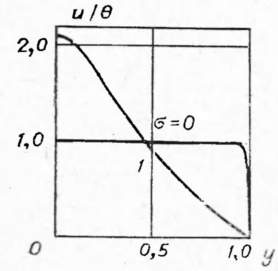


Фиг. 5

Результаты численного решения задачи в виде зависимостей $c(\mathrm{Re})$ и $\mathrm{Nu}(\mathrm{Re})$ представлены на фиг. 2 штрихом для трех значений параметра $\sigma = 0$; 1; 10. Наиболее характерным свойством профилей скорости при $\sigma > 0$ является немонотонность распределения скоростей по сечению канала при больших числах Рейнольдса (фиг. 3, где для случая $\sigma = 1$ сплошными линиями показаны зависимости $w(y)$ при разных числах Re, а штриховыми —распределения температур $\theta(\mathrm{Re})$). Числам Рейнольдса $\mathrm{Re} = 1$; 10; 100; 1000 соответствуют значения $a = 2{,}05$; 0,861; 0,361 и 0,148. Семейство профилей $w(y)$ при $\mathrm{Re} = 1000$ и различных числах Прандтля ($0 < \sigma < 1000$) представлено на фиг. 4. Профили массовой скорости $\rho v_x \sim u/\theta$ являются монотонными (фиг. 5, где приведено сравнение профилей u/θ для $\sigma = 0$ и $\sigma = 1$ при $\mathrm{Re} = 1000$).

Таким образом, неравномерность распределения плотности по сечению канала приводит к снижению объемной и увеличению массовой скорости в приосевой зоне.

Автор благодарит А. Ф. Селезневу за проведение расчетов и В. Н. Штерна за обсуждение работы.

Поступила 30 V 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. **Петухов Б. С.** Теплообмен и сопротивление при ламинарном течении жидкости в трубах. М., «Энергия», 1967.

УДК 532.517

К ОПРЕДЕЛЕНИЮ РАДИУСА ВОЗДУШНОГО ВИХРЯ ПРИ ЛАМИНАРНОМ ТЕЧЕНИИ ЖИДКОСТИ В ЦЕНТРОБЕЖНОЙ ФОРСУНКЕ

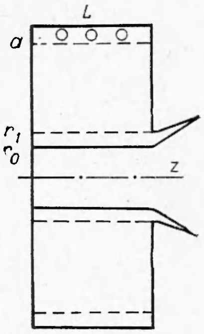
Ю. З. Нехамкин, Б. Д. Стрелков, Ю. И. Хавкин

(*Ленинград*)

В существующих теориях центробежной форсунки, например [1], для определения радиуса воздушного вихря r_0 используется условие максимального расхода или другие экстремальные принципы. В данной работе радиус воздушного вихря определен из уравнений движения вязкой несжимаемой жидкости.

Схема форсунки приведена на фиг. 1. Явления, происходящие в пограничных слоях вблизи торцов, не рассматриваются. Область течения разбивается на две зоны.

Все величины в данной работе безразмерные, масштаб длин — радиус выходного сопла r_1, масштаб скоростей — скорость во входных каналах V.



Фиг. 1

В зоне I$(1 \leqslant r \leqslant a)$ поток плоский, типа вихревого стока, т. е. $v = v(r)$, $u = 0$, $w = w(r)$, где v—радиальная составляющая скорости; u — осевая составляющая; w — окружная составляющая.

Выражения для составляющих скорости в зоне I получены в работе [2]

$$v = -\varkappa/r;\ w = C_1 r^{1-\varkappa \mathrm{Re}} + C_2/r,$$

где $\varkappa = f/2\pi L r_1$; $\mathrm{Re} = V r_1/\nu$; f — площадь поперечного сечения входных каналов.

Для определения постоянных C_1 и C_2 имеем условие

$$w = 1\ (r = a) \tag{1}$$

и условия сопряжения функции w и ее производной при $r = 1$.

В зону II $(r_0 \leqslant r \leqslant 1)$ жидкость подводится равномерно по всей длине камеры L.

Для определения r_0 получим интегральное условие, аналогичное интегральному соотношению для переноса главного момента количества движения сквозь сечение ламинарной струи [3].

Примем, что и в зоне II окружная составляющая скорости не зависит от осевой координаты z.

Тогда в зоне II справедливы следующие уравнения:

$$v dw/dr + vw/r = (1/\mathrm{Re})(d^2w/dr^2 + (1/r)dw/dr - w/r^2); \tag{2}$$

$$\partial rv/\partial r + \partial(ru)/\partial z = 0. \tag{3}$$

Уравнение (2) после умножения обеих частей на r и использования уравнения неразрывности (3) может быть переписано в форме

$$\partial(ruw)/\partial z + \partial(rvw)/\partial r + vw = (1/\mathrm{Re})(d/dr)[(1/r)(d(rw)/dr)]$$

или после повторного умножения на r в виде

$$\partial(r^2uw)/\partial z + \partial(r^2vw)/\partial r = (1/\mathrm{Re})\{(d/dr)rd(rw)/dr - 2d(rw)/dr\}.$$

Проинтегрировав обе части последнего равенства поперек зоны II от $r = r_0$ до $r = 1$, получим

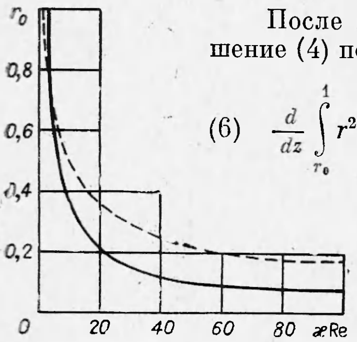
$$\frac{d}{dz}\int_{r_0}^{1} r^2 uw\,dr + [r^2 vw]_{r=r_0}^{r=1} = \frac{1}{\mathrm{Re}}\left[r\frac{d(rw)}{dr} - 2rw\right]_{r=r_0}^{r=1}. \tag{4}$$

Следуя [1, 2, 4], примем, что r_0 — постоянная по длине камеры величина.

При $r = r_0$ имеет место условие непроницаемости, поверхность воздушного вихря свободная, т. е.

$$v = 0;\ dw/dr = 0\ (r = r_0), \tag{5}$$

при $r = 1$ — условие сопряжения функций v и w.



Ф и г. 2

После подстановки граничных условий (5) в соотношение (4) получим

$$\frac{d}{dz}\int\limits_{r_0}^{1} r^2 uw dr = \varkappa w_1 + \frac{1}{\mathrm{Re}}\left\{r_0 w_0 - 2w_1 + \left[\frac{d\,(rw)}{dr}\right]_{r=1}\right\}, \tag{6}$$

где $w_1 = w(1)$; $w_0 = w(r_0)$.

Уравнение (6) служит для нахождения r_0 при известных $u(r, z)$ и $w(r)$. Для определения составляющих скорости воспользуемся приближенными выражениями, так как решение системы уравнений гидродинамики сопряжено со значительными трудностями.

Из условия $r_0 = \mathrm{const}$ следует, что $u = zf(r)$. Действительно, приравняв количество жидкости, прошедшее через границу зон I и II на участке длиною z, и расход через поперечное сечение зоны II, получим

$$2\pi r_1 v(1)\, z = 2\pi \int\limits_{r_0}^{1} r u dr,$$

откуда следует, что $u = zf(r)$.

В качестве u возьмем среднерасходную скорость

$$u = 2\varkappa z/(1 - r_0^2). \tag{7}$$

Для w примем выражение, предложенное в [4],

$$w = w_0 2r_0 r/(r^2 + r_0^2).$$

При таком задании $w(r)$ граничное условие (5) выполняется автоматически. Для определения C_1, C_2 и w_0 имеются условие (1) и два условия сопряжения. Решая систему этих уравнений, получим

$$C_1 = \frac{2r_0^2}{2 + 2r_0^2 a^{2-\varkappa\mathrm{Re}} - \varkappa\,\mathrm{Re}\,(1 + r_0^2)};\quad C_2 = 1 - C_1 a^{2-\varkappa\mathrm{Re}};$$

$$w_0 = \left[1 + C_1\left(1 - a^{2-\varkappa\mathrm{Re}}\right)\right]\left(1 + r_0^2\right)/2r_0.$$

Выражения для окружных составляющих скорости имеют вид

$$\begin{gathered} w = C_1 r^{1-\varkappa\mathrm{Re}} + (1 - C_1 a^{2-\varkappa\mathrm{Re}})/r \quad (1 \leqslant r \leqslant a); \\ w = r\left[1 + C_1\left(1 - a^{2-\varkappa\mathrm{Re}}\right)\right]\left(1 + r_0^2\right)/\left(r^2 + r_0^2\right) \quad (r_0 \leqslant r \leqslant 1). \end{gathered} \tag{8}$$

Подставив полученные профили (7), (8) в интегральное соотношение (6), получим уравнение, связывающее r_0 с параметром $\varkappa\mathrm{Re}$,

$$2\varkappa\,\mathrm{Re}\, r_0^2\,(1 + r_0^2)\left(\frac{1 + r_0^2}{1 - r_0^2}\ln\frac{2r_0^2}{1 + r_0^2} = 1\right) = r_0^4 + 2r_0^2 - 3.$$

На фиг. 2 показаны зависимости $r_0 = r_0(\varkappa\mathrm{Re})$ (сплошная кривая) и $r_0 = (2{,}513/\varkappa\mathrm{Re}^{1/2})$ (построена по формуле [2], штриховая кривая).

Поступила 8 IV 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. **Абрамович Г. Н.** Теория центробежной форсунки.— В кн.: Промышленная аэродинамика. М., ЦАГИ, 1944.
2. **Гольдштик М. А.** К теории эффекта Ранка (закрученный поток газа в вихревой камере).—«Изв. АН СССР. ОТН», 1963, № 1.
3. **Лойцянский Л. Г.** Механика жидкости и газа. М., «Наука», 1973.
4. **Вулис А. А., Устименко Б. П.** К вопросу об аэродинамической схеме потока в циклонной камере.—«Вестн. АН Каз. ССР», 1954, № 4.

УДК 532.516

РАСЧЕТ АВТОКОЛЕБАНИЙ, ВОЗНИКАЮЩИХ ПРИ ПОТЕРЕ УСТОЙЧИВОСТИ СПИРАЛЬНОГО ТЕЧЕНИЯ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ В КОЛЬЦЕВОЙ ТРУБЕ

А. Л. Уринцев

(*Ростов-на-Дону*)

Проведен анализ устойчивости спирального течения между концентрическими цилиндрами, вызванного вращением внутреннего цилиндра и осевым градиентом давления по отношению к малым, но конечным вращательно-симметричным возмущениям.

Теоретическое рассмотрение устойчивости спиральных течений обычно проводится в рамках линейной теории и существенно использует упрощающие предположения: вращательную симметрию возмущений, малость зазора между цилиндрами, малость осевого числа Рейнольдса [1—5]. Ограничения на величину осевого потока отсутствуют в работе [6], где задача решена асимптотическим методом в приближении узкого зазора. Анализ устойчивости без ограничений на величину зазора, основанный на уравнениях идеальной жидкости, проведен в [7]; случай скользящих один относительно другого цилиндров и невращательно-симметричных возмущений рассмотрен в [8]. Влияние осевого потока на границы устойчивости изучалось экспериментально в [9—14], автоколебания в кольцевой трубе наблюдались в [11, 12].

Подробное численное исследование устойчивости спиральных течений проведено в [15, 16], где наряду с вращательно-симметричными изучены трехмерные колебания и рассчитаны нейтральные кривые в широком диапазоне изменения чисел Рейнольдса, зазора и продольных волновых чисел. Строгое доказательство существования периодического по времени режима, возникающего в результате потери устойчивости спирального потока, вызванного вращением и очень медленным поступательным движением цилиндров, содержится в [17]; один пример рождения конвективных автоколебаний потока вязкой жидкости в цилиндрической трубе рассмотрен в [18].

В данной работе методом Ляпунова—Шмидта [17, 19—21] для случая узкощелевого канала, когда наиболее опасны осесимметричные возмущения [16], произведен расчет амплитуды вторичного нестационарного ламинарного режима и исследована его устойчивость при различных значениях числа Рейнольдса Re_z, построенного по осевой скорости. Показа-