}{dr} (D\rho) \frac{dc}{dr} - \rho [c - \theta(z) K_0 (z - z_s)]^n, \quad (12)$$

где v_r — скорость, с которой фронт пламени, т. е. поверхность $z = z_s$, движется относительно среды; r — нормаль к поверхности $z = z_s$; $\theta(x)$ — функция Хэвисайда. Скорость движения фронта пламени в рассматриваемом допущении порядка колмогоровского масштаба скорости $v_r \approx \bar{v}_a = (\nu \varepsilon)^{1/4}$. Оценим порядок слагаемых, входящих в уравнение (12):

$$\nu^{-1} v_r \frac{\partial c}{\partial r} \sim \frac{c^*}{\eta \delta_c}, \quad \frac{\partial^2 c}{\partial r^2} \sim \frac{c^*}{\delta_c^2},$$

где c^* — некоторое характерное значение приведенной концентрации в зоне химических реакций. При оценке использовано предположение о равенстве коэффициентов молекулярного переноса ($D = \nu$). Если полностью условие $\delta_c \ll \eta$, то левая часть уравнения (12) много меньше правой, т. е. из (12) имеем

$$D \frac{d^2 c}{dr^2} = [c - \theta(z) K_0 (z - z_s)]^n \quad (13)$$

Перейдя к новым переменным

$$z^* = \frac{z - z_s}{\text{Da}^{1/(1+n)}} = f(r),$$

$$\xi = \frac{c - K_0 (z - z_s) \theta(z - z_s)}{K_0 \text{Da}^{1/(1+n)}}$$

(где $Da = N/\bar{K}$ — эффективное число Дамкелера, $\bar{K} = KK_0^{(n-1)}$), при условии $\frac{dz}{dr} = \text{const}$ из (13) получим $\frac{d^2\xi}{dz^2} = \xi^n$. Это уравнение при $n > 1$ имеет единственное гладкое решение, ограниченное при любом значении z^* ,

$$\xi = \left(\sqrt{\frac{2}{n+1} \frac{n-1}{2}} \right)^{z/(1-n)} \left[|z^*| + 2^{\frac{n-2}{n+1}} (n+1)^{1/(1+n)} \right]^{2/(1-n)}$$

Отсюда вытекает

$$c = c^{(e)} + K_0 Da^{1/(1+n)} \left(\frac{2}{n+1} \right)^{1/(1-n)} \left[\frac{n-1}{2} \left(\frac{|z-z_S|}{Da^{1/(1+n)}} + 2^{\frac{2n-1}{2n+1}} \frac{(n+1)^{1/(n+1)}}{n-1} \right) \right]^{2/(1-n)} \quad (14)$$

Соотношение (14) позволяет детально описать структуру зоны химических реакций в диффузионном пламени, если определены такие характеристики поля течения, как восстановленная концентрация горючего z и скалярная диссипация N . Напомним, что формула (14) верна в том случае, когда справедливо предположение о частичном равновесии, т. е. при $c - c^{(e)} \ll \ll 0,01$. Для значений z , близких к z_S , это ограничение эквивалентно условию $\langle N \rangle \ll 6 \cdot 10^{-2}$, которое, как показывают результаты решения системы (1), выполняется в анализируемых опытах при горении водорода, пропана.

Приступим к определению скорости образования NO в диффузионном факеле. Предположим, что окисление азота описывается механизмом Я. Б. Зельдовича [6]. Тогда в случае $c_{NO} \ll c_{NO}^{(e)}$ скорость образования окислов азота

$$W_{NO} = 2 K_{NO}^{(0)} c_6 c_9 \exp(-E_{NO}/RT), \quad (15)$$

где c_9 — концентрация N_2 . В соответствии с данными [1, 2, 6] приняты следующие значения: для предэкспоненциального множителя $K_{NO}^{(0)} = 1,1 \cdot 10^{14} \text{ см}^3/(\text{моль} \cdot \text{с})$, для энергии активации $E_{NO} = 3,18 \cdot 10^5 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{град})$.

Учет неравновесности продуктов сгорания, как следует из результатов, полученных выше, приводит к тому, что концентрации реагирующих веществ и температура пламени зависят не только от локального состава (величины z), но и от числа Дамкелера. Следовательно, и скорость окисления азота зависит от этих двух параметров, т. е. $W_{NO} = W_{NO}(z, Da)$. В связи с этим для определения среднего значения скорости образования NO необходимо использовать совместное распределение вероятности величин N и z . Вид этой функции дается формулами (3)—(5) и (7). Осредняя W_{NO} , получим

$$\langle W_{NO} \rangle = \int_0^1 \int_0^\infty W_{NO} \left(z, \frac{N}{\bar{K}} \right) P(z, N) dz dN = w \langle Da \rangle_t P(z_S), \quad (16)$$

где

$$w = 2K_{NO}^{(0)} \int_0^1 c_6 \left(z, \frac{\langle N \rangle_t}{\bar{K}} \right) c_9(z) \exp \left[- \frac{E_{NO}}{RT \left(z, \frac{\langle N \rangle_t}{\bar{K}} \right)} \right] dz,$$

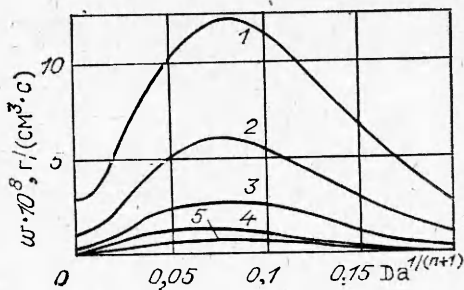
$$\langle Da \rangle_t = \frac{\langle N \rangle_t}{\bar{K}}.$$

Параметр $w = w(\langle Da \rangle_t)$, называемый далее эффективной скоростью окисления азота, зависит от числа Дамкелера и определяет влияние неравновесности продуктов сгорания на процесс окисления азота. Плотность вероятности появления фронта пламени в данной точке диффузионного факела $P(z_S)$ характеризует воздействие крупномасштабных пульсаций на среднее значение скорости образования NO.

При выводе соотношения (16) полагалось, что пульсации скалярной диссипации во вполне турбулентной жидкости слабо влияют на отклонение от равновесия, т. е. $P_t = \delta(N - \langle N \rangle_t)$. Проверим справедливость этого

Рис. 2. Зависимость эффективной скорости окисления азота от степени неравновесности продуктов сгорания и уровня потерь тепла излучением.

ΔR , %: 1 — 0, 2 — 5, 3 — 10, 4 — 15, 5 — 20.



предположения. Оценим воздействие пульсаций скалярной диссипации на пульсации приведенной концентрации c . Используем данные работы [20], из которых следует, что пульсации N распределены по логарифмически нормальному закону, т. е. $\langle N^p \rangle = \langle N \rangle^p (l_T/\eta)^{\mu p(p-1)/2}$ [21], где $\mu \approx 0,35$; l_T — интегральный масштаб турбулентности. Тогда, поскольку $(l_T/\eta) \sim Re^{3/4}$ и из (14) вытекает, что $c \sim N^{1/(1+n)}$, имеем $\sigma_c = (\langle c^2 \rangle_z - \langle c \rangle_z^2)^{1/2} / \langle c \rangle_z \approx (Re^b - 1)$, где Re — локальное число Рейнольдса; $b = 3/8 \cdot \mu n / (n+1)^2$; индекс z соответствует условному осреднению при неизменном z . При горении струйных факелов, как показывают расчеты, в окрестности фронта пламени $Re \approx 10^3$, следовательно, $\sigma_c = 0,2$. Отсюда видно, что при определении неравновесных концентраций реагирующих веществ, температуры и, следовательно, скорости образования окислов азота пульсации N в первом приближении можно не учитывать.

Эффективная скорость окисления азота вычислялась следующим образом. Сначала при известном значении c из алгебраических соотношений, отражающих законы сохранения атомов O, H, C, энергии и условия равновесия бимолекулярных реакций, находились концентрации реагирующих веществ и температура пламени, а затем проводилось интегрирование по z . Напомним, что параметры $\langle z \rangle$ и $\langle N \rangle_t$, фигурирующие в (16), определяются путем решения системы (1). Результаты расчета эффективной скорости окисления азота при различных значениях числа Дамкелера приведены на рис. 2. В соответствии с методикой, изложенной выше, учтено также влияние потерь тепла на величину w , т. е. эффективная скорость окисления азота представлена как функция двух параметров $w = w(\langle Da \rangle_t, \Delta R)$.

Данные, показанные на рис. 2, получены для случая горения пропана. При горении водорода расчет дает качественно аналогичные результаты. Немонотонный характер зависимости w от Da объясняется тем, что при отклонении состояния продуктов сгорания от термодинамически равновесного на процесс окисления азота воздействуют два конкурирующих эффекта — увеличение концентрации атомарного кислорода и уменьшение температуры горения. Первый эффект оказывает определяющее влияние на скорость окисления азота при $\langle Da \rangle_t \leq 0,07$, а второй — при $\langle Da \rangle_t \geq 0,07$. Максимальная величина эффективной скорости окисления азота примерно в 5 раз превышает значение этого параметра, вычисленное по термодинамически равновесным значениям температуры и концентрации атомарного кислорода.

Описанный выше метод расчета, базирующийся на решении системы уравнений (1), формулах (3)—(5), (16) и данных, представленных на рис. 2, использован для определения концентрации NO в турбулентном диффузионном факеле. Результаты расчетов сопоставлены с экспериментальными данными [3, 22, 23] на рис. 3, 4. Из рис. 3 видно, что осевые профили концентрации окислов азота в факеле пропана ($d_0 = 3$ мм, $u_0 = 25$ м/с) и водорода ($d_0 = 1$ мм, $u_0 = 500$ м/с) удастся рассчитать с хорошей степенью точности. Максимальное значение концентрации NO в факеле, полученное в расчете, отличается не более чем на 10—15% от экспериментально измеренного. Несколько хуже согласие расчета с экспериментом

вблизи от сопла ($x/d_0 \leq 100$). Поток окислов азота $G_{NO} = \int_0^x \int_0^\infty \langle W_{NO} \rangle y dy dx$

через все исследованные сечения факела удастся рассчитать с высокой степенью точности как при горении пропана, так и при горении водорода

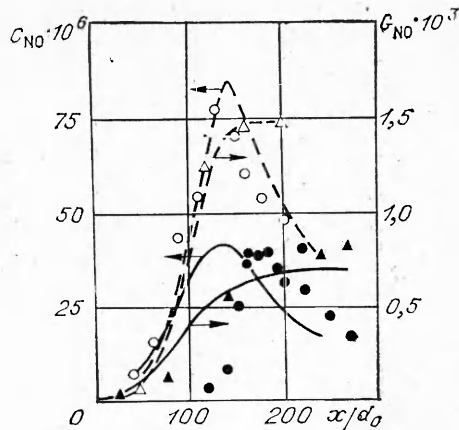


Рис. 3. Распределение массовой концентрации и потока окислов азота вдоль оси диффузионного пламени (точки — эксперимент, линии: сплошные — расчет для C_3H_8 , штриховые — для H_2).

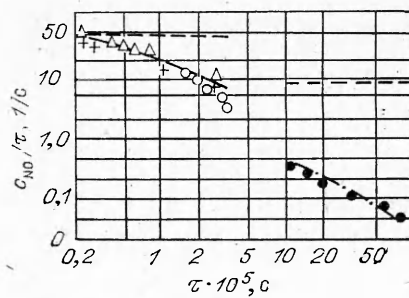


Рис. 4. Зависимость максимальной концентрации окислов азота в факеле от характерного масштаба времени (точки — эксперимент, линии: сплошная — расчет для H_2 , штрихпунктирная для C_3H_8).

практики параметры, как максимальное значение концентрации NO в факеле и расход окислов азота при турбулентном диффузионном горении.

Развитый метод расчета использован также для выявления закономерностей изменения максимальной концентрации NO в свободном диффузионном турбулентном факеле при варьировании в широком диапазоне диаметра сопла горелки и скорости истечения различных горючих газов (пропан, водород). Сопоставление результатов расчета с экспериментальными данными приведено на рис. 4. На этом же рисунке показано максимальное значение концентрации NO , вычисленное в традиционных для теории турбулентного диффузионного факела предположениях: скорость химической реакции бесконечно велика, теплотери отсутствуют (штриховые линии).

Видно, что в рамках предложенного метода расчета удастся не только качественно описать основные закономерности изменения концентрации NO в свободном диффузионном факеле, но и оценить количественно значение этой концентрации. В частности, немонотонный характер зависимости максимального значения концентрации NO в факеле от параметра $\tau = d_0/u_0$, пропорционального времени пребывания продуктов сгорания в зоне высоких температур (в течениях струйного типа $\tau \sim 1/\langle N \rangle$), объясняется ростом потерь тепла излучением и приближением состояния продуктов сгорания к термодинамически равновесному по мере увеличения τ . Отметим, что в традиционных для теории диффузионного факела предположениях объяснить этот эффект не удастся [23].

Поступила в редакцию 4/IV 1982

ЛИТЕРАТУРА

1. С. Т. Bowman. 14-th Symp. (Intern.) on Comb. The Combust. Inst., 1973.
2. И. Я. Сигал. Защита воздушного бассейна при сжигании топлива. М.: Недра, 1977.
3. Ю. Я. Бурико, В. Р. Кузнецов. ФГВ, 1978, 14, 3.
4. Ю. Я. Бурико, В. Р. Кузнецов. ФГВ, 1980, 16, 4.
5. В. Р. Кузнецов, А. Б. Лебедев, А. Н. Секундов, И. П. Смирнова. Изв. АН СССР, МЖГ, 1977, 1.
6. Я. Б. Зельдович, П. Я. Садовников, Д. А. Франк-Каменецкий. Окисление азота при горении. М.: Изд-во АН СССР, 1947.
7. В. Р. Кузнецов. Изв. АН СССР, МЖГ, 1972, 5.
8. H. A. Becker, H. C. Hottel, G. C. Williams. J. Fluid. Mech., 1967, 30, 285.
9. A. D. Birch, D. V. Brown, M. N. Dodson, G. R. Tomas. J. Fluid Mech., 1978, 88, 3.
10. S. P. Gollahali. Comb. Sci. Techn., 1977, 15, 147.
11. М. Г. Кталхерман, И. А. Могильный, Я. И. Харитонова и др. ФГВ, 1974, 10, 5, 717.

12. В. М. Иевлев. Турбулентное движение высокотемпературных сплошных сред. М.: Наука, 1975.
13. Н. С. Hottel, R. В. Egbert. Trans. Amer. Inst. Chem. Engrs., 1942, 38, 3.
14. В. Р. Кузнецов, В. И. Расцупкин. Изв. АН СССР, МЖГ, 1977, 6.
15. В. Р. Кузнецов. Изв. АН СССР, МЖГ, 1977, 3.
16. G. L. Schott. J. Chem. Phys., 1960, 32, 71C.
17. John D. Ramshaw. Phys. Fluids, 1980, 23, 4, 675.
18. R. W. Mitchell, A. F. Sarofim, L. A. Clomburg. Comb. Flame, 1980, 37, 2.
19. R. W. Bilger. Comb. Sci. Techn., 1980, 22, 3.
20. O. E. Jensen, G. A. Jones. Comb. Flame, 1978, 32, 1.
21. K. R. Sreenivasson, H. Q. Danh, R. A. Antonid. Phys. Fluids, 1977, 20, 1C.
22. А. С. Монин, А. М. Яглом. Статистическая гидромеханика. Ч. 2. М.: Наука, 1967.
23. R. W. Bilger, R. E. Beck. 15-th Symp. (Intern.) on Combustion. The Combust. Inst., 1975.
24. G. A. Lovoie, A. F. Shlader. Comb. Sci. Techn., 1974, 8, 215.

НЕСТАЦИОНАРНЫЕ ЯВЛЕНИЯ В ПОТОКАХ ВЯЗКОЙ РЕАГИРУЮЩЕЙ ЖИДКОСТИ

Л. Ю. Артюх, П. Г. Ицкова, А. Т. Лукьянов
(Алма-Ата)

1. Теория устойчивости течений представляется в настоящее время наиболее интересной и бурно развивающейся областью механики жидкости и газа. Это определяется весьма широкими приложениями результатов этой теории к исследованиям природных ресурсов и к различным задачам техники и технологии. Проблема устойчивости существенно нелинейна и ее линейный анализ следует понимать как аппроксимацию. Тем не менее линейный анализ позволяет иногда составить общую картину устойчивости течения жидкости, получить критерии потери устойчивости, математически описать переходы из одного устойчивого режима в другой [1]. В этом случае рассматриваются бесконечно малые возмущения, для которых применимы линеаризованные уравнения. Часто результаты линейного анализа хорошо согласуются с экспериментом [2].

В настоящей работе исследуется устойчивость процессов тепло- и массопереноса при установившемся течении вязкой реагирующей жидкости. На первом этапе изучения устойчивости используется нульмерная линеаризованная модель. Возможные динамические режимы течения исследуются первым методом Ляпунова. Результат линейного анализа сопоставляется с численным решением квазилинейных уравнений.

2. Рассматривается одномерное приближение гидродинамически установившегося течения вязкой реагирующей жидкости в канале. Температура, концентрация и скорость движения жидкости считаются осредненными по длине канала. Через пористые стенки канала осуществляется тепло- и массообмен системы с окружающей средой. Вязкость от температуры зависит экспоненциально. Скорость мономолекулярной химической реакции описывается законом Аррениуса.

Нестационарная система уравнений переноса импульса, тепла и вещества с учетом вязкой диссипации, тепловыделения в результате реакции и естественной конвекции запишется в виде:

$$\begin{aligned} \tau > 0: 0 < y < y_1, \\ \frac{\partial W}{\partial \tau} + B \frac{\partial W}{\partial Y} = \frac{\partial}{\partial Y} \left[\text{Pr}_0 \exp\left(\frac{\beta}{\vartheta}\right) \frac{\partial W}{\partial Y} \right] + m_1 \pm m_2 (\vartheta - \vartheta_0), \\ \frac{\partial \vartheta}{\partial \tau} + B \frac{\partial \vartheta}{\partial Y} = \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial Y^2} + \text{Ec Pr}_0 \left(\frac{\partial W}{\partial Y}\right)^2 \exp\left(\frac{\beta}{\vartheta}\right) + \kappa \exp\left(-\frac{1}{\vartheta}\right) - W\Phi \frac{\partial \vartheta}{\partial Z}, \\ \frac{\partial \kappa}{\partial \tau} + B \frac{\partial \kappa}{\partial Y} = \text{Le} \frac{\partial^2 \kappa}{\partial Y^2} - \kappa \exp\left(-\frac{1}{\vartheta}\right) \end{aligned} \quad (1)$$