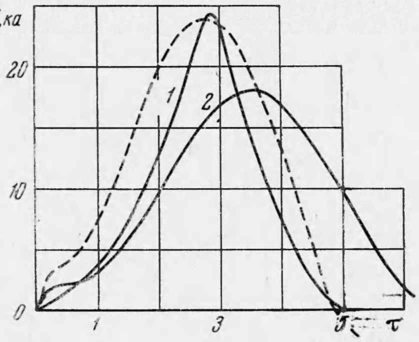
К ТЕОРИИ НАЧАЛЬНОЙ СТАДИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО РАЗРЯДА В ВОДЕ

А. И. Иоффе (Москва)

Эксперименты по электрическому разряду в воде показывают, что такие величины, как электрический ток в цепи, напряжение, радиус канала, разряда, давление в импульсе сжатия и некоторые другие, а также изменение этих величин со временем, по-видимому, могут быть определены по четырем задаваемым параметрам: начальному напряжению на конденсаторе V_0, индуктивности разрядного контура L, емкости разряжаемого конденсатора C и длине межэлектродного промежутка l.

Для описания поведения разряда во времени можно попытаться составить систему уравнений, которая должна включать в себя и величины, характеризующие электрическую цепь разряда, и величины, относящиеся к каналу разряда, образующемуся в результате пробоя. Решение системы должно дать зависимость интересующих величин от времени.

Будем считать, что электрическая цепь разряда представляет собой обычную цепь колебательного контура с заданными L и C, сопротивление же цепи будет целиком определяться меняющимся со временем сопротивлением канала разряда. Канал разряда представляет собой цилиндр, расширяющийся со временем.



Фиг. 1

Для электрической цепи можно воспользоваться обычным уравнением колебательного контура (1)

$$\frac{d^2V}{dt^2}+\frac{R_e}{L}\frac{dV}{dt}+\frac{V}{LC}=0\quad\left(R_e=\frac{\rho_e(t)\,l}{S(t)}\right)$$

Здесь V — напряжение на конденсаторе, R_e— омическое сопротивление канала разряда.

ρ_e— удельное сопротивление, а $S(t)$— площадь поперечного сечения канала.

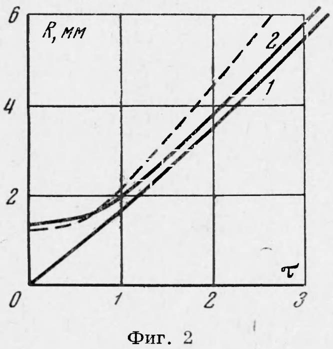
По оценкам температура в канале разряда составляет 10—$30\cdot10^3$ °K [1,2], и хотя при таких температурах плазма в канале разряда не полностью ионизована, будем считать, что сопротивление плазмы определяется лишь взаимодействием электронов с ионами, ρ_e определяется выражением [3]

$$\rho_e=\frac{\alpha\pi^{1/2}m_e^{1/2}e^2\ln\Lambda}{2(2kT)^{3/2}}=\frac{c_1\ln\Lambda}{T^{3/2}}\qquad\Lambda=\frac{3}{2e^3}\left(\frac{k^3T^3}{\pi n_e}\right)^{1/2}\tag{2}$$

Здесь m_e и e — масса и заряд электрона, T — температура, а $\alpha=1.8$ — некоторый безразмерный коэффициент; n_e — плотность электронов.

Если ограничиться рассмотрением разрядов, у которых скорость расширения канала v мала по сравнению со скоростью звука в воде c, то давление на стенку канала p связано со скоростью его расширения следующим образом [4]:

$$p=\frac{\rho}{2\pi}\frac{d^2S}{dt^2}\ln\left(\frac{\pi^{1/2}l}{S^{1/2}}\right)-\frac{\rho}{8\pi}\left(\frac{dS}{dt}\right)^2\tag{3}$$



Фиг. 2

При выводе этой формулы считалось, что канал представляет собой непроницаемый цилиндр длины l и площадью поперечного сечения S (ρ — плотность жидкости). Выражение (3) справедливо, вообще говоря, при $R<l$ и $l\ll cT_1$, где R — радиус цилиндра, а T_1 — время, в течение которого происходит существенное изменение скорости расширения.

Будем считать, согласно [1], что вводимая в канал мощность расходуется на совершение работы против окружающей среды (работа расширения канала $dA=pdV$) и на изменение внутренней энергии плазмы. Плотность энергии плазмы ε в интересующем нас интервале давлений и температур можно аппроксимировать выражением

$$\varepsilon=p/(\gamma-1)\tag{4}$$

Здесь p — давление, а $\gamma = 1.2$ (эффективный показатель адиабаты) [1]. Уравнение баланса энергии, таким образом, можно записать в виде (на единицу длины канала)

$$p\frac{dS}{dt}+\frac{1}{\gamma-1}\frac{d(pS)}{dt}=C^2\left(\frac{dV}{dt}\right)^2\frac{\rho_e}{S}=I^2R_e \qquad \left(I=C\frac{dV}{dt}\right) \tag{5}$$

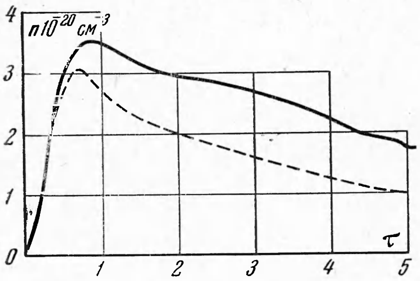
Правая часть уравнения (6) представляет собой обычные джоулевы потери.

Можно считать, что для плазмы в канале разряда справедливо уравнение состояния идеального газа

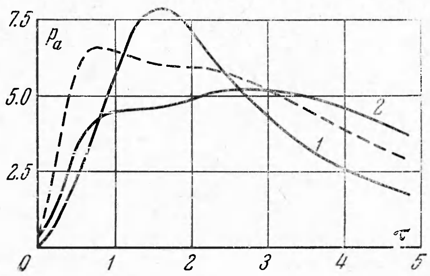
$$p = nkT \tag{6}$$

где n — плотность частиц. В принципе уравнений (1), (4), (6), (7) было бы достаточно для описания разряда, если бы масса газа в канале разряда была бы постоянна. Однако, по-видимому, и плотность частиц и масса газа в канале могут меняться за счет испарения воды в канал.

Будем считать, что существует граница между каналом разряда и окружающей водой и не будем учитывать влияние переходного слоя, существующего между водой и каналом.



Фиг. 3

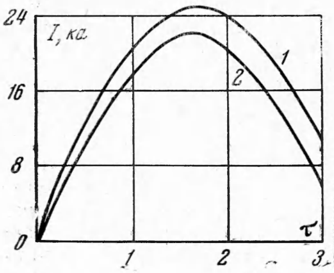


Фиг. 4

Положим, согласно Френкелю [5], что испарение жидкости с поверхности происходит со скоростью

$$w = m\nu_0 n_0^{2/3}\exp(-u/kT_0) \qquad [г/см^2сек] \tag{7}$$

Здесь m — масса молекулы, ν_0 — некоторая характерная частота порядка дебаевской, n_0 — плотность частиц в жидкости, T_0 — температура на поверхности испаряющейся жидкости, u — энергия испарения на молекулу. Испарение происходит под действием потока тепла, падающего на границу жидкости. Будем считать, что канал разряда ведет себя как черное тело. Оценки пробегов излучения при температуре $\approx 2\cdot10^4$ °K и плотности $n = 10^{20}$ $см^{-3}$ по формулам, приведенным в [6], дают значение среднего пробега света $l \approx 10^{-1}$ $см$, так что в первом приближении можно считать это предположение выполняющимся. Тогда поток излучения с единицы поверхности канала $q = \sigma T^4$ (электронный поток $q_e \approx \varkappa T / R$, где R — радиус канала, а $\varkappa(T)$ — коэффициент электронной теплопроводности [3], примерно на два порядка меньше q при $T = 2\cdot10^4$ °K).



Фиг. 5

Положим, что поток q идет только на испарение воды внутрь канала. (В воде коэффициент поглощения света длины волны $\lambda = 1500$ Å (максимум Планка при $T \approx 2\cdot10^4$ °K) составляет $\sim 10^4$ $см^{-1}$, пробег света будет порядка 10^{-4} $см$ и, вероятно, прогревания большой массы воды излучением происходить не будет.)

Выражение (7) позволяет в этом случае определить температуру на границе жидкости по известному потоку [1]

$$q = \sigma T^4 = u n_0^{2/3}\nu_0 \exp(-u/kT_0)$$

При температуре $T = 2\cdot10^4$ °K, $n_0 = 3\cdot10^{22}$ $см^{-3}$, $\nu_0 = 10^{13}$ $сек^{-1}$ получим $T_0 \approx 700$ °K. Коэффициент теплопроводности воды $\varkappa_1 \approx 6\cdot10^4$ $эрг$ / $см$ $сек$ $град$ [7], за время $\Delta t = 50$ $мксек$ эффективная толщина прогрева воды $\delta = \sqrt{\varkappa\,\Delta t/\rho c_p}$ составляет $\sim 3\cdot10^{-4}$ $см$, а поток тепла за счет теплопроводности со стенки $q_1 \approx$

[1] Подобная оценка проводится также в работе [10].

$\approx \varkappa_1 T_0 / \delta \approx 10^{11}$ *эрг / см²сек* при $q \approx 9 \cdot 10^{12}$ *эрг / см² сек*, т. е. $q_1 \ll q$, и можем считать, что поток частиц внутрь канала за счет испарения будет определяться выражением q / u, где u — энергия испарения на молекулу. Для плотности частиц в канале n получим уравнение

$$d(nS) / dt = 2\pi R \ \sigma T^4 / u = 2\pi^{1/2} S^{1/2} T^4 / u \tag{8}$$

Уравнение (8) замыкает систему уравнений, необходимую для описания электрических параметров и параметров канала в процессе разряда. Эта система состоит из уравнений (1), (4), (6), (8), в которые следует подставить выражение (3) для сопротивления плазмы и исключить температуру, пользуясь уравнением состояния идеального газа $p = nkT$.

Система уравнений будет состоять соответственно из следующих уравнений: баланса энергии, правая часть которого представляет собой мощность, вводимую в канал разряда; уравнения для потока частиц; выражения для давления в канале и уравнения для напряжения на конденсаторе.

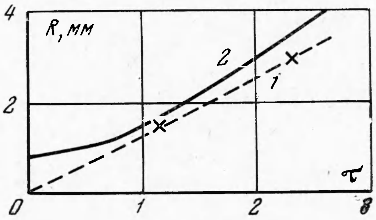
$$\frac{S}{\gamma - 1}\frac{dp}{dt} + \frac{p\gamma}{\gamma - 1}\frac{dS}{dt} = \frac{C^2 \rho_0 10^7}{S}\left(\frac{dV}{dt}\right)^2 \left(\frac{p}{nk}\right)^{-3/2}$$

$$\frac{d(nS)}{dt} = \frac{2\pi^{2/3}\sigma T^4 S^{1/2}}{u}, \qquad p = \frac{\rho}{2\pi}\frac{d^2 S}{dt^2}\ln\left(\frac{\pi^{1/2} l}{S^{1/2}}\right) - \frac{\rho}{8\pi}\left(\frac{dS}{dt}\right)^2 \tag{9}$$

$$\frac{d^2 V}{dt^2} + \frac{\rho_0 l}{LS}\left(\frac{p}{nk}\right)^{-3/2}\left(\frac{dV}{dt}\right) + \frac{V}{LC} = 0$$

Уравнения (9) должны быть проинтегрированы с соответствующими начальными условиями. Некоторые из них очевидны: в момент времени $t = 0$ конденсатор заряжен до заданного напряжения $V(0) = V_0$, тока в цепи нет, это приводит к условию

$$\left.\frac{dV}{dt}\right|_{t=0} = 0 \quad \left(I = C\frac{dV}{dt}\right)$$



Фиг. 6

Остальные начальные условия не являются достаточно определенными. В работе [8] указывалось, что начальные радиусы каналов, замыкающих промежуток, составляют 0.3—0.7 *мм*. Если разряд инициируется проволочкой, то можно принять $S(0) = S_0$ равным поперечному сечению проволочки. Для системы (9) начальное значение выбиралось порядка 0.1 *см²*; принималось, что $dS / dt = 0$ при $t = 0$, а начальные температуры и плотность частиц составляли соответственно 10^4°K и 10^{19} *см⁻³*. Изменение $T(0)$ и n_0 на 10—30% практически не сказывалось на значениях решения.

Уравнения (9) интегрировались численно на машине, предварительно преобразовываясь к безразмерному виду, с использованием переменных.

$$\tau = t / (LC)^{1/2}, \quad \xi = S / \lambda^2, \quad \beta = p / p_0, \quad \nu = V / V_0, \quad \mu = n / n_0$$
$$\lambda = [C^2 V_0^2 L \cdot 5 \cdot 10^6 / l\rho]^{1/4}, \quad p_0 = [C V_0 \cdot 10^{7/2} l^3] \tag{10}$$

В уравнениях (9) механические величины надо брать в системе CGS, а электрические — напряжение в *в*, индуктивность и емкость соответственно в *гн* и *ф*.

В новых переменных система уравнений (9) примет вид:

$$\frac{d\beta}{d\tau} = \frac{\omega_2}{\xi^2}\left(\frac{\mu}{\beta}\right)^{3/2}\left(\frac{d\nu}{d\tau}\right)^2 - \frac{1{,}2\beta}{\xi}\left(\frac{d\xi}{d\tau}\right), \qquad \frac{d\mu}{d\tau} = \frac{\omega_3}{\xi^{1/2}}\left(\frac{\beta}{\mu}\right)^4 - \frac{\mu}{\xi}\frac{d\xi}{d\tau}$$

$$\frac{d^2\xi}{d\tau^2} = \frac{\omega_4 \beta\xi + \omega_5 (d\xi / d\tau)^2}{\xi \ln(\omega' / \xi^{1/2})}, \qquad \frac{d^2\nu}{d\tau^2} = -\nu - \frac{\omega_1}{\xi}\left(\frac{\mu}{\beta}\right)^{3/2}\left(\frac{d\nu}{d\tau}\right) \tag{11}$$

$$\omega_1 = \frac{(LC)^{1/2}(n_0 k)^{3/2} l \rho_0}{L\lambda^2 p_0^{3/2}}, \qquad \omega_2 = \frac{\rho_0 (n_0 k)^{3/2} V_0^2 10^7 C^{3/2}}{5\lambda^4 p_0^{5/2} L^{1/2}}$$

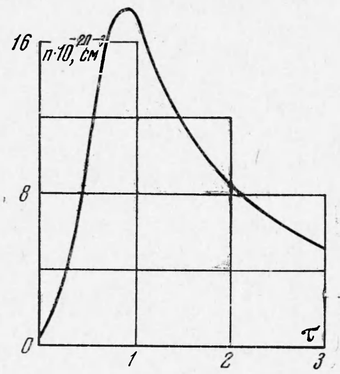
$$\omega_3 = \frac{2\pi^{1/2}\sigma p_0^4 (LC)^{1/2}}{u\lambda^2 n_0^5 k^4}, \qquad \omega_4 = \frac{2\pi p_0 LC}{\rho\lambda^2}, \qquad \omega_5 = 1 / 8\pi, \ \omega' = \pi^{1/2} l/\lambda$$

При интегрировании считалось, что $\ln\Lambda = \mathrm{const}$, $\rho_0 = c_1 \ln\Lambda$.

Результаты интегрирования показаны на фиг. 1—8 (кривая *2*). Там же показаны и имеющиеся экспериментальные данные (кривая *1*). Результаты, показанные на фиг. 1, 2, 3, 4, относятся к разряду с параметрами [1]:

$$C = 150 \text{ мкф}, \ L = 2 \text{ мкгн}, \ V_0 = 6 \text{ кв}, \ l = 7 \text{ см}, \ \sqrt{LC} = 17.3 \text{ мксек}.$$

На фиг. 1 показана зависимость тока при разряде от времени, на фиг. 2 — зависимость радиуса канала разряда от времени, на фиг. 3 — плотность частиц в канале разряда. На фиг. 4 дана зависимость давления p_a (в *атм*) в импульсе сжатия на расстоянии 1 *м* от разряда в направлении, перпендикулярном оси канала разряда (экспериментальное определение производилось Н. А. Роем). Для описываемых разрядов при вычислении p_a можно воспользоваться выражением [9] (подробно см. [4])



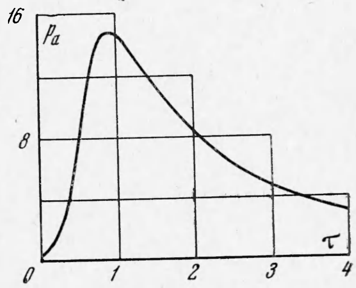
Фиг. 7

$$p_a = \frac{\rho \ddot{W}}{4\pi r} = \frac{\rho \ddot{s} l}{4\pi r} \tag{12}$$

Здесь ρ — плотность воды, r — расстояние от источника звука (разряда) до точки наблюдения, W — объем излучателя звука (объем канала разряда).

Для данного режима из расчета получается, что разряд ведет себя апериодически, что наблюдается и экспериментально. Получающаяся по расчету температура оказывается очень слабо меняющейся в пределах $9.5—10.5 \cdot 10^3$ °K.

На фиг. 5, 6, 7, 8 показаны соответствующие результаты для разряда, описанного в работе [8] с параметрами $C = 2.7$ *мкф*, $L = 7$ *мкгн*, $V_0 = 40$ *кв*, $l = 1.5$ *см*, $\sqrt{LC} = 4.3$ *мксек*.



Фиг. 8

В этом случае оказывается, что разряд носит периодический характер, что также согласуется с экспериментом. Температура же разряда в этом случае имеет максимум, равный примерно $22 \cdot 10^3$ °K.

В обоих случаях видно, что масса газа в канале растет в процессе разряда.

При температуре $T \approx 10 \cdot 10^3$ °K максимум излучения черного тела находится вблизи видимой части спектра, вода становится прозрачной для этих длин волн, и на испарение идет, вероятно, лишь часть потока σT^4. На фиг. 1—4 пунктирной линией показан результат расчета, сделанного в предположении, что на испарение идет поток $q' = 0.1\, \sigma T^4$ (т. е. поглощается свет длины волны примерно от 2000 Å и ниже при $T = 10^4$ °K). В этом случае расчет показывает, что температура в канале довольно быстро достигает значений $\approx 18 \cdot 10^3$ °K и затем медленно меняется в пределах $18—19 \cdot 10^3$ °K для времен, указанных на фигурах.

Автор благодарит Ю. П. Райзера за советы и внимание, К. А. Наугольных и Н. А. Роя за полезные дискуссии.

Акустический ин-т
АН СССР

Поступила 30 V 1966

ЛИТЕРАТУРА

1. Иоффе А. И., Наугольных К. А., Рой Н. А. О начальной стадии электрического разряда в воде. ПМТФ, 1964, № 4.
2. Martin E. Experimental Investigation of High-Energy Arc Plasma. J. Appl. Phys., 1960, vol. 31, p. 255.
3. Спитцер Л. Физика полностью ионизованного газа. Изд. Мир, 1965.
4. Наугольных К. А., Рой Н. А. О связи между гидродинамическими и электрическими характеристиками разряда в жидкости. Докл. АН СССР, 1966, т. 168, стр. 556.
5. Френкель Я. И. Кинетическая теория жидкостей. Изд. ГТТЛ, 1945.
6. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений, Физматгиз, 1963.
7. Кэй Дж., Лэби Т. Таблицы физических и химических постоянных. Изд. иностр. лит., 1963.
8. Скворцов Ю. А., Комельков В. С., Кузнецов Н. М. Расширение канала искры в жидкости. Ж. техн. физ., 1960, т. 30, стр. 1165.
9. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред. Гостехиздат, 1954.
10. Анисимов С. И., Бонч-Бруевич А. М., Ельяшевич М. А. и др. Действие мощных световых потоков на металлы. Ж. техн. физ., 1966, т. 36, стр. 1213.