

λ — длина волны, т. е. при $d \ll \lambda$ влияние магнитного поля на деформацию будет сказываться при гораздо меньших H . Кроме того, можно напылить проводящий слой на пленку из материалов с малым модулем Юнга (например, резина, полиэтилен и т. д.), для которых рассматриваемые эффекты появляются при магнитных полях порядка нескольких эрстед.

Поступила 11 VI 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория упругости. М., «Наука», 1965.
2. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. М., Физматгиз, 1959.

УДК 534.22

РАССЕЯНИЕ И ДИСПЕРСИЯ СКОРОСТИ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ВОЛН В ПОЛИКРИСТАЛЛАХ ОРТОРОМБИЧЕСКОЙ СИММЕТРИИ

А. А. Усов, А. Г. Фокин, Т. Д. Шермергор

(Москва)

Методом перенормировки уравнений движения вычислены коэффициенты рассеяния и скорости распространения продольных и поперечных ультразвуковых волн в поликристаллах орторомбической и более высокой симметрии. Полученные формулы сравниваются с известными асимптотическими выражениями для длинных и коротких волн. Численный расчет, выполненный для алюминия, показывает, что при $qa \sim 1$ (q — волновое число, a — масштаб корреляций) показатель степени, определяющий частотную зависимость коэффициента рассеяния для поперечных волн, монотонно убывает от 4 до 2, а для продольных волн эта зависимость немонотонная — показатель степени убывает от 4 до 1, после чего возрастает до 2. В рэлеевской области ($q_1 a < 1$) коэффициент рассеяния продольных волн возрастает со степенью меньше 4.

Рассеянию ультразвука на зернах неоднородности поликристаллов посвящено значительное количество работ, обзор которых дан в [1]. Сложность расчета приводит к тому, что обычно ограничиваются рассмотрением лишь длинноволновой и коротковолновой асимптотик, а область, для которой длина волны порядка средних размеров зерен, остается неисследованной. Цель данной работы — рассчитать скорость распространения ультразвуковых волн и коэффициента их рассеяния во всей области длин волн.

1. Будем считать, что симметрия поликристалла не ниже орторомбической, и проведем расчет в корреляционном приближении, предложенном в [2]. Методика расчета изложена в [2, 3], где показано, что для нахождения скорости и коэффициента рассеяния необходимо вычислить интеграл

$$(1.1) \quad I_{pqrs} = \int G_{pr}(\mathbf{r}, \omega) [\varphi(\mathbf{r}) \cos \mathbf{qr}]_{,qs} dV,$$

где G_{pr} — тензор Грина волнового уравнения для среды с осредненными свойствами; $\varphi(\mathbf{r})$ — координатная зависимость бинарной корреляционной

функции тензоров упругости, которая для поликристаллов принимается в виде $\varphi(\mathbf{r}) = \exp(-\mathbf{r}/a)$; \mathbf{q} — волновой вектор; a — масштаб корреляций, индексы, стоящие после запятой, означают дифференцирование по соответствующей координате.

Для вычисления интеграла (1.1) сделаем замену переменных $\mathbf{q} = q\mathbf{l}$, $q\mathbf{r} = \xi \equiv \xi\mathbf{n}$ и выразим частоту через волновое число при помощи соотношения $q = \omega/c$, где c — фазовая скорость в среде с осредненными свойствами. Тогда интеграл I_{pqrs} может быть представлен в виде

$$(1.2) \quad I_{pqrs} \int [n_{pr}g + \delta_{pr}h] \xi (\partial^2/\partial\xi_q \partial\xi_s) (e^{-\xi s} \cos \xi \mathbf{l}) d\xi d\Omega_n;$$

$$(1.3) \quad n_{pq\dots r} \equiv n_p n_q \dots n_r, \quad s \equiv 1/qa, \quad d\Omega_n \equiv d\xi/\xi^2 d\xi,$$

где явный вид функций g и h приведен, например, в [2]. Выражение (1.2) справедливо для продольных и поперечных волн. В первом случае все величины должны быть выражены через q_l, c_l, ξ_l, s_l , а во втором — через q_t, c_t, ξ_t, s_t . Скорости c_l и c_t определяются в [3]. Функции g и h для продольных и поперечных волн соответственно равны

$$(1.4) \quad 4\pi\rho [c^2\xi^2 g(\xi, c, \kappa)]_{(l)} = [(\xi^2 - 3 - 3i\xi)e^{-i\xi} - (\kappa^2\xi^2 - 3 - 3i\kappa\xi)e^{-i\kappa\xi}]_{(l)},$$

$$4\pi\rho [c^2\xi^2 h(\xi, c, \kappa)]_{(l)} = [(i\xi + 1)e^{-i\xi} + (\kappa^2\xi^2 - 1 - i\kappa\xi)e^{-i\kappa\xi}]_{(l)};$$

$$(1.5) \quad 4\pi\rho [c^2\xi^2 g(\xi, c, \kappa)]_{(t)} = [(3 - \xi^2 + 3i\xi)e^{-i\xi} + (\kappa^2\xi^2 - 3 - 3i\kappa\xi)e^{-i\kappa\xi}]_{(t)},$$

$$4\pi\rho [c^2\xi^2 h(\xi, c, \kappa)]_{(t)} = [(\xi^2 - 1 - i\xi)e^{-i\xi} + (i\kappa\xi + 1)e^{-i\kappa\xi}]_{(t)},$$

где индекс l , заключенный в скобки, означает, что величины ξ, c, κ, g, h должны быть заменены на $\xi_l, c_l, \kappa_l, g_l, h_l$ и аналогично для t

$$(1.6) \quad \kappa_l = c_l/c_t, \quad \kappa_t \equiv c_t/c_l.$$

Сравнивая выражения (1.4), (1.5), находим, что функции g_t, g_l и h_t, h_l связаны соотношениями

$$(1.7) \quad g_t(\xi_t, c_t, \kappa_t) = -g_l(\xi_t, c_t, \kappa_t);$$

$$h_t(\xi_t, c_t, \kappa_t) = -h_l(\xi_t, c_t, \kappa_t) + [(1/4\pi\rho c^2)(e^{-i\xi} + \kappa^2 e^{-i\kappa\xi})]_{(t)},$$

которые позволяют вычислить интеграл (1.2) для случая поперечных волн по его значению для продольных волн.

Выполняя дифференцирование под знаком интеграла (1.2) и проводя интегрирование по углам, получим

$$(1.8) \quad I_{pqrs} = \int g(\xi, c, \kappa) e^{-\xi s} \{s[-\delta_{sq}J_{pr} + (1 + \xi s)J_{pqrs} +$$

$$+ l_q \xi J_{prs} + l_s \xi J_{prq}] - l_{sq} \xi J_{pr}\} d\xi + \int h(\xi, c, \kappa) e^{-\xi s} \times$$

$$\times \{s[-\delta_{pr} \delta_{sq} J + (1 + \xi s) \delta_{pr} J_{sq} + l_q \xi \delta_{pr} J_s + l_s \xi \delta_{pr} J'_q] -$$

$$- l_{sq} \xi \delta_{pr} J\} d\xi;$$

$$(1.9) \quad J_{pqrs} = \int n_{pqrs} \cos \xi \mathbf{l} d\Omega_n = (4\pi/\xi^3) \{l_{pqrs} (\xi^4 \sin \xi +$$

$$+ 10\xi^3 \cos \xi - 45\xi^2 \sin \xi - 105\xi \cos \xi + 105 \sin \xi) + \psi_{pqrs} (-\xi^3 \cos \xi +$$

$$+ 6\xi^2 \sin \xi + 15\xi \cos \xi - 15 \sin \xi) + \delta_{pqrs} (-\xi^2 \sin \xi - 3\xi \cos \xi + 3 \sin \xi)\};$$

$$J_{pr} = J_{pqrs} = (4\pi/\xi^3) \{l_{pr} (\xi^2 \sin \xi + 3\xi \cos \xi - 3 \sin \xi) +$$

$$+ \delta_{pr} (\sin \xi - \xi \cos \xi)\}; \quad J = J_{pp} = (4\pi/\xi) \sin \xi;$$

$$J_{prs} = \int n_{prs} \sin \xi d\Omega_n = (4\pi/\xi^4) [l_{prs} (-\xi^3 \cos \xi + 6\xi^2 \sin \xi + 15\xi \cos \xi - 15 \sin \xi) - (l_p \delta_{rs} + l_r \delta_{ps} + \delta_{pr} l_s)(\xi^2 \sin \xi + 3\xi \cos \xi - 3 \sin \xi)];$$

$$J'_s = J_{pps} = (4\pi/\xi^2) l_s (\sin \xi - \xi \cos \xi);$$

$$l_{pq\dots r} = l_p l_q \dots l_r; \quad \delta_{pqrs} = \delta_{pq} \delta_{rs} + \delta_{pr} \delta_{qs} + \delta_{ps} \delta_{qr};$$

$$\Psi_{pqrs} = l_{pq} \delta_{rs} + l_{pr} \delta_{qs} + l_{ps} \delta_{qr} + l_{qr} \delta_{ps} + l_{qs} \delta_{pr} + l_{rs} \delta_{pq}.$$

Проведем теперь интегрирование выражения (1.8) по ξ . Для этого воспользуемся формулами (1.9), а также (1.4) или (1.5) в зависимости от того, ведется вычисление для продольных или поперечных волн. Подстановка приводит к интегралам

$$(1.10) \quad J_{ns} = \int_0^\infty e^{-\beta\xi} \xi^{-n} \sin \xi d\xi; \quad J_{nc} = \int_0^\infty e^{-\beta\xi} \xi^{-n} \cos \xi d\xi;$$

$$j_{ns} = \int_0^\infty e^{-\alpha\xi} \xi^{-n} \sin \xi d\xi; \quad j_{nc} = \int_0^\infty e^{-\alpha\xi} \xi^{-n} \cos \xi d\xi,$$

где

$$(1.11) \quad \alpha = s + i; \quad \beta = s + i\kappa.$$

Вычисления дают

$$(1.12) \quad J_{0s} = 1/(1 + \beta^2); \quad J_{0c} = \beta/(1 + \beta^2); \quad J_{1s} = J_s = \text{arctg}(1/\beta);$$

$$J_{1c} = J_c;$$

$$J_{2s} = 1 + J_c - \beta J_s; \quad J_{2c} = \delta - \beta - J_s - \beta J_c;$$

$$J_{3s} = (1/2)[2\delta - 3\beta - 2\beta J_c + J_s(\beta^2 - 1)];$$

$$J_{3c} = (1/4)[2\delta^2 - 4\delta\beta + 3\beta^2 - 3 + 2J_c(\beta^2 - 1) + 4\beta J_s];$$

$$J_{4s} = (1/36)[18\delta^2 - 36\delta\beta + 33\beta^2 - 11 + 6J_c(3\beta^2 - 1 + 6\beta J_s(3 - \beta^2))];$$

$$J_{4c} = (1/36)[12\delta^3 - 18\delta^2\beta + 18\delta(\beta^2 - 1) + 33\beta - 11\beta^3 + 6\beta J_c(3 - \beta^2) + 6J_s(1 - 3\beta^2)];$$

$$J_{5s} = (1/72)[24\delta^3 - 36\delta^2\beta + 12\delta(3\beta^2 - 1) + 25\beta - 25\beta^3 + 12\beta J_c \times \\ \times (1 - \beta^2) + 3J_s(1 - 6\beta^2 + \beta^4)];$$

$$J_{5c} = (1/288)[72\delta^4 - 96\delta^3\beta + 72\delta^2(\beta^2 - 1) + 48\delta\beta(3 - \beta^2) + \\ + 25 - 150\beta^2 + 25\beta^4 + 12J_c(\beta^4 - 6\beta^2 + 1) + \\ + 48\beta J_s(\beta^2 - 1)];$$

$$J_{6s} = (1/7200)[1800\delta^4 - 2400\delta^3\beta + 600\delta^2(3\beta^2 - 1) + \\ + 1200\beta\delta(1 - \beta^2) + 685\beta^4 - 1370\beta^2 + 137 + 60J_c(5\beta^4 - 10\beta^2 + 1) + \\ + 60\beta J_s(-5 + 10\beta^2 - \beta^4)];$$

$$J_{6c} = (1/7200)[1440\delta^5 - 1800\delta^4\beta + 1200\delta^3(\beta^2 - 1) + \\ + 600\delta^2\beta(3 - \beta^2) + 300\delta(\beta^4 - 6\beta^2 + 1) - 685\beta + 1370\beta^3 - \\ - 137\beta^5 + 60\beta J_c(-\beta^4 + 10\beta^2 - 5) + 60J_s(-1 + 10\beta^2 - 5\beta^4)];$$

$$J_{7s} = (1/21600)[4320\delta^5 - 5400\delta^4\beta + 1200\delta^3(3\beta^2 - 1) + \\ + 1800\delta^2\beta(1 - \beta^2) + 180\delta(5\beta^4 - 10\beta^2 + 1) - 441\beta +$$

$$+ 1470\beta^3 - 441\beta^5 + 60\beta J_c(-3\beta^4 + 10\beta^2 - 3) + \\ + 30J_s(-1 + 15\beta^2 - 15\beta^4 + \beta^6)].$$

Здесь $1/\delta$ — бесконечно малая величина, которая введена в интеграл (1.10) вместо нижнего предела. Интегралы с параметром α могут быть получены отсюда путем формальной замены β на α . Формулы (1.12) вычислялись интегрированием по частям, после чего функции $e^{-\beta/\delta}$, $\sin(1/\delta)$ и $\cos(1/\delta)$ разлагались в ряд.

2. Рассмотрим продольные волны. Для этого случая величины $c, q, s, \kappa, \beta, \alpha$ и др. должны быть снабжены индексом l (исключение составляют лишь ρ, ω и a). Однако в целях упрощения записи индекс будет опущен. Используя интегралы (1.12) и выражения (1.4), (1.9), из формул (1.8) получим

$$(2.1) \quad I_{pqrs} = l_{pqrs}F_1 + \psi_{pqrs}F_2 + \delta_{pqrs}F_3 + \delta_{pr}l_{qs}F_4 + \delta_{pr}\delta_{qs}F_5;$$

$$(2.2) \quad \rho c^2 F_n \equiv R_n(\beta, \kappa) - S_n(\alpha) + Q_n(\alpha, \beta, \kappa),$$

где функции $R_n(\beta, \kappa)$ определяются равенствами

$$(2.3) \quad 8R_1(\beta, \kappa) = s^2[23\beta^2 + 21\beta^4 - 3\beta J_s(3 + 10\beta^2 + 7\beta^4)] + \\ + (1/2)s[(233/5)\beta + (142/3)\beta^3 - 7\beta^5 - J_s(11 + 63\beta^2 + 45\beta^4 - 7\beta^6)] + \\ + 12[\beta^2 - \beta J_s(1 + \beta^2)] + i\kappa s^2[-55\beta - 105\beta^3 + 3J_s(3 + 30\beta^2 + 35\beta^4)] + \\ + i\kappa s[-114/5 - 97\beta^2 + 21\beta^4 + 3\beta J_s(21 + 30\beta^2 - 7\beta^4)] + 12i\kappa[-3\beta + J_s(1 + \\ + 3\beta^2)] - 4\kappa^2 s^2[2/(1 + \beta^2) + 10/3 + 35\beta^2 - 5\beta J_s(3 + 7\beta^2)] - \kappa^2 s[- \\ - 16\beta/(1 + \beta^2) + (305/3)\beta - 35\beta^3 - J_s(21 + 90\beta^2 - 35\beta^4)] - 8\kappa^2 \times \\ \times [-1/(1 + \beta^2) + 3 - 3\beta J_s]; \\ 8R_2(\beta, \kappa) = s^2[-5\beta^2 - 3\beta^4 + 3\beta J_s(1 + 2\beta^2 + \beta^4)] + (1/2)s[-(39/5)\beta - \\ - (10/3)\beta^3 + \beta^5 + J_s(5 + 9\beta^2 + 3\beta^4 - \beta^6)] + i\kappa s^2[13\beta + 15\beta^3 - \\ - 3J_s(1 + 6\beta^2 + 5\beta^4)] + i\kappa s[32/5 + 7\beta^2 - 3\beta^4 - 3\beta J_s(3 + 2\beta^2 - \\ - \beta^4)] + 4\kappa^2 s^2[4/3 + 5\beta^2 - \beta J_s(3 + 5\beta^2)] + \kappa^2 s[(23/3)\beta - 5\beta^3 - \\ - J_s(3 + 6\beta^2 - 5\beta^4)]; \\ 40R_3(\beta, \kappa) = s^2[9\beta^2 + 3\beta^4 + 8J_c - \beta J_s(15 + 10\beta^2 + 3\beta^4)] + \\ + (1/2)s[-(443/15)\beta - (14/3)\beta^3 - \beta^5 - 16\beta J_c + J_s(-5 + 15\beta^2 + 5\beta^4 + \\ + \beta^6)] + 5i\kappa s^2[-3\beta^3 - 5\beta + 3J_s(1 + 2\beta^2 + \beta^4)] + i\kappa s[184/15 + 9\beta^2 + \\ + 3\beta^4 + 8J_c - J_s\beta(15 + 10\beta^2 + 3\beta^4)] - 20\kappa^2 s^2[2/3 + \beta^2 - \beta J_s(1 + \beta^2)] - \\ - 5\kappa^2 s[-\beta^3 - (5/3)\beta + J_s(1 + 2\beta^2 + \beta^4)]; \\ 2R_4(\beta, \kappa) = s^2[\beta^2 - \beta J_s(1 + \beta^2)] + s[(1/3)\beta - \beta^3 + J_s(\beta^4 - 1)] + \\ + [-\beta^2 + J_s\beta(1 + \beta^2)] + i\kappa s^2[-3\beta + J_s(1 + 3\beta^2)] - 4i\kappa s[1/3 - \\ - \beta^2 + \beta^3 J_s] - i\kappa[-3\beta + J_s(3\beta^2 + 1)]; \\ 6R_5(\beta, \kappa) = s^2[-\beta^2 - 2J_c + \beta J_s(3 + \beta^2)] + s[(14/3)\beta + \\ + \beta^3 + 2\beta J_c - \beta^2 J_s(3 + \beta^2)] - 3i\kappa s^2[-\beta + J_s(1 + \beta^2)] - 2i\kappa s[7/3 + \\ + 2\beta^2 + J_s - J_s\beta(3 + 2\beta^2)].$$

Соответствующие выражения для $S_n(\alpha)$ получаются из $R_n(\beta, \kappa)$, если в формулах (2.3) выполнить замены $\beta \rightarrow \alpha, \kappa \rightarrow 1, J_s \rightarrow j_s$ и $J_c \rightarrow j_c$.

Величины $Q_n(\alpha, \beta, \kappa)$ выражены в виде

$$(2.4) \quad Q_1 = Q_2 = Q_3 = 0, \quad Q_4 = \kappa^2 s^2 [1/(1 + \beta^2) - 3 + 3\beta J_s] + \\ + \kappa^2 s [-2\beta/(1 + \beta^2) + 3\beta + J_s(1 - 3\beta^2)] + \kappa^2 [\beta^2/(1 + \beta^2) - \beta J_s] + \\ + (1/2)s[-3\alpha + j_s(1 + 3\alpha^2)] + [-1 + \alpha j_s]; \\ Q_5 = \kappa^2 s^2 [1 - \beta J_s] + \kappa^2 s [-\beta + \beta^2 J_s] + (1/2)s[\alpha - j_s(1 + \alpha^2)].$$

Переменные α и β комплексные. Их действительная и мнимая части определяются соотношениями (1.11). Воспользовавшись этим, перейдем к переменным s и κ и разделим действительную и мнимую части в функциях J_s и j_s

$$(2.5) \quad J_s = (1/2)\text{arctg}[2s/(s^2 + \kappa^2 - 1)] + \\ + i(1/4)\ln\{[s^2 + (\kappa - 1)^2]/[s^4 + 2(\kappa^2 + 1)s^2 + (\kappa^2 - 1)^2]\}; \\ j_s = (1/2)\text{arctg}(2/s) - i(1/4)\ln(1 + 4/s^2).$$

Подставим теперь (1.11), (2.5) в (2.2)–(2.4). Это позволяет разделить действительную и мнимую части функций F_n

$$(2.6) \quad F_n = a_n + ib_n, \quad \vdots$$

где коэффициенты a_n и b_n определяются соотношениями

$$(2.7) \quad \rho c^2 a_1 = (5/16)[14(\kappa^2 - 1)s^4 + (-23 + 16\kappa^2 + 7\kappa^4)s^2] - \\ - (s^2 + 5)/(s^2 + 4) + P_1 - P_2 P_3 + P_4 P_5; \\ \rho c^2 a_2 = (1/16)[10(1 - \kappa^2)s^4 + (13 - 8\kappa^2 - 5\kappa^4)s^2] + P_2 P_6 - P_4 P_7; \\ \rho c^2 a_3 = (1/16)[2(\kappa^2 - 1)s^4 + (\kappa^4 - 1)s^2] - P_2 P_8 + P_4 P_9; \\ \rho c^2 a_4 = -1,5\kappa^2 s^2 - P_1 + P_2 P_{10}; \quad \rho c^2 a_5 = 0,5\kappa^2 s^2 - P_2 P_{11}; \\ \rho c^2 b_1 = (5/48)[-21P_0 + (76 - 21\kappa - 34\kappa^3 - 21\kappa^5)s] - P_{12} + \\ + 2/s(s^2 + 4) - P_{13} P_3 - P_{14} P_5; \\ \rho c^2 b_2 = (1/48)[15P_0 + (-44 + 15\kappa + 14\kappa^3 + 15\kappa^5)s] + P_{13} P_6 + P_{14} P_7; \\ \rho c^2 b_3 = (1/48)[-3P_0 + (4 - 3\kappa + 2\kappa^3 - 3\kappa^5)s] - P_{13} P_8 - P_{14} P_9; \\ \rho c^2 b_4 = 1,5\kappa^3 s + P_{12} + P_{13} P_{10}; \quad \rho c^2 b_5 = -0,5\kappa^3 s - P_{13} P_{11}.$$

Величины P_n имеют вид

$$(2.8) \quad P_0 = (\kappa - 1)s^5 + 2(-2 + \kappa + \kappa^3)s^3; \\ P_1 = \{\kappa^2[s^4 + (2 + 3\kappa^2)s^2 + (1 - \kappa^2)]/[s^4 + 2(\kappa^2 + 1)s^2 + (\kappa^2 - 1)^2]\}; \\ P_2 = (1/2)\text{arctg}[2s/(s^2 + \kappa^2 - 1)]; \quad P_3 = (5/16)[7s^7 + \\ + 24(1 + \kappa^2)s^5 + 3(7 + 10\kappa^2 + 7\kappa^4)s^3 + (7 + 9\kappa^2 + 9\kappa^4 + 7\kappa^6)s]; \\ P_4 = (1/2)\text{arctg}(2/5); \quad P_5 = (5/16)[7s^7 + 42s^5 + 72s^3 + 32s]; \\ P_6 = (1/16)[5s^7 + 15(1 + \kappa^2)s^5 + 3(5 + 6\kappa^2 + 5\kappa^4)s^3 + (5 + 3\kappa^2 + \\ + 3\kappa^4 + 5\kappa^6)s]; \quad P_7 = (1/16)[5s^7 + 30s^5 + 48s^3 + 16s]; \quad P_8 = (1/16)[s^7 + \\ + 3(1 + \kappa^2)s^5 + (3 + 2\kappa^2 + 3\kappa^4)s^3 + (1 - \kappa^2 - \kappa^4 + \kappa^6)s]; \quad P_9 = \\ = (1/16)[s^7 + 6s^5 + 8s^3]; \quad P_{10} = 1,5 \kappa^2 s[s^2 + (\kappa^2 + 1)]; \quad P_{11} = \\ = 0,5\kappa^2 s[s^2 + (\kappa^2 + 1)]; \quad P_{12} = 2\kappa^3 s/[s^4 + 2(\kappa^2 + 1)s^2 + (\kappa^2 - 1)^2]; \\ P_{13} = (1/4)\ln\{[s^2 + (\kappa - 1)^2]/[s^4 + 2(\kappa^2 + 1)s^2 + (\kappa^2 - 1)^2]\}; \\ P_{14} = (1/4)\ln(1 + 4/s^2).$$

Из полученных результатов видно, что большие параметры δ^n и J_c , входящие в выражения (1.12), после соответствующих алгебраических преобразований, связанных с вычислением интеграла I_{pqrs} , взаимно уничтожаются, что избавляет от необходимости в конечных формулах проводить предельный переход $1/\delta \rightarrow 0$.

3. Вычислим интеграл (1.2) для поперечных волн. Для этого необходимо в выражения (1.8) подставить явные значения функций g и h , согласно (1.5), и интегралов J_{pqrs} и J_{pqr} , согласно (1.9). Другой более простой метод состоит в использовании соотношений (1.7)–(1.9), позволяющих воспользоваться конечными формулами (2.3), (2.4) для продольных волн.

Величины (рассчитываемые в этом пункте) a_n , b_n и др., а также переменные s , q , κ , s относятся к поперечным волнам и поэтому должны быть снабжены индексом t . Для простоты аналогично тому, как это было принято в п. 2, индекс t у всех этих величин будет опущен.

Интеграл I_{pqrs} по-прежнему определяется выражениями (2.1), (2.6), однако теперь коэффициенты a_n и b_n будут выражены в виде

$$\begin{aligned}
 (3.1) \quad \rho c^2 a_1 &= (5/16)[14(1 - \kappa^2)s^4 + (23 - 16\kappa^2 - 7\kappa^4)s^2] - \\
 &- \kappa^2[s^4 + (2 + 3\kappa^2)s^2 + (1 - \kappa^2)]/[s^4 + 2(\kappa^2 + 1)s^2 + (\kappa^2 - 1)^2] + \\
 &\quad + u_1 + u_2 u_3 - u_4 u_5; \\
 \rho c^2 a_2 &= (1/16)[10(\kappa^2 - 1)s^4 + (-13 + 8\kappa^2 + 5\kappa^4)s^2] - u_2 u_6 + u_4 u_7; \\
 \rho c^2 a_3 &= (1/16)[2(1 - \kappa^2)s^4 + (1 - \kappa^4)s^2] + u_2 u_8 - u_4 u_9; \\
 \rho c^2 a_4 &= -1,5s^2 - u_1 + u_4 u_{10}; \quad \rho c^2 a_5 = 0,5s^2 - u_4 u_{11}; \\
 \rho c^2 b_1 &= (5/48)[-21u_0 + (-76 + 21\kappa + 34\kappa^3 + 21\kappa^5)s + \\
 &+ 2\kappa^5 s/[s^4 + 2(\kappa^2 + 1)s^2 + (\kappa^2 - 1)^2] - u_{12} + u_{13} u_3 + u_{14} u_5; \\
 \rho c^2 b_2 &= (1/48)[15u_0 + (44 - 15\kappa - 14\kappa^3 - 15\kappa^5)s] - u_{13} u_6 - u_{14} u_7; \\
 \rho c^2 b_3 &= (1/48)[-3u_0 + (-4 + 3\kappa - 2\kappa^3 + 3\kappa^5)s] + u_{13} u_8 + u_{14} u_9; \\
 \rho c^2 b_4 &= 1,5s + u_{12} - u_{14} u_{10}; \quad \rho c^2 b_5 = -0,5s + u_{14} u_{11}.
 \end{aligned}$$

Здесь величины u_n имеют вид

$$\begin{aligned}
 (3.2) \quad u_0 &= (1 - \kappa)s^5 + 2(2 - \kappa - \kappa^3)s^3; \quad u_1 = (s^2 + 5)/(s^2 + 4); \\
 u_2 &= (1/2) \operatorname{arctg} [2s/(s^2 + \kappa^2 - 1)]; \\
 u_3 &= (5/16)[7s^7 + 21(1 + \kappa^2)s^5 + 3(7 + 10\kappa^2 + 7\kappa^4)s^3 + (7 + 9\kappa^2 + \\
 &\quad + 9\kappa^4 + 7\kappa^6)s]; \\
 u_4 &= (1/2) \operatorname{arctg} (2/s); \quad u_5 = (5/16)[7s^7 + 42s^5 + 72s^3 + 32s]; \quad u_6 = \\
 &= (1/16)[5s^7 + 15(1 + \kappa^2)s^5 + 3(5 + 6\kappa^2 + 5\kappa^4)s^3 + (5 + 3\kappa^2 + 3\kappa^4 + \\
 &\quad + 5\kappa^6)s]; \\
 u_7 &= (1/16)[5s^7 + 30s^5 + 48s^3 + 16s]; \quad u_8 = (1/16)[s^7 + 3(1 + \kappa^2)s^5 + \\
 &+ (3 + 2\kappa^2 + 3\kappa^4)s^3 + (1 - \kappa^2 - \kappa^4 + \kappa^6)s]; \quad u_9 = (1/16)[s^7 + 6s^5 + 8s^3]; \\
 u_{10} &= 1,5s(s^2 + 2); \quad u_{11} = 0,5s(s^2 + 2); \quad u_{12} = 2/s(s^2 + 4); \\
 u_{13} &= (1/4) \ln \{ [s^2 + (\kappa - 1)^2]^2 / [s^4 + 2(\kappa^2 + 1)s^2 + (\kappa^2 - 1)^2] \}; \\
 u_{14} &= (1/4) \ln (1 + 4/s^2).
 \end{aligned}$$

4. Для вычисления по известным интегралам I_{pqrs} коэффициентов рассеяния продольных и поперечных волн и скорости их распространения

воспользуемся соотношением [2]

$$C_{il} = A_{ikpq}^{rstm} I_{pqrs} l_{km}.$$

Подставляя сюда выражения (2.1), (2.6), получаем

$$C_{il} = (a_1 + ib_1) l_{kmnpqrs} A_{ikpq}^{rstm} + (a_2 + ib_2) (4l_{kmr} A_{ikpq}^{rstm} + 2l_{kmnpq} A_{ikpq}^{sstm}) + \\ + (a_3 + ib_3) (l_{km} A_{ikpp}^{sstm} + 2l_{km} A_{ikpq}^{pqlm}) + (a_4 + ib_4) l_{kmr} A_{ikpq}^{rplm} + \\ + (a_5 + ib_5) l_{km} A_{ikpq}^{pqlm}.$$

В зависимости от того, какие волны рассматриваются, величины a_n и b_n будут определяться формулами (2.7), (2.8) или (3.1), (3.2). Свертки тензора A_{ikpq}^{rstm} для орторомбической симметрии известны [3]. Подставляя их явное значение, получим

$$C_{il} = (\lambda^* + \mu^*) l_{il} + \mu^* \delta_{il}; \quad \lambda^* = \lambda_1 + i\lambda_2; \quad \mu^* = \mu_1 + i\mu_2; \\ (4.1) \quad \lambda_1 + \mu_1 = A_9 a_1 + 2(2A_5 + A_1) a_2 + (A_3 + 2A_7) a_3 + A_5 a_4 + A_7 a_5; \\ \lambda_2 + \mu_2 = A_9 b_1 + 2(2A_5 + A_1) b_2 + (A_3 + 2A_7) b_3 + A_5 b_4 + A_7 b_5; \\ \mu_1 = A_{10} a_1 + 2(2A_6 + A_2) a_2 + (A_4 + 2A_8) a_3 + A_6 a_4 + A_8 a_5; \\ \mu_2 = A_{10} b_1 + 2(2A_6 + A_2) b_2 + (A_4 + 2A_8) b_3 + A_6 b_4 + A_8 b_5.$$

Коэффициенты рассеяния волн и их скорости находятся из соотношений, аналогичных приведенным в [2, 3],

$$(4.2) \quad \gamma_t(s_t) = \frac{\mu_2^t(s_t)}{2\rho a_s c_t^2}; \quad \gamma_l(s_l) = \frac{\lambda_2^l(s_l) + 2\mu_2^l(s_l)}{2\rho a_s c_l^2};$$

$$v_t(s_t) = c_t + \Delta c_t; \quad v_l(s_l) = c_l + \Delta c_l; \quad 2\rho c_t \Delta c_t \equiv \mu_1^t(s_t) - s_t \frac{d\mu_1^t(s_t)}{ds_t};$$

$$2\rho c_l \Delta c_l \equiv \lambda_1^l(s_l) + 2\mu_1^l(s_l) - s_l \frac{d}{ds_l} [\lambda_1^l(s_l) + 2\mu_1^l(s_l)].$$

Подставляя сюда λ_i и μ_i из (4.1), находим

$$(4.3) \quad \mu_2^t(s_t) = H_1 b_1^t(s_t) + H_2 b_2^t(s_t) + H_3 b_3^t(s_t) + H_4 b_4^t(s_t) + H_5 b_5^t(s_t); \\ \lambda_2^l(s_l) + 2\mu_2^l(s_l) = H_6 b_1^l(s_l) + H_7 b_2^l(s_l) + H_8 b_3^l(s_l) + H_9 b_4^l(s_l) + H_{10} b_5^l(s_l); \\ 2\rho c_t \Delta c_t = H_1 \left[a_1^t(s_t) - s_t \frac{da_1^t(s_t)}{ds_t} \right] + H_2 \left[a_2^t(s_t) - s_t \frac{da_2^t(s_t)}{ds_t} \right] + \\ + H_3 \left[a_3^t(s_t) - s_t \frac{da_3^t(s_t)}{ds_t} \right] + H_4 \left[a_4^t(s_t) - s_t \frac{da_4^t(s_t)}{ds_t} \right] + \\ + H_5 \left[a_5^t(s_t) - s_t \frac{da_5^t(s_t)}{ds_t} \right]; \\ 2\rho c_l \Delta c_l = H_6 \left[a_1^l(s_l) - s_l \frac{da_1^l(s_l)}{ds_l} \right] + H_7 \left[a_2^l(s_l) - s_l \frac{da_2^l(s_l)}{ds_l} \right] + \\ + H_8 \left[a_3^l(s_l) - s_l \frac{da_3^l(s_l)}{ds_l} \right] + H_9 \left[a_4^l(s_l) - s_l \frac{da_4^l(s_l)}{ds_l} \right] + \\ + H_{10} \left[a_5^l(s_l) - s_l \frac{da_5^l(s_l)}{ds_l} \right].$$

Здесь введены обозначения:

$$\begin{aligned}
 (4.4) \quad H_1 &= A_{10} = B_{13}; \quad H_2 = 2(2A_6 + A_2) = (2/3)(B_7 + 3B_3); \\
 H_3 &= A_4 + 2A_8 = 3B_3; \quad H_4 = A_5 = B_{14}; \quad H_5 = A_8 = (3/5)(2B_4 + B_3); \\
 &\quad H_6 = A_9 + A_{10} = B_9; \\
 H_7 &= 2(2A_5 + 2A_6 + A_1 + A_2) = (4/9)(9B_{11} - 24B_{14} + 4B_7 + 12B_3); \\
 H_8 &= A_3 + A_4 + 2A_7 + 2A_8 = 3B_1; \quad H_9 = A_5 + A_6 = B_{11}; \\
 H_{10} &= A_7 + A_8 = (1/10)(15B_1 - 12B_3 + 16B_4),
 \end{aligned}$$

где коэффициенты A_n и B_n выражаются через двухиндексные постоянные упругости при помощи соотношений, приведенных в [3]. Из полученных формул видно, что для вычисления коэффициента рассеяния продольных волн γ_l необходимо воспользоваться второй из формул (4.2), в которой числитель выражается через известные коэффициенты B_n при помощи второй из формул (4.3) и соотношений (4.4) и через функции b_n при помощи равенств (2.7), (2.8). При переходе от параметра s к волновому числу q необходимо воспользоваться соотношением $s_l = 1/q_1 a$, вытекающим из (1.3). Величина κ_l находится при помощи первой формулы (1.6). Аналогично коэффициент рассеяния поперечных волн γ_l вычисляется при помощи формул (4.2)–(4.4), (3.1), (3.2), (1.3) и последней формулы (1.6).

5. Для вычисления зависимости скорости распространения продольных волн от частоты воспользуемся четвертой из формул (4.2) и (4.3). Соотношения (2.7), (2.8) позволяют получить следующие выражения:

$$\begin{aligned}
 (5.1) \quad \rho c^2(a_1 - sda_1/ds) &= (5/16)[42(1 - \kappa^2)s^4 + (23 - 16\kappa^2 - 7\kappa^4)s^2] + \\
 &+ (15/8)P_2s^3[7s^4 + 14(1 + \kappa^2)s^2 + (7 + 10\kappa^2 + 7\kappa^4)] - (15/8)P_4s^3(7s^4 + \\
 &+ 28s^2 + 24) - (s^4 + 11s^2 + 20)/(s^2 + 4)^2 + P_{15} - P_{16}P_3 + P_{17}P_5; \\
 \rho c^2(a_2 - sda_2/ds) &= (1/16)[30(\kappa^2 - 1)s^4 + (-13 + 8\kappa^2 + 5\kappa^4)s^2] - \\
 &- (3/8)P_2s^3[5s^4 + 10(1 + \kappa^2)s^2 + (5 + 6\kappa^2 + 5\kappa^4)] + (3/8)P_4s^3(5s^4 + \\
 &+ 20s^2 + 16) + P_{16}P_6 - P_{17}P_7; \\
 \rho c^2(a_3 - sda_3/ds) &= (1/16)[6(1 - \kappa^2)s^4 + (1 - \kappa^4)s^2] + (1/8)P_2s^3[3s^4 + \\
 &+ 6(1 + \kappa^2)s^2 + (3 + 2\kappa^2 + 3\kappa^4)] - (1/8)P_4s^3(3s^4 + 12s^2 + 8) - \\
 &- P_{16}P_8 + P_{17}P_9; \quad \rho c^2(a_4 - sda_4/ds) = 1,5\kappa^2s^2 - 3P_2\kappa^2s^3 - P_{15} + \\
 &+ P_{16}P_{10}; \quad \rho c^2(a_5 - sda_5/ds) = -0,5\kappa^2s^2 + P_2\kappa^2s^3 - P_{16}P_{11},
 \end{aligned}$$

где P_n для $n = 0-14$ определяются выражениями (2.8), а для $n = 15-17$ соотношениями

$$\begin{aligned}
 (5.2) \quad P_{15} &= \{\kappa^2/[s^4 + 2(\kappa^2 + 1)s^2 + (\kappa^2 - 1)^2]\} [s^8 + (4 + 7\kappa^2)s^6 + \\
 &+ (6 + 11\kappa^2 + 3\kappa^4)s^4 + (4 + \kappa^2 - 2\kappa^4 - 3\kappa^6)s^2 + (1 - 3\kappa^2 + 3\kappa^4 - \kappa^6)]; \\
 P_{16} &= s[s^2 - (\kappa^2 - 1)]/[s^4 + 2(\kappa^2 + 1)s^2 + (\kappa^2 - 1)^2]; \quad P_{17} = s/(s^2 + 4).
 \end{aligned}$$

Поскольку все величины в формулах (5.1), (5.2) относятся к продольным волнам, они должны быть снабжены индексом l , который для простоты опущен.

Из приведенных результатов следует, что скорость распространения продольных волн v_l в поликристаллах, имеющих орторомбическую и более высокую симметрию, определяется формулами (4.2)–(4.4), (5.1), (5.2), (2.8), (1.4) и первой из формул (1.6).

Аналогично находится зависимость от частоты скорости распространения поперечных волн. Из формул (3.1), (3.2) получаем

$$\begin{aligned}
 (5.3) \quad \rho c^2(a_1 - sda_1/ds) &= (5/16)[42(\kappa^2 - 1)s^4 + (-23 + 16\kappa^2 + 7\kappa^4)s^2] - \\
 &- (15/8)u_2s^3[7s^4 + 14(1 + \kappa^2)s^2 + (7 + 10\kappa^2 + 7\kappa^4)] + (15/8)u_4s^3(7s^4 + \\
 &+ 28s^2 + 24) - \{\kappa^2/[s^4 + 2(\kappa^2 + 1)s^2 + (\kappa^2 - 1)^2]\}[s^8 + (4 + 7\kappa^2)s^6 + \\
 &+ (6 + 11\kappa^2 + 3\kappa^4)s^4 + (4 + \kappa^2 - 2\kappa^4 - 3\kappa^6)s^2 + (1 - 3\kappa^2 + 3\kappa^4 - \\
 &- \kappa^6)] + u_{15} + u_{16}u_3 - u_{17}u_5; \\
 \rho c^2(a_2 - sda_2/ds) &= (1/16)[30(1 - \kappa^2)s^4 + (13 - 8\kappa^2 - 5\kappa^4)s^2] + \\
 &+ (3/8)u_2s^3[5s^4 + 10(1 + \kappa^2)s^2 + (5 + 6\kappa^2 + 5\kappa^4)] - (3/8)u_4s^3(5s^4 + \\
 &+ 20s^2 + 16) - u_{16}u_6 + u_{17}u_7; \\
 \rho c^2(a_3 - sda_3/ds) &= (1/16)[6(\kappa^2 - 1)s^4 + (\kappa^4 - 1)s^2] - (1/8)u_2s^3[3s^4 + \\
 &+ 6(1 + \kappa^2)s^2 + (3 + 2\kappa^2 + 3\kappa^4)] + (1/8)u_4s^3(3s^4 + 12s^2 + 8) + u_{16}u_8 - \\
 &- u_{17}u_9; \\
 \rho c^2(a_4 - sda_4/ds) &= 1,5s^2 - 3u_4s^3 - u_{15} + u_{17}u_{10}; \\
 \rho c^2(a_5 - sda_5/ds) &= -0,5s^2 + u_4s^3 - u_{17}u_{11},
 \end{aligned}$$

где u_n для $n = 0-14$ определяются выражениями (3.2), а для $n = 15-17$ соотношениями

$$(5.4) \quad u_{15} = (s^4 + 11s^2 + 20)/(s^2 + 4)^2; \quad u_{16} = s[s^2 - (\kappa^2 - 1)]/[s^4 + \\
 + 2(\kappa^2 + 1)s^2 + (\kappa^2 - 1)^2]; \quad u_{17} = s/(s^2 + 4).$$

Формулы (5.3), (5.4) относятся к поперечным волнам, и поэтому все входящие в них величины должны быть снабжены индексом t , который для простоты опускается. Подчеркнем, что введение соответствующего индекса является обязательным ($\kappa_t = 1/\kappa_t = c_l/c_t$, $c_l \neq c_t$, $q_l \neq q_t$, $s_l \neq s_t$ и т. д.).

Таким образом, зависимость скорости распространения поперечных волн v_t от частоты в поликристаллах с орторомбической и более высокой симметрией определяется формулами (4.2)–(4.4), (5.3), (5.4), (3.2), (1.3) и (1.6).

Из приведенных выражений видно, что коэффициенты рассеяния и скорости ультразвуковых волн в поликристаллах в общем случае сложно зависят от частоты. Для согласования полученных результатов с известными формулами для низких и высоких частот был проделан предельный переход в выражениях (2.1), (2.6)–(2.8), (3.1), (3.2). Как показал расчет, выполненный путем разложения в ряд по параметру $1/s$, асимптотика длинных волн ($1/s = qa \ll 1$) полностью совпадает с результатами работ [3, 4]. В асимптотике коротких волн ($1/s = qa \gg 1$) в результате разложения по s найдено, что правильные выражения для I_{pqrs} следующие:

$$\begin{aligned}
 I_{pqrs}^l &= \frac{lq^l s}{\rho} \left[\frac{l p^l r - \delta_{pr}}{c_l^2 - c_t^2} - \frac{5l p^l r}{4c_l^2} - i \frac{l p^l r}{2c_t^2} aq_l \right]; \\
 I_{pqrs}^t &= \frac{lq^l s}{\rho} \left[5 \frac{l p^l r - \delta_{pr}}{4c_t^2} - \frac{l p^l r}{c_l^2 - c_t^2} - i \frac{l p^l r - \delta_{pr}}{2c_t^2} aq_t \right].
 \end{aligned}$$

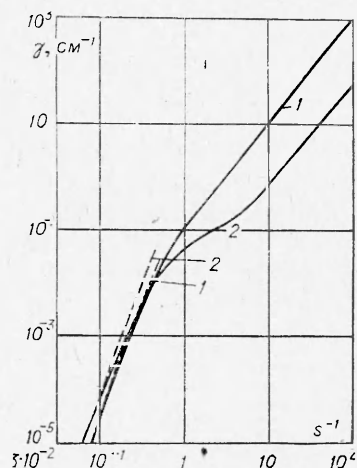
Эти выражения отличаются от приближенных формул, приведенных в работе [3], числовым коэффициентом, который вносит определенный вклад

лишь в скорость распространения коротких волн и не изменяет коэффициент рассеяния.

По указанным ранее формулам были рассчитаны на ЭЦВМ коэффициенты рассеяния продольных и поперечных ультразвуковых волн в широком интервале длин волн для алюминия. Упругие постоянные алюминия в единицах 10^{11} дин/см² равны [5]: $c_{11} = 10,82$; $c_{12} = 6,13$; $c_{44} = 2,85$, а плотность $\rho = 2,7$ г/см³. Масштаб корреляций a равен медианному радиусу изображений r_{50} [1], т. е. радиусу такого зерна, для которого 50% изображений зерен в сечении шлифа имеют радиус больше r_{50} и 50% — меньше.

Для расчетов было принято $a = 0,01$ см. Результаты расчета представлены на фигуре, где штрихом приведены соответствующие зависимости, рассчитанные по известным асимптотическим формулам [3] для кубической симметрии, причем было принято $\langle a^2 \rangle = 8la^3$; $\langle a \rangle = a$. Цифрами 1, 2 отмечены коэффициенты рассеяния $\gamma_t(s_t)$ и $\gamma_l(s_l)$ для поперечных и продольных волн соответственно. По оси абсцисс отложена величина $1/s_t$ для поперечных волн и $1/s_l$ для продольных. Поскольку $1/s = qa = \omega a/c$, этот же график описывает и частотную зависимость коэффициентов затухания. Из фигуры видно, что пользоваться асимптотическими формулами можно, если $qa \geq 10$ или $qa \leq 1/10$. Пересечение кривых γ_t и γ_l согласуется с известными теоретическими оценками по асимптотическим формулам, согласно которым в области высоких частот $\gamma_t > \gamma_l$, а в области низких $\gamma_t < \gamma_l$. Наклон кривых на фигуре отражает зависимость $\gamma \sim \omega^4$ для низких частот и $\gamma \sim \omega^2$ для высоких, которая была подтверждена и экспериментально [1]. В промежуточной области, где $aq \sim 1$, наклон кривых для поперечных волн монотонно изменяется, обеспечивая плавный переход от зависимости $\gamma_t \sim \omega^4$ к $\gamma_t \sim \omega^2$. Однако для продольных волн такого плавного перехода нет. Наклон кривой, описываемый зависимостью $\partial \ln \gamma / \partial \ln \omega$, уменьшается вначале от 4 до 1 и затем вновь увеличивается до 2.

Данная работа выполнена в приближении, учитывающем лишь парные корреляции между элементами неоднородности. Такой подход предполагает малость пространственных флуктуаций тензора модулей упругости. Для численной оценки величин флуктуаций в таблице приведены отношения коэффициентов $c_{mn}/\langle c_{mn} \rangle$ для ряда поликристаллов орторомбической симметрии. Исходные значения c_{mn} взяты из [6], а средние величины вычислены по формулам [7]



Материал	$\frac{c_{11}}{\langle c_{11} \rangle}$	$\frac{c_{22}}{\langle c_{11} \rangle}$	$\frac{c_{33}}{\langle c_{11} \rangle}$	$\frac{c_{12}}{\langle c_{12} \rangle}$	$\frac{c_{23}}{\langle c_{12} \rangle}$	$\frac{c_{13}}{\langle c_{12} \rangle}$	$\frac{c_{44}}{\langle c_{44} \rangle}$	$\frac{c_{55}}{\langle c_{44} \rangle}$	$\frac{c_{66}}{\langle c_{44} \rangle}$
Топаз	0,865	1,101	0,905	1,364	0,959	0,905	0,925	1,136	1,119
MgSO ₄ ·7H ₂ O	1,016	0,770	1,196	1,233	0,895	0,891	0,577	1,257	1,198
Mg ₂ SiO ₄	1,330	0,813	1,022	0,749	0,991	1,003	0,809	0,983	0,962
Na тартрат	0,870	1,032	1,255	0,858	1,056	0,960	1,262	0,315	0,997
Сегнетова соль	0,809	1,036	1,275	0,807	1,008	1,090	1,321	0,325	1,029
HfO ₂	0,675	1,212	0,972	1,376	0,636	1,353	1,010	1,209	0,955
Аргонит	1,555	0,849	0,820	1,689	0,741	0,076	1,045	0,632	1,037
SrSO ₄	0,983	0,999	1,211	1,105	0,884	0,864	0,745	1,540	0,149

$$\begin{aligned} \langle c_{11} \rangle &= \langle c_{12} + 2c_{44} \rangle; \langle c_{12} \rangle = \langle k - (2/3)\mu \rangle; \langle c_{44} \rangle = \langle \mu \rangle; \\ \langle K \rangle &= (1/9)[(c_{11} + c_{22} + c_{33}) + 2(c_{12} + c_{23} + c_{13})]; \\ \langle \mu \rangle &= (1/15)[(c_{11} + c_{22} + c_{33}) - (c_{12} + c_{23} + c_{13}) + 3(c_{44} + c_{55} + c_{66})]. \end{aligned}$$

Видно, что для большинства приведенных материалов условие малости пространственных флуктуаций выполняется ($c_{mn}/\langle c_{mn} \rangle \simeq 1$).

В качестве примера материалов с большой анизотропией приведены арголит и SrSO_4 , для которых принятое приближение может привести к большой погрешности.

Поступила 2 VII 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. Пападакис Э. Затухание ультразвука, обусловленное рассеянием в поликристаллических средах.— В кн.: Физическая акустика. Т. 4. Ч. Б. М., «Мир», 1970.
2. Лифшиц Е. М., Пархомовский Г. Д. К теории распространения ультразвуковых волн в поликристаллах.— ЖЭТФ, 1950, т. 20, вып. 2.
3. Усов А. А., Фокин А. Г., Шермергор Т. Д. К теории распространения ультразвуковых волн в поликристаллах.— ПМТФ, 1972, № 2.
4. Bhatia A. B., Moore B. A. Scattering of high-frequency sound waves in polycrystalline materials.— J. Acoust. Soc. America, 1959, vol. 31, N 8.
5. Хангтингтон Г. Упругие постоянные кристаллов.— Усп. физ. наук, 1961, т. 74, вып. 3.
6. Андерсон О. Определение и некоторые применения изотропных упругих постоянных поликристаллических систем, полученных из данных для монокристаллов.— В кн.: Физическая акустика. Т. III. Ч. Б. М., «Мир», 1968.
7. Шермергор Т. Д. Модули упругости неоднородных материалов.— В кн.: Упрочнение металлов волокнами. М., «Наука», 1973.

УДК 633.6.011:621.359.4

НЕКОТОРЫЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ ОСАЖДЕНИЯ АЭРОЗОЛЯ НА ЗАРЯЖЕННЫЙ КОЛЛЕКТОР В ОБЛАСТИ ЧИСЕЛ РЕЙНОЛЬДСА 10—100

В. В. Смирнов

(Обнинск)

Приведены экспериментальные данные об эффективности электростатического осаждения частиц водного аэрозоля на сильно заряженную сферу в области средних чисел Рейнольдса ($Re = 10—100$). Указаны асимптотические решения задачи и характерные ошибки, допускаемые при интерпретации подобно рода экспериментов.

Имеющиеся теоретические и экспериментальные данные [1—6] об эффективности электростатического осаждения аэрозольных частиц на заряженные тела простейших форм относятся в основном к случаям, когда реализуется либо вязкое (число Рейнольдса много менее 1), либо однородное (электрические силы значительно преобладают над гидродинамическими) обтекание коллектора потоком воздуха, несущего аэрозоль.

В ряде задач, связанных с фильтрацией и вымыванием аэрозолей частицами осадков и искусственными телами [7—10], реализуются так называемые средние