

## ПЛАСТИЧЕСКАЯ ДЕФОРМАЦИЯ ПРИ ОБОБЩЕННО-ПРОПОРЦИОНАЛЬНОМ НАГРУЖЕНИИ

К. Н. Русинко, С. А. Шляхов

(Львов)

Пластическая деформация в основном является результатом смещения одной части кристалла относительно другой. Последнее обусловило создание физических теорий остаточных деформаций в рамках концепции скольжения [1]. На основе одной из таких моделей в работах [2, 3] сделана попытка установить связь между напряжением и деформацией во времени. Для этого в определяющие соотношения был введен температурно-временной оператор. Ввод оператора осуществлен из следующих физических соображений.

Как известно, пластическое течение в материале развивается крайне неоднородно и приводит к появлению локальных пиковых напряжений [4—7]. Согласно [5], пиковые напряжения в значительной мере определяют сопротивление пластической деформации. Из анализа экспериментальных данных [5—7] можно сделать вывод, что данная микронеоднородность напряжений, а значит, и сопротивление пластической деформации существенно зависят от режима нагружения и температуры. Рост скорости нагружения и понижение температуры приводят к увеличению локальных полей пиковых напряжений, появлению значительных упругих искажений кристаллической решетки. Такое увеличение микронеоднородности, как показывают эксперименты [4, 5], приводит к увеличению сопротивления пластической деформации.

Однако роль пиковых напряжений заключается не только в задержании развития пластической деформации. Из [6, 7] следует, что пиковые напряжения, превышающие средний уровень, являются неустойчивыми и релаксируют. Последнее обуславливает многочисленные эффекты на макроуровне: релаксацию макронапряжений, задержку текучести и ползучести и т. д.

За характеристику микронеоднородности напряженного состояния в однофазной сплошной модели твердого тела принята [2, 3] скалярная мера — интегральный температурно-временной оператор  $I$ .

В данной работе предлагается несколько отличный от [2, 3] подход к получению оператора  $I$ .

1. Представим элемент поликристаллического тела состоящим из большого числа малых частиц, напряжения в которых однородны и к которым применима механика сплошной среды.

Пусть напряжения в частицах в определенный момент времени  $t = s$  получают приращение

$$(1.1) \quad \Delta\sigma_{ij}(s) = \Delta\sigma_{ij}^0(s) + \Delta\sigma'_{ij}(s),$$

где  $\Delta\sigma_{ij}^0(s)$  — приращение среднего уровня макронапряжений;  $\Delta\sigma'_{ij}(s)$  — отклонение от среднего уровня.

В формуле (1.1) последний член обусловлен неравномерностью напряженного состояния. Приращение  $\Delta\sigma'_{ij}(s)$  за некоторый промежуток времени  $\Delta s$  зададим в виде

$$(1.2) \quad \Delta\sigma'_{ij}(s) = A_{ijkl} \dot{\sigma}_{kl}^0 \Delta s,$$

где  $\dot{\sigma}_{kl}^0$  — скорость изменения компонент напряжений на макроуровне;  $A_{ijkl}$  — случайные величины, меняющиеся от частицы к частице и характеризующие в каждой из них отклонение напряжений от средних. В формуле (1.2) учитывается тот факт, что изменение одних компонент напряжений влечет за собой изменение других.

Основываясь на способности пиковых напряжений к релаксации, изменение их во времени примем в виде [3]

$$(1.3) \quad d(\Delta\sigma'_{ij}(u)) = -\Delta\sigma'_{ij}(u) K(u-s) du,$$

где  $u$  — текущее время ( $s \leq u \leq t$ );  $K(u-s)$  — ядро, убывающее с ростом времени, имеющее вид

$$(1.3a) \quad K(u-s) = \frac{\lambda}{2(\sqrt{a} + \sqrt{u-s})\sqrt{u-s}},$$

$\lambda$  — гомологическая температура;  $a$  — постоянная материала.

В знаменателе формулы (1.3a) можно выделить регулярную  $\sqrt{a} + \sqrt{u-s}$  и сингулярную  $\sqrt{u-s}$  части. Сингулярная и регулярная части описывают в отдельности способность микронапряжений к релаксации. Наличие же произведения сингулярной и регулярной частей делает ядро вида (1.3a) достаточно общим и позволяет описать влияние температуры на релаксацию.

Проинтегрировав (1.3) по  $u$  от  $s$  до  $t$ , получим

$$(1.4) \quad \Delta \sigma'_{ij}(t) = \Delta \sigma'_{ij}(s) Q(t, s), \quad Q(t, s) = \exp \left[ - \int_0^t K(t-s) ds \right].$$

Из (1.1) с учетом (1.2), (1.4) после интегрирования получаем значения напряжений в произвольной частице для произвольного момента времени

$$(1.5) \quad \sigma_{ij}(t) = \sigma_{ij}^0(t) + A_{ijkl} \int_0^t \dot{\sigma}_{kl}^0(s) Q(t, s) ds.$$

Принимается, что все числа  $A_{ijkl}$  являются независимыми и имеют одинаковые функции распределения  $P(A_{ijkl})$ . Учитывая это, подставим (1.5) в известную формулу, определяющую упругую энергию формоизменения  $U_\Phi$  в теле, и, проделав преобразования по методике работы [3], получим выражение для математического ожидания энергии формоизменения

$$(1.6) \quad \langle U_\Phi \rangle = U_\Phi^0 + \frac{1}{9} A \left\{ \left[ \int_0^t (\dot{\sigma}_{xx}^0 - \dot{\sigma}_{yy}^0) Q(t, s) ds \right]^2 + \left[ \int_0^t (\dot{\sigma}_{xx}^0 - \dot{\sigma}_{zz}^0) Q(t, s) ds \right]^2 + \left[ \int_0^t (\dot{\sigma}_{yy}^0 - \dot{\sigma}_{zz}^0) Q(t, s) ds \right]^2 + 6 \left[ \int_0^t \dot{\tau}_{xy}^0 Q(t, s) ds \right]^2 + 6 \left[ \int_0^t \dot{\tau}_{xz}^0 Q(t, s) ds \right]^2 + 6 \left[ \int_0^t \dot{\tau}_{zy}^0 Q(t, s) ds \right]^2 \right\},$$

где  $U_\Phi^0$  — упругая энергия в идеальном однородном теле;  $A$  — с точностью до множителя дисперсия случайной величины  $A_{ijkl}$ , т. е.

$$(1.7) \quad A = \frac{1}{6G} \int_{-\infty}^{\infty} (A_{ijkl})^2 P(A_{ijkl}) dA_{ijkl}.$$

Второе слагаемое в (1.6) обусловлено неравномерностью распределения напряжений. Оно и выбирается за скалярную величину, характеризующую микронеоднородность напряженного состояния, т. е.

$$(1.8) \quad I = \frac{1}{9} A \left\{ \left[ \int_0^t (\dot{\sigma}_{xx}^0 - \dot{\sigma}_{yy}^0) Q(t, s) ds \right]^2 + \left[ \int_0^t (\dot{\sigma}_{xx}^0 - \dot{\sigma}_{zz}^0) Q(t, s) ds \right]^2 + \left[ \int_0^t (\dot{\sigma}_{yy}^0 - \dot{\sigma}_{zz}^0) Q(t, s) ds \right]^2 + 6 \left[ \int_0^t \dot{\tau}_{xy}^0 Q(t, s) ds \right]^2 + 6 \left[ \int_0^t \dot{\tau}_{xz}^0 Q(t, s) ds \right]^2 + 6 \left[ \int_0^t \dot{\tau}_{zy}^0 Q(t, s) ds \right]^2 \right\},$$

где дисперсия  $A$ , определяемая согласно (1.7), принимается далее постоянной материала и во все последующие соотношения будет входить только постоянная  $A$ , а не величины  $A_{ijkl}$ .

Параметр  $I$  вводится в определяющие соотношения теории остаточных деформаций через сопротивление пластическому сдвигу, задание которого является основным в концепции скольжения. Зависимости между напряжением, деформацией и временем, получаемые при этом, позволяют описать целый ряд временных эффектов на макроуровне как при простом, так и при сложном нагружении.

2. Когда напряжения и деформации рассматриваются во времени, то здесь понятие пропорционального нагружения требует уточнения. Введем понятие обобщенно-пропорционального нагружения. В этом случае компоненты напряжения возрастают пропорционально некоторому параметру с постоянной скоростью (в пластической области).

Соотношения между напряжением, деформацией и временем [2, 3] получаются математически сложными при обобщенно-пропорциональном нагружении. Поэтому логично предложить простые зависимости деформаций от напряжений с учетом времени, основывающиеся на теории скольжения.

Примем пропорциональность девиаторов

$$(2.1) \quad \varepsilon_{ij} = (1/2)\gamma_i/\tau_i \cdot s_{ij},$$

где  $s_{ij}$ ,  $\varepsilon_{ij}$  — компоненты девиатора напряжений и пластических деформаций;  $\tau_i$  и  $\gamma_i$  — интенсивности касательных напряжений и сдвиговых деформаций. Они связаны между собой соотношением, не зависящим от вида напряженного состояния

$$(2.2) \quad \gamma_i = \gamma_i(\tau_i, I),$$

где  $\gamma_i(\tau_i, I)$  — монотонно возрастающая функция по обоим аргументам.

Экспериментально установлено, что при пропорциональном нагружении за пределами текучести наблюдаются отклонения от подобия девиаторов и отклонения от существования единой кривой деформирования [8, 9]. Теории, основанные на концепции скольжения, как показано в [10], описывают эти отклонения. Но они незначительны, и поэтому здесь будут использованы зависимости (2.2), (2.1). Функция  $\gamma_i(\tau_i, I)$  выбирается так, чтобы при одноосном растяжении зависимость напряжений от деформаций, определяемая по формулам (2.1), (2.2), и зависимость по концепции скольжения [3] совпала между собой. Поэтому

$$(2.3) \quad \gamma_i(\tau_i, I) = \sqrt{3} k (1 - 1/\eta)^{3/2} (4\eta + 1), \quad \eta = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\tau_i}{F(\tau_i, I)},$$

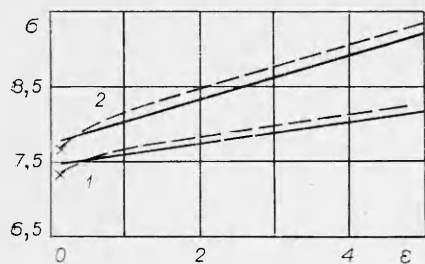
$$F(\tau_i, I) = (1 - \lambda) \tau_i^* \left( 1 + \frac{I^n}{\tau_i^2} \right),$$

где  $\tau_0^*$ ,  $k$ ,  $n$  — постоянные;  $F(\tau_i, I)$  — характеристическая функция материала. Вид функции  $F$  согласуется с высказанным в п. 1. Здесь  $\tau_0^*$  — предел текучести при сдвиге, определенный при малых скоростях нагружения ( $I \approx 0$ ). Добавляя к пластическим компонентам (2.1) упругие, получаем полную деформацию.

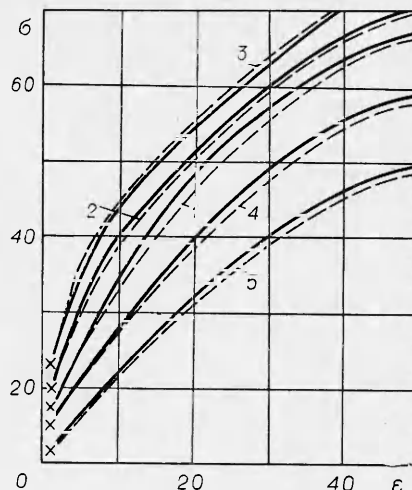
На пределе пропорциональности  $\tau_i = \tau_0$ ,  $\gamma_i = 0$  и из (2.3) следует  $\eta = 1$ . Отсюда получаем уравнение для нахождения предела текучести  $\tau_0$

$$(2.4) \quad \frac{\sqrt{3}}{2} \tau_0 = (1 - \lambda) \tau_0^* \left( 1 + \frac{I^n}{\tau_0^2} \right).$$

Рассмотрим частный случай обобщенно-пропорционального нагружения — одноосное растяжение.



Ф и г. 1



Ф и г. 2

Параметр  $I$ , определенный формулой (1.8), в этом случае запишется в виде

$$(2.5) \quad I = \frac{4a^2}{(1-\lambda)^2(2-\lambda)^2} \left\{ (\dot{\sigma}_1^0)^2 \left[ \left(1 + \sqrt{\frac{t}{a}}\right)^{2-\lambda} - \left(1 + \sqrt{\frac{t-t_1}{a}}\right)^{2-\lambda} + (2-\lambda) \sqrt{\frac{t-t_1}{a}} \left(1 + \sqrt{\frac{t-t_1}{a}}\right)^{1-\lambda} - (2-\lambda) \sqrt{\frac{t}{a}} \left(1 + \sqrt{\frac{t}{a}}\right)^{1-\lambda} \right]^2 + (\dot{\sigma}_2^0)^2 \times \right. \\ \left. \times \left[ \left(1 + \sqrt{\frac{t-t_1}{a}}\right)^{2-\lambda} - 1 - (2-\lambda) \sqrt{\frac{t-t_1}{a}} \left(1 + \sqrt{\frac{t-t_1}{a}}\right)^{1-\lambda} \right]^2 \right\},$$

где  $t_1$  — время, за которое достигается предел текучести материала;  $\dot{\sigma}^0$  — скорость изменения напряжений, имеющая одно значение до предела текучести ( $\dot{\sigma}^0 = \dot{\sigma}_1^0$ ). После его достижения скорость  $\dot{\sigma}^0$  принимает другое значение ( $\dot{\sigma}^0 = \dot{\sigma}_2^0$ ).

С использованием (2.1)–(2.5) построены диаграммы напряжение ( $\sigma$ , кг/мм<sup>2</sup>) — относительное удлинение ( $\epsilon$ , %) при различных скоростях нагружения и температурах (сплошные линии на фиг. 1, 2; штриховые — данные из экспериментов [11] для алюминия (фиг. 1) и оловянистой бронзы (фиг. 2)). Диаграммы построены для следующих скоростей нагружения и температур: алюминий — кривая 1 —  $\dot{\sigma}_2^0 = 2,3 \cdot 10^{-2}$  кг/мм<sup>2</sup>·с, кривая 2 —  $\dot{\sigma}_2^0 = 4,3 \cdot 10^3$  кг/мм<sup>2</sup>·с при  $\lambda = 0,314$ ; оловянистая бронза — кривая 1 —  $\dot{\sigma}_2^0 = 180$  кг/мм<sup>2</sup>·с, кривая 2 —  $\dot{\sigma}_2^0 = 900$  кг/мм<sup>2</sup>·с, кривая 3 —  $\dot{\sigma}_2^0 = 1800$  кг/мм<sup>2</sup>·с при  $\lambda = 0,226$ , кривая 4 —  $\dot{\sigma}_2^0 = 180$  кг/мм<sup>2</sup>·с при  $\lambda = 0,376$ , кривая 5 —  $\dot{\sigma}_2^0 = 180$  кг/мм<sup>2</sup>·с при  $\lambda = 0,455$ .

Из сопоставления видно, что предлагаемые зависимости удовлетворительно описывают экспериментально наблюдаемое увеличение предела текучести и степени упрочнения с ростом скорости нагружения и уменьшением температуры (предел текучести на каждой кривой обозначен крестиком). При построении кривых приняты следующие постоянные: алюминий —  $G = 2700$  кг/мм<sup>2</sup>,  $n = 0,4$ ,  $k = 0,014$ ,  $\tau_0^* = 3$  кг/мм<sup>2</sup> ( $G$  — модуль упругого сдвига); оловянистая бронза —  $G = 2710$  кг/мм<sup>2</sup>,  $n = 0,49$ ,  $k = 0,017$ ,  $\tau_0^* = 6$  кг/мм<sup>2</sup>.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Русинко К. Н., Калатинец А. Е., Древаль С. С. Вопросы концепции скольжения в теории пластичности.— ПМ, 1974, т. 10, вып. 1.
2. Русинко К. П., Малинин В. Г. Деформация твердого тела учетом времени.— ПМ, 1975, т. 11, вып. 2.
3. Русинко К. Н., Панова Л. Т. О зависимости пластической деформации от температуры и скорости нагружения.— ФХХМ, 1977, № 4.
4. Котрелл А. Сб. Атомный механизм разрушения. М., Metallurgia, 1963.
5. Саррак В. И., Шубин В. Н., Энтин Р. И. Неоднородное распределение внутренних напряжений и склонность стали к хрупкому разрушению.— ФММ, 1970, т. 29, вып. 1.
6. Саррак В. И., Суворова С. О., Шубин В. И. О температурно-скоростной зависимости сопротивления деформации железа.— ФММ, 1973, вып. 1.
7. Саррак В. И., Шубин В. И. О влиянии скорости испытания на сопротивление пластической деформации железа рудной частоты.— ФММ, 1968, т. 26, вып. 2.
8. Шишмарев О. А. Экспериментальное исследование подбоя девиаторов напряжений и деформации в образцах стали.— ПМ, 1978, т. 14, вып. 11.
9. Шишмарев О. А. Влияние вида девиатора напряжений на пластическое деформирование сталей.— Инж. журнал. МТТ, 1966, № 5.
10. Русинко К. Н. О пластических деформациях при простом и знакопеременном нагружении.— Изв. АН КиргССР, 1970, № 5.
11. Полухин П. И., Гун Г. Я., Галкин А. М. Сопротивление пластической деформации металлов и сплавов. М., Metallurgia, 1975.

Зав. редакцией *Н. С. Калашикова*  
Художественный редактор *Э. С. Филонычева*  
Технический редактор *Н. М. Бурлаченко*  
Корректоры *С. М. Погудина, А. А. Надточий*

Сдано в набор 3.11.80. Подписано к печати 6.02.81. МН-05943. Формат 70 × 108<sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Высокая печать. Усл. печ. л. 15,4. Усл.-кр. отт. 15,9. Уч.-изд. л. 16. Тираж 1947 экз. Заказ № 332.

Издательство «Наука», Сибирское отделение. 630099, Новосибирск, 99, Советская, 18.  
4-я типография издательства «Наука». 630077, Новосибирск, 77, Станиславского, 25.