

5. Поверхностные волны. Для поверхностных волн $x \gg 1$ величины X, Y будут мнимыми, тогда [4]

$$\varphi_m(i\xi) \approx 1/\xi, \psi_m(\xi) \approx -1/\xi \quad (\xi \gg 1) \quad (5.1)$$

Уравнение (2.5) с элементами (2.6) после подстановки (5.1) и пренебрежения членами порядка $1/\xi$ будет

$$\begin{aligned} & \{1 - (1 + \nu) y^2 - [(1 - 2(1 + \nu) y^2)(1 - (1 + \nu)(1 - 2\nu)(1 - \nu)^{-1} y^2)]^{1/2}\} h_\varphi^2 + \\ & + \{1 - (1 + \nu) y^2 + [2(1 + \nu) y^2 - (1 - 2(1 + \nu) y^2)^{1/2}]\} \times \\ & \times [1 - (1 + \nu)(1 - 2\nu)(1 - \nu)^{-1} y^2]^{1/2} h_z^2 + (1 + \nu)^{-1} \{[-1 - 2(1 + \nu) y^2] \times \\ & \times (1 - (1 + \nu)(1 - 2\nu)(1 - \nu)^{-1} y^2)^{1/2} - [1 - (1 + \nu) y^2]^2\} = 0 \end{aligned} \quad (5.2)$$

Полагая в (5.2) $h_\varphi = h_z = 0$ получим соотношение для поверхностных волн Релея [3].

Автор благодарит А. И. Морозова за внимание.

Поступила 27 II 1967

ЛИТЕРАТУРА

1. Д о л б и н Н. И. Распространение упругих волн в токопроводящем стержне. ПМТФ, 1962, № 2, стр. 104.
2. Д о л б и н Н. И., М о р о з о в А. И. Упругие изгибные колебания стержня с электрическим током. ПМТФ, 1966, № 3, стр. 97.
3. К о л ь с к и й Г. Волны напряжения в твердых телах. ИИЛ, 1955.
4. H u d s o n G. E. Dispersion of Elastic Waves in Solid Circular Cylinders. Phys. Rev., 1943, 63, 46.

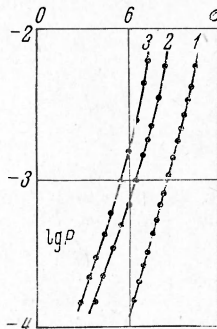
СЖАТИЕ И ВЫПУЧИВАНИЕ СТЕРЖНЕЙ ПРИ ФИКСИРОВАННОЙ НАГРУЗКЕ И МОНОТОННО ВОЗРАСТАЮЩЕЙ ТЕМПЕРАТУРЕ В УСЛОВИЯХ ПОЛЗУЧЕСТИ

О. В. Соснин, Н. Г. Торшенин

(Новосибирск)

В работе [1] представлены исследования по сжатию и выпучиванию стержней при фиксированной температуре и монотонно возрастающей осевой нагрузке. В предлагаемой работе эти исследования продолжены и рассмотрен другой крайний случай: фиксирована нагрузка и монотонно с некоторой постоянной скоростью возрастает температура. Представлены результаты экспериментов и некоторые возможности их аналитического описания.

1. По методике, описанной в [1], была проведена серия экспериментов по сжатию стержней того же материала Д16Т монотонно возрастающей нагрузкой при температурах от 250 до 400° С включительно с интервалом 25° С. При каждой температуре графически строилась зависимость напряжения — общая деформация с параметром скорости нагружения.



Фиг. 1

Предполагая общую деформацию ϵ в виде суммы мгновенной упруго-пластической деформации ϵ и деформации ползучести

$$\epsilon = \epsilon + p \quad (1.1)$$

и учитывая, что при 275° С и выше ползучесть исследуемого материала протекает без упрочнения, последний член в (1.1) оценивался по зависимости

$$dp = K e^{\beta \sigma} dt \quad (1.2)$$

Для случая ползучести при монотонно возрастающей с постоянной скоростью нагрузке

$$\sigma = ct \quad (1.3)$$

После подстановки в (1.2) и интегрирования при нулевых начальных условиях получим

$$p = k (e^{\beta \sigma} - 1) / \beta c \quad (1.4)$$

Обычно $e^{\beta \sigma} \gg 1$, используя это и построив в координатах $\lg p$ и σ результаты экспериментов для каждой температуры, можно найти характеристики ползучести K и β .

На фиг. 1 в упомянутых координатах представлены результаты экспериментов для $T = 325^\circ \text{C}$, где цифрами 1, 2 и 3 обозначены данные, соответствующие скоростям нагружения $c_1 = 0.18$, $c_2 = 0.01$ и $c_3 = 0.0045 \text{ кгс/мм}^2/\text{сек}$.

Экспериментальные точки ложатся на линии, близкие к прямым, хотя тенденция к увеличению наклона касательной к этим линиям, а следовательно и величины β , имеет место [1]. Наблюдается некоторое увеличение β и с уменьшением скорости нагружения. Последнее обстоятельство, по-видимому, связано с процессом старения Д16Т: чем медленнее процесс нагружения, т. е. чем больше время пребывания материала при заданной температуре, тем существеннее изменение прочностных свойств этого материала в сторону их занижения [2]. В связи с этим можно говорить только о некоторых средних для заданной температуры и интервала напряжений величинах K и β . Аналогичные графики получены и при других температурах.

Величины K и β , определенные вышеописанным способом для каждой из температур, монотонно растут с ростом температуры, причем значения каждой из них хорошо аппроксимируются интерполяционным полиномом Лагранжа.

Ограничиваясь полиномами третьей степени, получим для K

$$K = (3.488 \cdot 10^{-6} T^3 - 25.524 \cdot 10^{-4} T^2 + 62.065 \cdot 10^{-2} T - 50.101) \cdot 10^{-8} \text{ сек}^{-1} \quad (1.5)$$

Аналогично для β

$$\beta = 0.5066 \cdot 10^{-6} T^3 - 4.1994 \cdot 10^{-4} T^2 + 12.0916 \cdot 10^{-2} T - 11.2983 \text{ [мм}^2/\text{кгс]} \quad (1.6)$$

где величины T берутся в $^\circ \text{C}$.

Таким образом, для всего температурного интервала от 250 до 400°C зависимость (1.2) переходит в зависимость

$$dp = K(T) \exp[\beta(T)\sigma] dt \quad (1.7)$$

На фиг. 2 представлены диаграммы $\sigma - \epsilon$, снятые при сжатии стержней при температурах: $a - 275^\circ \text{C}$, $b - 325^\circ \text{C}$ и $в - 400^\circ \text{C}$, где цифры 1, 2, 3 и 4 у экспериментальных точек обозначают диаграммы, полученные при скоростях нагружения соответственно

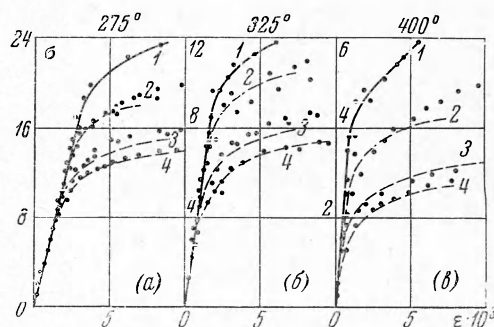
$$c_1 = 4.5, c_2 = 0.18, c_3 = 0.01, \\ c_4 = 0.0045 \text{ кгс/мм}^2 \text{ сек}$$

Расчетные кривые, полученные по зависимости (1.7), или с учетом (1.1), нанесены пунктирными линиями. Аналогичные результаты имеют место и при других температурах. В целом можно сказать, что зависимость (1.7) удовлетворительно описывает процесс ползучести при фиксированных температурах во всем рассматриваемом интервале температур.

Справедливость зависимости (1.7) с функциями $K = K(T)$ и $\beta = \beta(T)$ вида (1.5) и (1.6) соответственно, найденными из экспериментов при фиксированных температурах и возрастающих нагрузках, была проверена на экспериментальных данных по ползучести того же материала при монотонно возрастающей с постоянной скоростью температуре и фиксированной нагрузке.

Образцы для экспериментов на сжатие изготавливались из пруткового материала Д16Т круглыми с диаметром и длиной рабочей части $7.5 \pm 0.01 \text{ мм}$ и $40 \pm 0.1 \text{ мм}$ соответственно при общей длине 70 мм . С целью более равномерного прогрева при нестационарных режимах образцы изготавливались трубчатыми с внутренним диаметром $4 \pm 0.01 \text{ мм}$. Для малых скоростей прогрева использовались как трубчатые, так и сплошные образцы тех же сечений. Результаты экспериментов были одинаковыми.

Нагрев с монотонно растущей по линейному закону температурой осуществлялся при помощи самописца типа «ЕКВТ» с пристройкой к нему датчика температуры. Температура на образце поддерживалась путем замыкания и размыкания контактов, управляющих включением и выключением нагрева электропечи. Задающий контакт связан трюстиком с барабаном лентопротяжного механизма самописца и перемещается с постоянной скоростью в сторону возрастания температурной шкалы. Другой контакт в виде плоской пружины укреплен на каретке пера самописца, регистрирующего температуру на образце. В рабочем положении каретка самописца с контактом всегда



Фиг. 2

опережает задающий контакт. Последний, двигаясь с постоянной скоростью, догоняет каретку, замыкает цепь нагрева, в результате чего температура в печи повышается, и каретка, следящая за температурой образца, уходит вперед от задающего контакта, размыкая цепь нагрева.

Остывание печи приводит к остановке и обратному движению каретки, задающий контакт вновь ее догоняет и далее процесс повторяется. В результате температура на образце колеблется около задаваемых по линейному закону значений температур с амплитудой $\pm 3^\circ\text{C}$, что составляло $\pm 1\%$ от температуры, соответствующей средней области. Показания приваренных контактной сваркой трех хромель-копелевых термпар фиксировались компенсационным самописцем типа «ЕКВТ».

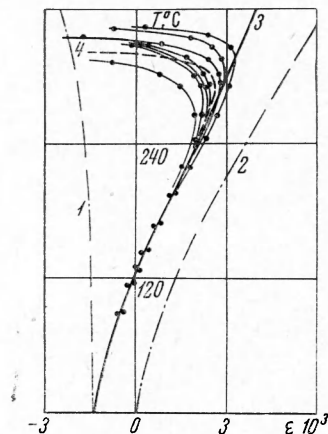
Эксперименты проводились при трех скоростях нагрева

$$\theta_1 = 1.66 \text{ град/сек}, \quad \theta_2 = 0.52 \text{ град/сек} \\ \theta_3 = 0.086 \text{ град/сек}$$

В процессе эксперимента регистрировалось осевое удлинение рабочей части образца.

Было проведено несколько экспериментов по определению температурных деформаций при разных скоростях нагрева. Установлено, что скорость прогрева в допустимых пределах на величину температурных деформаций не влияет. При больших скоростях прогрева, больших $\theta_1 = 1.66$, наблюдалось отставание величин деформаций от значений, соответствующих той же температуре, но при меньших скоростях прогрева. Последнее обстоятельство, по-видимому, связано с тем, что образец не успевает прогреваться равномерно.

Как отмечалось выше, материал Д16Т при высоких температурах подвержен старению. Все эксперименты при фиксированных температурах, из которых



Фиг. 3

были определены функции (1.5) и (1.6), проводились по программе: нагрев до заданной температуры, выдержка при этой температуре в течение 20 мин, программное нагружение. С целью сопоставления результатов и возможности использования зависимостей (1.5), (1.6), эксперименты при возрастающих температурах проводились по следующей программе: прогрев до 300°C и выдержка при этой температуре в течение 20 мин, затем остывание до комнатной температуры, нагружение фиксированной нагрузкой и включение запрограммированного прогрева. Эксперименты с тремя вышеназванными скоростями прогрева проводились при двух фиксированных напряжениях: $\sigma_1 = 8.1$ и $\sigma_2 = 10 \text{ кгс/мм}^2$.

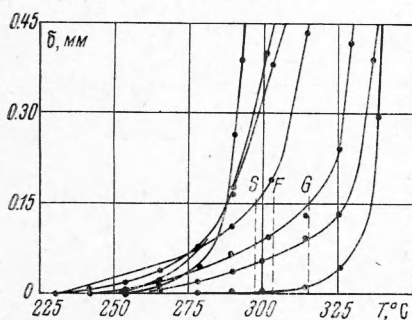
На фиг. 3 представлены результаты экспериментов при скорости прогрева $\theta = 0.52 \text{ град/сек}$ и напряжении $\sigma = 8.1 \text{ кгс/мм}^2$. Здесь цифрой 1 отмечена диаграмма упругой деформации $\epsilon_1 = \sigma / E(T)$, возрастающей вследствие уменьшения с температурой модуля упругости. Цифрой 2 отмечена диаграмма температурных деформаций $\epsilon_2 = \alpha T$. Сплошной линией 3 изображена сумма упругой и температурной деформаций.

Экспериментальные данные, представляющие собой сумму упругих, температурных деформаций и деформаций ползучести, изображены черными точками. Как и следовало ожидать, до температуры порядка 200°C экспериментальные точки сливаются со сплошной линией, указывая на отсутствие деформаций ползучести. В области более высоких температур экспериментальные точки отклоняются от сплошной линии на величину накопленной деформации ползучести. Пунктирной линией, отмеченной цифрой 4, показаны расчетные значения деформаций ползучести p , полученные из (1.7) при заданном режиме прогрева и фиксированном напряжении. Расчет уравнения (1.7) проводился численно по формуле Симпсона. Из графика видно, что расчетные значения в целом проходят через область экспериментальных данных.

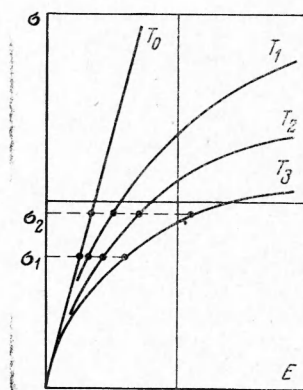
С целью сравнения несколько экспериментов было проведено без предварительного прогрева и двадцатиминутной выдержки и несколько экспериментов с прогревом до 300°C и выдержкой 30 мин. Экспериментальные точки первых из них были значительно выше расчетных значений, вторые же, наоборот, — ниже расчетных. Это обстоятельство, указывающее на заметное влияние процессов старения материала, связанных с длительностью пребывания его при высокой температуре, существенно затрудняет количественный анализ в оценке ползучести при нестационарных режимах, внося дополнительные погрешности, что не могло не сказаться на разбросе экспериментальных данных. Учитывая это замечание, в целом можно сказать, что зависимость (1.7) позволяет описать процесс ползучести при нестационарных температурных режимах и может быть использована для дальнейшего анализа.

§ 2. Эксперименты на устойчивость проводились на круглых образцах длиной 120 мм и диаметром 7 мм. Образцы предварительно прогревались до 300° С и выдерживались в течение 20 мин. После остывания до комнатной температуры проводилась проверка правильности геометрических форм образца. Условия шарнирного опирания, методика замера прогибов и определений критического времени описана в [1], режим прогрева был тот же, что описан выше.

Проведена большая серия экспериментов при скорости прогрева 0.52 град/сек и двух уровнях напряжений: $\sigma_2 = 10 \text{ кгс/мм}^2$ и $\sigma_1 = 8.1 \text{ кгс/мм}^2$. На фиг. 4 представлены результаты семи экспериментов при $\sigma_1 = 8.1 \text{ кгс/мм}^2$ в виде зависимости прогиба от температуры при заданной скорости роста последней. Аналогичный вид имеет график и при напряжении $\sigma_2 = 10 \text{ кгс/мм}^2$.



Фиг. 4



Фиг. 5

Экспериментальные данные сравнивались с расчетными результатами, полученными из тех же критериев, применяемых к оценке критического напряжения и срока службы тонкостенных стержней в условиях ползучести, которые были рассмотрены в [1] для случая фиксированной температуры и возрастающих нагрузок.

Согласно [3], предполагается, что прямой стержень начнет изгибаться после бесконечно малого бокового возмущения, когда удовлетворяется соотношение

$$\sigma = \pi^2 E_{\tau} / \lambda^2 \tag{2.1}$$

где λ — гибкость и E_{τ} — касательный модуль к «изохронной» кривой $\sigma - \epsilon$, где в качестве параметра семейства выступает время. В рассматриваемом здесь случае в качестве параметра семейства будет выступать температура, достигнутая с некоторой постоянной скоростью прогрева. Нетрудно показать, что этот случай по существу совпадает с методом «изохронных» кривых. Действительно, рассмотрим плоскость $\sigma - \epsilon$. Пусть образец нагружен до некоторого напряжения σ_1 при комнатной температуре и затем начинает прогреваться с постоянной скоростью. С ростом температуры начинает расти деформация, состоящая из трех компонент: а) упругой, увеличивающейся вследствие уменьшения с температурой модуля упругости; б) деформации ползучести, в) температурных деформаций. Вычитая последнюю, как не зависящую от уровня напряжений, величину первых двух можно измерить для любого уровня температуры и нанести на график. Проделав то же для всех уровней напряжений и соединив точки, соответствующие одним и тем же уровням температур, получим семейство «изотемпературных» кривых $\sigma - \epsilon$ (фиг. 5). Так как процесс прогрева при всех уровнях напряжений шел с одной и той же скоростью: $dT/dt = \theta$ и $T_n = \theta t_n$, «изотемпературные» кривые с точностью до множителя совпадают с «изохронными» кривыми.

Таким образом, постановка задачи устойчивости, рассмотренная в [3], без существенных изменений приложима и здесь. В данном случае, подставляя в выражение

$$1 / E_{\tau} = d\epsilon / d\sigma$$

значение ϵ из (1.1) с учетом (1.7) и считая, что напряжения не выходят за предел упругости, получим

$$\frac{1}{E_{\tau}} = \frac{1}{E(T)} + \frac{\partial}{\partial \sigma} \int_0^t K(T) e^{\int_0^t \sigma dt} dt \tag{2.2}$$

где $E(T)$ — упругий модуль, меняющийся с температурой. Из (2.2) и (2.1) получим уравнение, из которого определяется время, а следовательно, и температура, соот-

ветствующая моменту потери устойчивости стержня

$$\frac{\pi^2}{\lambda^2 \sigma} = \frac{1}{E(T)} + \int_0^t K(T) \beta(T) \exp[\beta(T) \sigma] dt \quad (2.3)$$

Для случая $\sigma = 8.1 \text{ кгс/мм}^2$ и скорости прогрева $\theta = 0.52 \text{ град/сек}$ численным интегрированием найдена температура потери устойчивости $T = 297^\circ \text{C}$. Этот момент обозначен на фиг. 4 вертикальной линией, отмеченной индексом S .

Если боковое возмущение приложено быстро, так что при изгибе стержня внешние «волокна» несколько разгружаются, в выражении (2.1) касательный модуль E_c заменяется эффективным модулем E^* . Проведя расчет по упрощенной схеме путем замены реального сечения стержня идеальным двутавром и оценке эффективного модуля для середины стержня, имеющего в данном случае вид

$$E^* = 2 E(T) E_c / (E(T) + E_c) \quad (2.4)$$

получим после подстановки в (2.1) и несложных преобразований уравнение

$$\frac{\pi^2}{\lambda^2 \sigma} = \frac{1}{E(T)} + \frac{1}{2} \int_0^t K(T) \beta(T) \exp[\beta(T) \sigma] dt \quad (2.5)$$

из которого найдем температуру, соответствующую моменту потери устойчивости. Численный расчет при тех же условиях дает значение температуры $T_2 = 303^\circ \text{C}$, отмеченное на фиг. 4 индексом F .

Применяя критерий, базирующийся на том, что общая деформация, при которой прямой стержень начнет изгибаться в процессе ползучести, должна быть такой же, как и деформация, при которой стержень выпучивался бы без ползучести [4], получим

$$\epsilon_* = \epsilon + p = \pi^2 / \lambda^2 \quad (2.6)$$

Температурные деформации, как не зависящие от силовых факторов, в расчет не принимаются. Подставляя в (2.6) выражения деформаций, получим уравнение

$$\frac{\pi^2}{\lambda^2} = \frac{\sigma}{E(T)} + \int_0^t K(T) \exp[\beta(T) \sigma] dt \quad (2.7)$$

из которого определяется температура, соответствующая моменту потери устойчивости стержня. Численный расчет уравнения (2.7) при тех же условиях дает $T_3 = 313^\circ \text{C}$, отмеченную на фиг. 4 вертикальной линией с индексом G .

Из приведенных данных можно заключить, что в целом все вышеназванные методы, несколько завышая, отражают истинную картину процесса потери устойчивости стержня при фиксированной нагрузке и возрастающей температуре. Более хорошее совпадение дает метод касательного модуля.

Поступила 10 IV 1967

ЛИТЕРАТУРА

1. Соснин О. В., Торшенин Н. Г. Сжатие и выпучивание стержней при монотонно возрастающей нагрузке в условиях ползучести ПМТФ, 1967, № 5.
2. Carlson R. L., Bodine E. G. An experimental study of compressive creep. Behaviour of elevated temperatures. Proc. ASTM, 1957, vol 57.
3. Шенли Ф. Р. Анализ веса и прочности самолетных конструкций, Оборонгиз, 1957.
4. Gerard G. A creep buckling hypothesis. J. Aeronaut. Sci., 1952, vol. 19, No. 10.