

УДК 536.2; 519.6

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА ЗАТВЕРДЕВАНИЯ УСИЛЕННОГО НАНОЧАСТИЦАМИ ЭНЕРГОЕМКОГО МАТЕРИАЛА С УЧЕТОМ АККУМУЛЯЦИИ ТЕПЛА

С. Кашани*, А. А. Ранжбар**, М. М. Мадани*,
М. Мастиани***,****, Х. Джалали*

* Филиал Исламского университета Азад в г. Горган, Кордкью, Иран

** Технологический университет г. Бабол, Бабол, Иран

*** Технологический университет г. Урмия, Урмия, Иран

**** Делваро-Афзарская индустриальная газовая компания, Тегеран, Иран

E-mail: S.kashani@kordkuyiau.ac.ir

Численно исследовано влияние дисперсии наночастиц на процесс затвердевания наножидкости Cu — *n*-гексадекан в вертикальной камере при различной температуре ее левой вертикальной стенки. С использованием метода энтальпии пористости определена форма поверхности раздела твердого тела и жидкости. Показано, что полученные усиленные наночастицами энергоемкие материалы имеют бóльшую по сравнению с основным материалом теплопроводность. Изучено влияние температуры стенки и относительного объема наночастицы на твердую фракцию и форму фронта раздела твердой и жидкой фаз. Установлено, что при уменьшении температуры стенки и увеличении относительного объема наночастиц объем твердой фракции увеличивается. Увеличение теплонапряженности усиленных наночастицами энергоемких материалов свидетельствует о возможности применения аккумулирования энергии в различных технологических процессах.

Ключевые слова: наночастица, энергоемкий материал, накопление тепла, естественная конвекция.

Введение. В процессе затвердевания или плавления энергоемкие материалы (ЭМ) могут поглощать и отдавать большое количество скрытой теплоты плавления, поэтому они используются во многих приложениях. Тепловые системы аккумулирования энергии позволяют сберегать ее, что в свою очередь уменьшает негативное воздействие на окружающую среду вследствие невозобновляемого использования энергии. Для того чтобы разработать эффективную и рентабельную систему аккумулирования энергии в виде скрытой теплоты, исследовано большое количество задач, посвященных тепловому аккумулированию и использованию энергии скрытой теплоты плавления.

В настоящее время исследования по сохранению скрытой теплоты для солнечных нагревательных систем продолжают, однако в основном рассматриваются задачи о регенерации выделяемого тепла, регулировании нагрузки при производстве электроэнергии, энергосбережении зданий и кондиционировании воздуха. Выполнен ряд исследований возможности применения ЭМ для нагревания и охлаждения зданий.

В работе [1] с использованием энергетического уравнения в энтальпийной формулировке проведено численное исследование затвердевания чистого *n*-гексадекана в прямоугольной камере. Изучено влияние температуры холодной стенки, начальной температуры жидкости и геометрических размеров камеры на твердую фракцию и форму границы раздела твердой и жидкой фаз. Авторы работы [2] применили метод решения решеточного уравнения Больцмана для решения задач о затвердевании и плавлении. В [3] развита комплексная эффективная численная модель плавления при естественной конвекции, основанная на методе конечного объема и модели преобразования температуры. Предложен новый метод корректировки скорости твердой фазы с явной корректировкой фронта плавления и силы плавучести, который позволяет устранить некоторые несоответствия. В [4] приведен подробный обзор литературы о тепловом аккумулировании энергии и теплообмене и рассмотрены ЭМ. В [5] дана оценка тепловых свойств различных ЭМ, методов повышения теплообмена при проектировании конфигураций устройств хранения тепла, которые будут использоваться в качестве составляющих различных солнечных систем. В работе [6] исследовано влияние различных способов повышения теплового отклика ЭМ, при этом основное внимание уделено изучению скорости фазового превращения и количества сохраненной (восстановленной) скрытой теплоты. В [7] представлен анализ существующих моделей ЭМ, основанный на первом и втором законах термодинамики.

Главный недостаток ЭМ — низкая теплопроводность, обуславливающая уменьшение скорости сохранения тепла и его освобождения в процессах плавления и затвердевания, что ограничивает их применение. Для решения данной задачи проведено большое количество исследований по увеличению теплопроводности органических ЭМ или увеличению производительности теплообмена. Повысить удельную проводимость можно различными способами включая использование наночастиц. Установлено, что усиленные ЭМ имеют более длительные времена плавления и меньшие времена охлаждения. Наличие наночастиц в жидкостях значительно увеличивает эффективную теплопроводность жидкости и, следовательно, улучшает характеристики теплообмена. В работе [8] рассмотрены особенности наножидкостей, такие как повышенный теплообмен, большая теплопроводность, отношение площади поверхности к объему, а также дан обзор экспериментальных и теоретических исследований вынужденной и свободной тепловой конвекции в наножидкостях, их теплофизических свойств и применения. В [9] впервые показано, что функциональность ЭМ улучшается при дисперсии наночастиц: теплопроводность усиленных наночастицами ЭМ выше, чем у основных материалов. В работе [10] исследовано влияние наночастиц на теплообмен в трехмерной камере. В [11] с использованием аналитического (интегрального) подхода решена задача Стефана для одномерной модели наножидкости, подвергшейся замораживанию. В этой работе учитываются скачки изменения теплофизических свойств жидкой и твердой фаз и показано, что время замораживания уменьшается при росте объемной доли наночастиц. Авторы работы [12] изучили возможность использования наножидкости $\text{Al}_2\text{O}_3\text{-H}_2\text{O}$ в качестве ЭМ для аккумулирования тепловой энергии в системах охлаждения. Экспериментальное исследование теплового отклика показывает, что добавление наночастиц Al_2O_3 существенно уменьшает степень переохлаждения воды, приближает время начала замораживания и сокращает время замораживания. Так, при добавлении в замороженную жидкость наночастиц Al_2O_3 с объемной долей 0,2 % полное время замораживания наножидкостей $\text{Al}_2\text{O}_3\text{-H}_2\text{O}$ можно уменьшить на 20,5 %. В [13] проведено численное моделирование фазового превращения и повышения теплообмена в двумерной камере при различных объемных долях наножидкостей $\text{SiC-H}_2\text{O}$.

В настоящей работе исследуется тепловое поведение усиленных наночастицами энергоемких материалов (УНЭМ) при затвердевании в камере. Детально изучено влияние различных параметров на время затвердевания и естественной конвекции. Представлены ре-

Теплофизические характеристики наночастиц меди и основной жидкости (*n*-гексадекан)

Вещество	ρ , кг/м ³	μ , Па·с	c_p , Дж/(кг·К)	k , Вт/(м·К)	d_p , м	λ , Дж/кг	Pr
Наночастицы меди	8954	—	383	400	10 ⁻⁸	—	—
<i>n</i> -гексадекан	780	3,68 · 10 ⁻⁶	4179	0,1505 (жидкая фаза) 0,35 (твердая фаза)	—	228 900	44,06

зультаты расчетов, выполненных при значении температуры холодной стенки $T_w = 0, 5, 10, 15$ °С и объемной доли наночастиц $\varphi = 0; 0,03; 0,08$.

1. Постановка задачи и граничные условия. Рассмотрим квадратную камеру с длиной стороны $L = 6$ см. Будем полагать, что горизонтальная и правая вертикальная стенки являются теплоизолированными ($q = 0$), непроводящими и непроницаемыми, в то время как на левой вертикальной стенке поддерживается постоянная температура $T = T_w$. Сила тяжести действует параллельно активным стенкам в направлении дна. Внутреннее пространство полости заполнено наножидкостью Cu — *n*-гексадекан в качестве ЭМ. Наножидкость, используемая при анализе, является ньютоновской, основная жидкость и наночастицы находятся в тепловом равновесии и между ними отсутствует проскальзывание. Теплофизические характеристики наножидкости, за исключением плотности, которая аппроксимируется моделью Буссинеска, считаются постоянными. Наножидкость представляет собой твердые медные наночастицы ($d_p = 10$ нм), взвешенные в *n*-гексадекане как основной жидкости. Начальная температура равна $T_i = 23,3$ °С, температура левой вертикальной стенки $T_w = 0, 5, 10, 15$ °С. Соответствующие теплофизические характеристики взяты из работ [1, 9, 14] (см. таблицу). В таблице ρ — плотность, μ — динамическая вязкость, c_p — удельная теплопроводность, k — теплопроводность, d_p — диаметр наночастицы, λ — удельная массовая теплота фазовых превращений, Pr — число Прандтля.

2. Управляющее уравнение. Для моделирования фазового превращения УНЭМ в камере с вертикальными волнистыми стенками использовался метод энтальпии пористости [15, 16]. В работе [17] проведено сравнение различных численных методов решения задачи фазового превращения, в которой учитывалась естественная конвекция, связанная с плавлением. Полученные результаты свидетельствуют о том, что энтальпийные методы целесообразно использовать для решения большинства задач фазового превращения, в которых имеется межфазная область. Рассматривая наножидкость в качестве сплошной среды, в которой основная жидкость и твердые наночастицы находятся в состоянии теплового равновесия, управляющие уравнения для УНЭМ можно представить в виде

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0; \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{p_{nf}} \left(- \frac{\partial P}{\partial x} + \mu_{nf} \nabla^2 u \right) + S_x; \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{1}{p_{nf}} \left(- \frac{\partial P}{\partial y} + \mu_{nf} \nabla^2 v + (\rho\beta)_{nf} g(T - T_{ref}) \right) + S_y; \quad (3)$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} + u \frac{\partial H}{\partial x} + v \frac{\partial H}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{k_{nf0} + k_d}{(\rho C_p)_{nf}} \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{k_{nf0} + k_d}{(\rho C_p)_{nf}} \frac{\partial T}{\partial y} \right) - S_h. \quad (4)$$

Плотность наножидкости находим по формуле

$$\rho_{nf} = (1 - \phi)\rho_f + \phi\rho_s.$$

Выражения для теплоемкости наножидкости и части члена Буссинеска запишем в виде

$$\begin{aligned}(\rho c_p)_{nf} &= (1 - \phi)(\rho c_p)_f + \phi(\rho c_p)_s, \\ (\rho\beta)_{nf} &= (1 - \phi)(\rho\beta)_f + \phi(\rho\beta)_s,\end{aligned}$$

где ϕ — объемная доля твердых частиц; нижние индексы f , nf , s соответствуют основной жидкости, наножидкости и твердой фазе. Эффективная динамическая вязкость наножидкости, содержащей разбавленную суспензию небольших твердых сферических частиц, вычисляется по моделям [18]:

$$\frac{\mu_{nf}}{\mu_f} = \frac{1}{1 - 34,87(d_p/d_f)^{-0,3}\varphi^{1,03}}, \quad 0 \leq \varphi \leq 0,08.$$

Здесь $d_f = [6M/(N\pi\rho_{f,o})]^{1/3}$ — эквивалентный диаметр молекулы основной жидкости, M — молекулярная масса основной жидкости; N — число Авогадро; массовая плотность основной жидкости вычислена при температуре $T_0 = 293$ К.

Теплопроводность смеси твердого и жидкого УНЭМ находим по формуле

$$k_{eff} = (k_{nf,liquid} + k_d)f + k_{nf,solid}(1 - f),$$

выражения для теплопроводности покоящейся (нижний индекс 0) наножидкости и эффективной теплопроводности наножидкости запишем в виде [19]

$$\frac{k_{nf0}}{k_f} = \frac{k_s + 2k_f - 2\phi(k_f - k_s)}{k_s + 2k_f + \phi(k_f - k_s)}, \quad k_{eff} = k_{nf0} + k_d. \quad (5)$$

Эксперименты показали, что интенсивность теплообмена наножидкостей увеличивается в большей степени, чем теплопроводность наножидкостей. Это можно объяснить тепловым диспергированием, которое имеет место вследствие случайного движения наночастиц в потоке. В рассматриваемом случае наножидкость полагается однофазной, а дополнительное увеличение интенсивности теплообмена в наножидкостях исследуется с использованием модели диспергирования. Случайное движение наночастиц в потоке создает небольшие возмущения скорости и температуры и составляющая величины теплопроводности вследствие теплового диспергирования имеет вид

$$k_d = C(\rho C_p)_{nf} \sqrt{u^2 + v^2} \phi d_p$$

(эмпирическая константа C оценивается согласно работе [20]).

В уравнениях (2), (4) S — источник, H — удельная энтальпия, определенная как сумма энтальпии $h = h_{ref} + \int_{T_{ref}}^T C_{p,nf} dT$ и изменения энтальпии вследствие фазового превращения; L_{nf} — удельная энтальпия плавления; f — доля жидкости в процессе фазового превращения при температуре $T_s < T < T_l$, определенная следующими соотношениями:

$$f = \begin{cases} 0, & T < T_s, \\ (T - T_s)/(T_l - T_s), & T_s < T < T_l, \\ 1, & T > T_l. \end{cases}$$

Скрытая теплота плавления наножидкости оценивается согласно работе [21]:

$$(\rho L)_{nf} = (1 - \phi)(\rho L)_f.$$

Источник S_h уравнения энергии задается формулой

$$S_h = -\frac{\partial [(\rho L f)_{nf}(1 - f)]}{\partial t}.$$

Член источника в уравнении импульса S имеет вид

$$S_x = A(f)u, \quad S_y = A(f)v,$$

где функция $A(f) = M(1 - f)^2/(f^3 + \varepsilon)$ определяет постепенное уменьшение скорости в вычислительных ячейках, в которых меняется фаза, от конечного значения в жидкости до нуля в твердом теле; $\varepsilon = 0,001$ — малая константа, используемая для того, чтобы избежать деления на нуль; M — константа, определяющая форму фронта плавления. Как правило, константа M имеет большое значение: $M = 10^4 \div 10^7$. В настоящей работе $M = 1,6 \cdot 10^6$.

Используя параметры

$$X = \frac{x}{L}, \quad Y = \frac{y}{L}, \quad U = \frac{uL}{\alpha_f}, \quad V = \frac{vL}{\alpha_f}, \quad P = \frac{pL^2}{\rho_f \alpha_f^2},$$

$$\theta = \frac{T - T_c}{T_h - T_c}, \quad \rho^* = \frac{\rho_n f}{\rho_f}, \quad \mu^* = \frac{\mu_n f}{\mu_f}$$

и граничные условия

$$\begin{aligned} X = 0, \quad 0 < Y < 1: \quad U = V = 0, \quad \theta = 0; \\ Y = 1, \quad 0 < X < 1: \quad U = V = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0; \\ X = 1, \quad 0 < Y < 1: \quad U = V = 0, \quad \theta = 1; \\ Y = 0, \quad 0 < X < 1: \quad U = V = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0, \end{aligned}$$

уравнения (1)–(4) можно привести к безразмерному виду.

Применяя разработанный код и проводя дискретизацию методом конечного объема, решение уравнений (1)–(4) находим с помощью SIMPLE-алгоритма [22], а также схемы первого порядка против потока и метода отсроченной коррекции [23] в интерполяции конвекционного члена. После решения уравнений (1)–(4) на каждом временном шаге массовая доля жидкости пересчитывается с использованием уравнения (5). Вычислительная сетка состояла из $101 \times 101 = 10\,201$ ячеек, временной шаг в вычислениях меньше 0,01 с. Дальнейшее уменьшение размера ячеек сетки и временного шага не приводило к изменению решения этих параметров. Сходимость проверялась на каждом временном шаге с критерием сходимости 10^{-7} для всех переменных.

3. Проверка достоверности модели. В работе [12] выполнено численное моделирование плавления галлия, при этом одна вертикальная стенка была холодной, а противоположная ей стенка — нагретой. Верх и дно были адиабатическими. На рис. 1 показано распространение фронта жидкой фазы, полученное в настоящей работе и в работе [12]. Видно, что результаты достаточно хорошо согласуются.

Для того чтобы исследовать влияние естественной конвекции на процесс затвердевания n -гексадекана, проведено численное моделирование фазовых фронтов при температуре стенки 15°C в течение 6 мин (рис. 2). На рис. 2,б приведена зависимость доли твердой фазы от времени при температуре стенки $T_w = 15^\circ\text{C}$. Видно, что результаты, полученные в [11] и настоящей работе, хорошо согласуются.

4. Результаты исследования и их обсуждение. В проведенном исследовании начиная с момента времени $t = 0$ температура активной левой стенки поддерживалась ниже температуры затвердевания основной жидкости. Поэтому наножидкость охлаждается на левой стенке и фронт твердой фазы перемещается вправо. На рис. 3 показан процесс затвердевания УНЭМ в результате охлаждения жидкости вблизи фазового фронта при температуре стенки $T_w = 10^\circ\text{C}$ и удельном объеме твердых частиц $\varphi = 0,08$. Вблизи

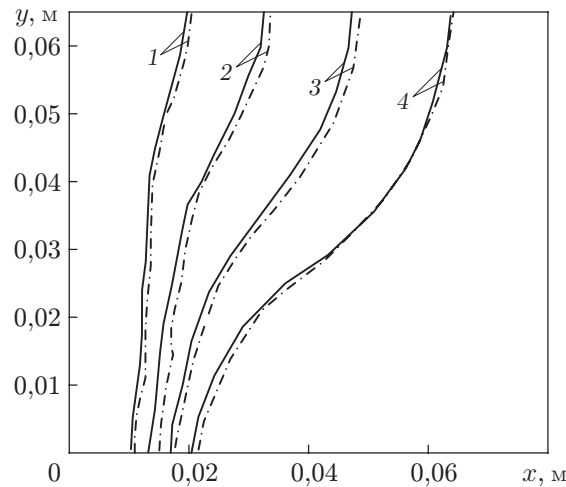


Рис. 1. Положение фронта плавления в различные моменты времени: сплошные линии — данные работы [12], штрихпунктирные — данные настоящей работы; 1 — $t = 3$ мин, 2 — $t = 6$ мин, 3 — $t = 10$ мин, 4 — $t = 15$ мин

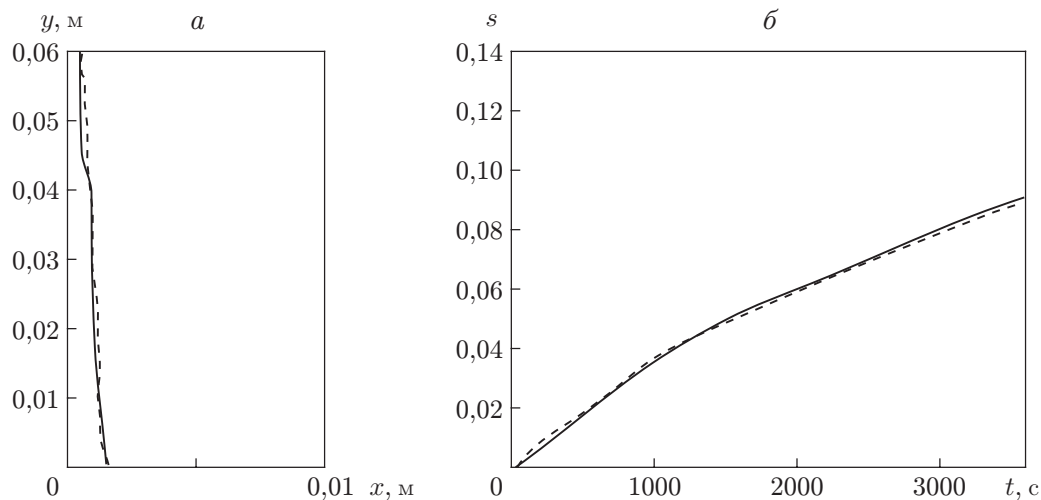


Рис. 2. Положение фронта плавления (а) и зависимость доли твердой фазы от времени (б) при $T_w = 15$ °С: сплошные линии — данные работы [11], штриховые — данные настоящей работы

фазового фронта скорости потока жидкости наибольшие, на противоположной адиабатической стороне стенки скорость течения мала вследствие практически однородной температуры в жидкости. С течением времени конвекция в жидкости становится слабее, поскольку скорость течения уменьшается. В результате при увеличении времени фазовый фронт становится более плоским и горизонтальным. Диспергирование наночастиц способствует дальнейшему затвердеванию, в результате УНЭМ затвердевает медленнее, чем чистый ЭМ. Об этом свидетельствует более быстрое сглаживание изотерм на рис. 3.

На рис. 4 показаны мгновенные линии тока в наножидкости для начальных 10 с. При $t = 0$ линии тока соответствуют естественной конвекции наножидкости без затвердевания. В этом случае хорошо виден вихрь, вращающийся по часовой стрелке. При резком уменьшении температуры холодной стенки до значения, меньшего температуры точки плавления, в результате естественного охлаждения вблизи левой стенки возникает вихрь,

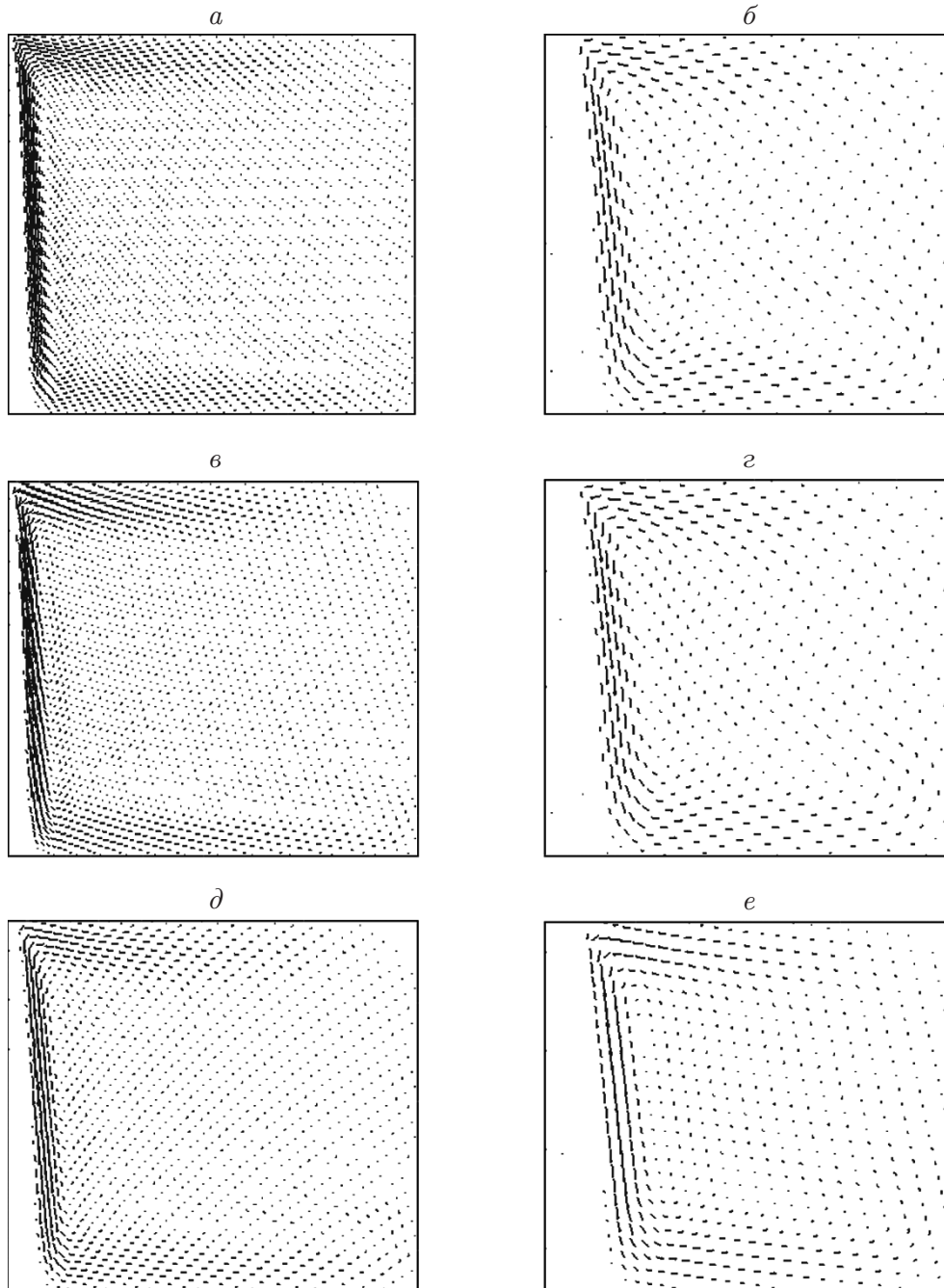


Рис. 3. Поля скорости жидкости при $T_w = 10\text{ }^\circ\text{C}$, $\varphi = 0,08$ и различных значениях времени и объемной доли наночастиц ϕ :
a, в, д — $t = 15$ мин, *б, з, е* — $t = 60$ мин; *a, б* — $\phi = 0$, *в, з* — $\phi = 3\%$, *д, е* — $\phi = 8\%$; *a* — $|\mathbf{v}| = 0,0017$ м/с, *б* — $|\mathbf{v}| = 0,00055$ м/с, *в* — $|\mathbf{v}| = 0,00167$ м/с, *з* — $|\mathbf{v}| = 0,00053$ м/с, *д* — $|\mathbf{v}| = 0,00162$ м/с, *е* — $|\mathbf{v}| = 0,0005$ м/с

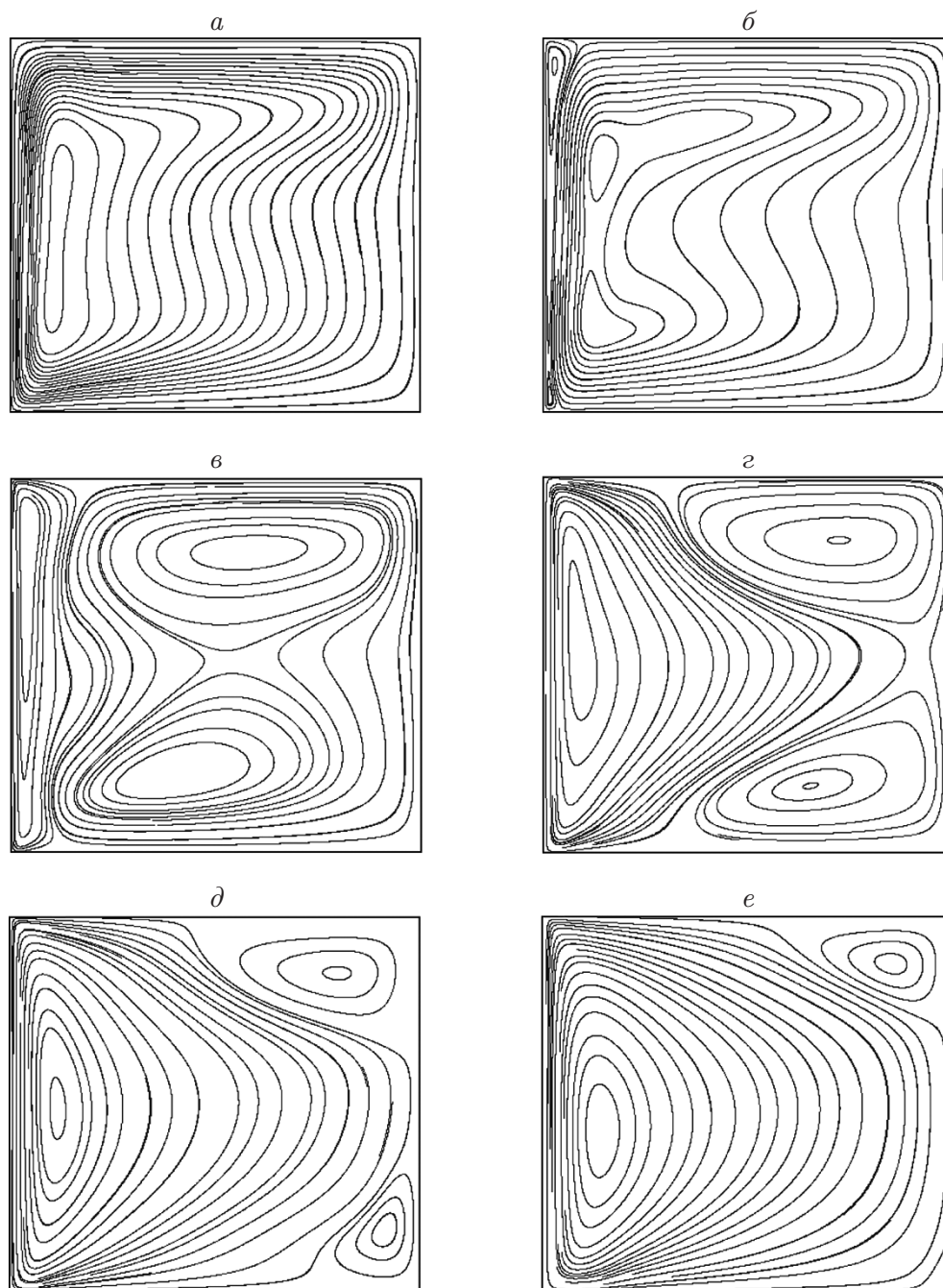


Рис. 4. Линии тока в различные моменты времени в течение начальных 10 с затвердевания наножидкости $\text{Cu} - n$ -гексадекан при $\varphi = 0,08$, $T_w = 10$ °C: $a - t = 0$, $b - t = 1$ с, $c - t = 2$ с, $d - t = 4$ с, $e - t = 6$ с, $e - t = 10$ с

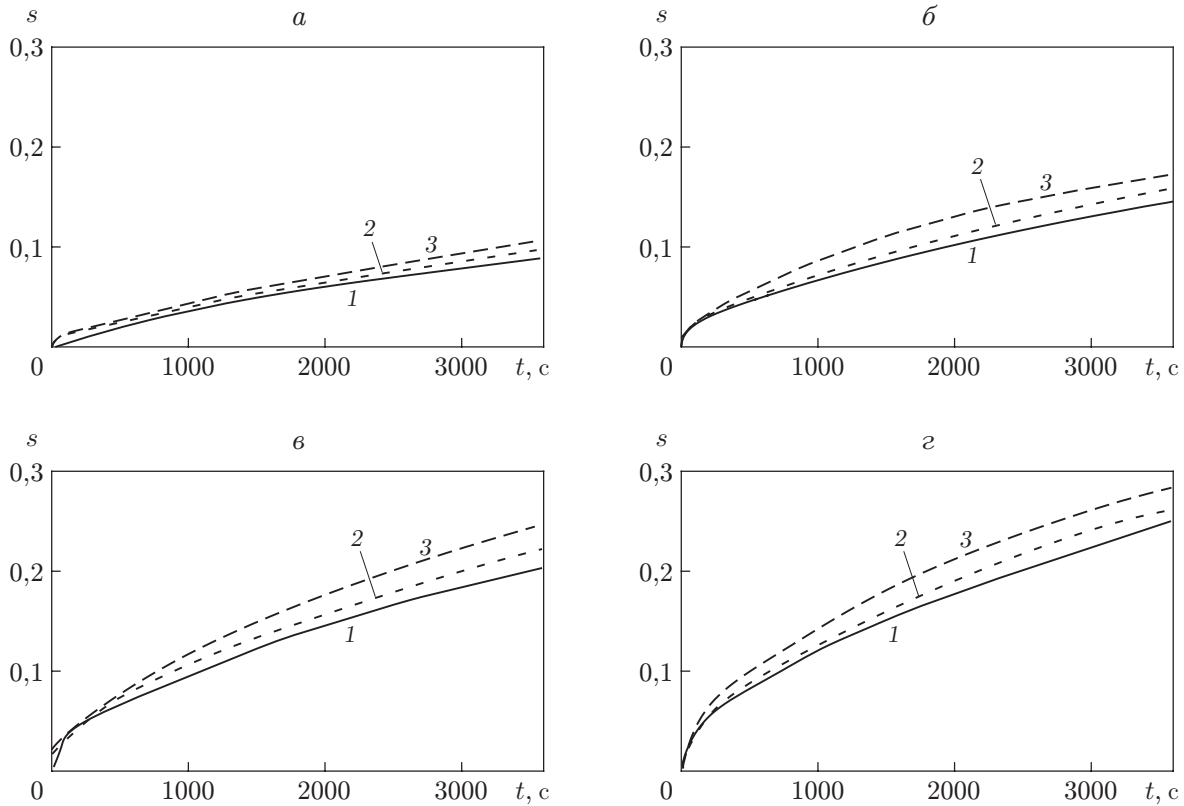


Рис. 5. Зависимость доли твердой фазы от времени при различных значениях температуры стенки и объемной доли наночастиц:
 а — $T_w = 15$ °С, б — $T_w = 10$ °С, в — $T_w = 5$ °С, г — $T_w = 0$ °С; 1 — $\phi = 0$, 2 — $\phi = 3$ %, 3 — $\phi = 8$ %

вращающийся против часовой стрелки. Этот вихрь уменьшает интенсивность и размер вихря, вращающегося по часовой стрелке. Рассмотрим формирование, рост и переход в равновесие вихря, вращающегося против часовой стрелки. В течение 10 с происходит динамическое взаимодействие с первоначально сильным вихрем, вращающимся по часовой стрелке. Приблизительно через 10 с в камере остается один вихрь, вращающийся против часовой стрелки.

На рис. 5 представлена зависимость доли твердой фазы наножидкости s в квадратной камере от времени. Во всех рассмотренных случаях объем жидкости непрерывно уменьшается и слабо зависит от температуры холодной стенки, за исключением стадии завершения процесса затвердевания. Однако объем наножидкости существенно зависит от объемной доли твердых диспергированных наночастиц, что обусловлено увеличением теплопроводности наножидкости по сравнению с основной жидкостью и как следствие уменьшением времени затвердевания.

На рис. 6 показано положение фронта твердой фазы при двух значениях времени и трех значениях начальной температуры. Видно, что большая начальная температура стенки замедляет затвердевание. Также хорошо видно, что доля твердой фазы меньше при $\phi = 0$ и при увеличении объемной доли наночастиц фронт твердой фазы перемещается вправо быстрее.

Для того чтобы дать физическое объяснение явления затвердевания УНЭМ и влияния на него объемной доли наночастиц, на рис. 7 приведены профили температуры в центральном сечении камеры при различных значениях температуры на стенке и объемной доли

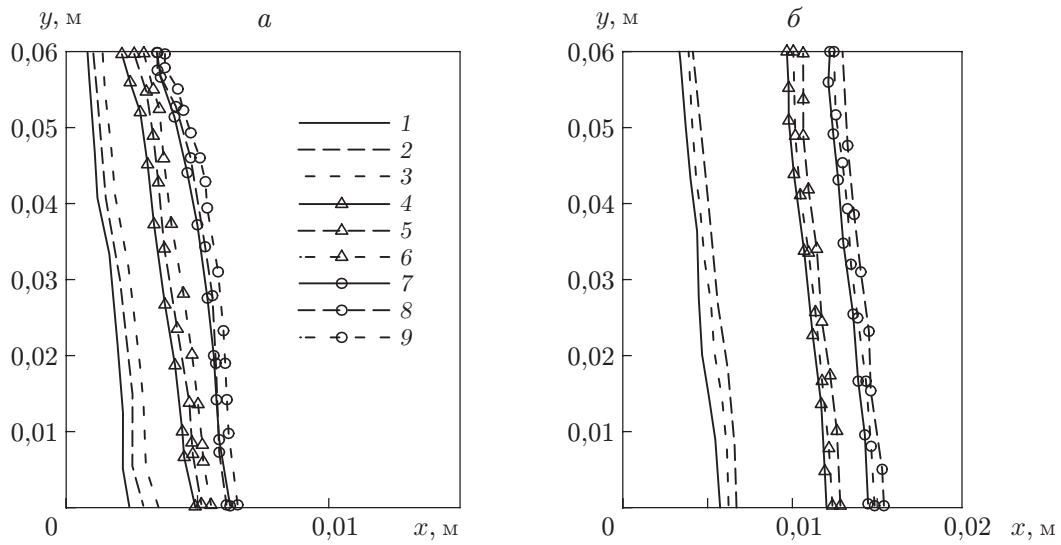


Рис. 6. Положение фронта твердой фазы при $t = 10$ мин (а), $t = 50$ мин (б) при различных значениях начальной температуры стенки и объемной доли наночастиц:
 1 — $T_w = 15 \text{ }^\circ\text{C}$, $\phi = 0$, 2 — $T_w = 15 \text{ }^\circ\text{C}$, $\phi = 3 \%$, 3 — $T_w = 15 \text{ }^\circ\text{C}$, $\phi = 8 \%$, 4 — $T_w = 5 \text{ }^\circ\text{C}$, $\phi = 0$,
 5 — $T_w = 5 \text{ }^\circ\text{C}$, $\phi = 3 \%$, 6 — $T_w = 5 \text{ }^\circ\text{C}$, $\phi = 8 \%$, 7 — $T_w = 0 \text{ }^\circ\text{C}$, $\phi = 0$, 8 — $T_w = 0 \text{ }^\circ\text{C}$, $\phi = 3 \%$,
 9 — $T_w = 0 \text{ }^\circ\text{C}$, $\phi = 8 \%$

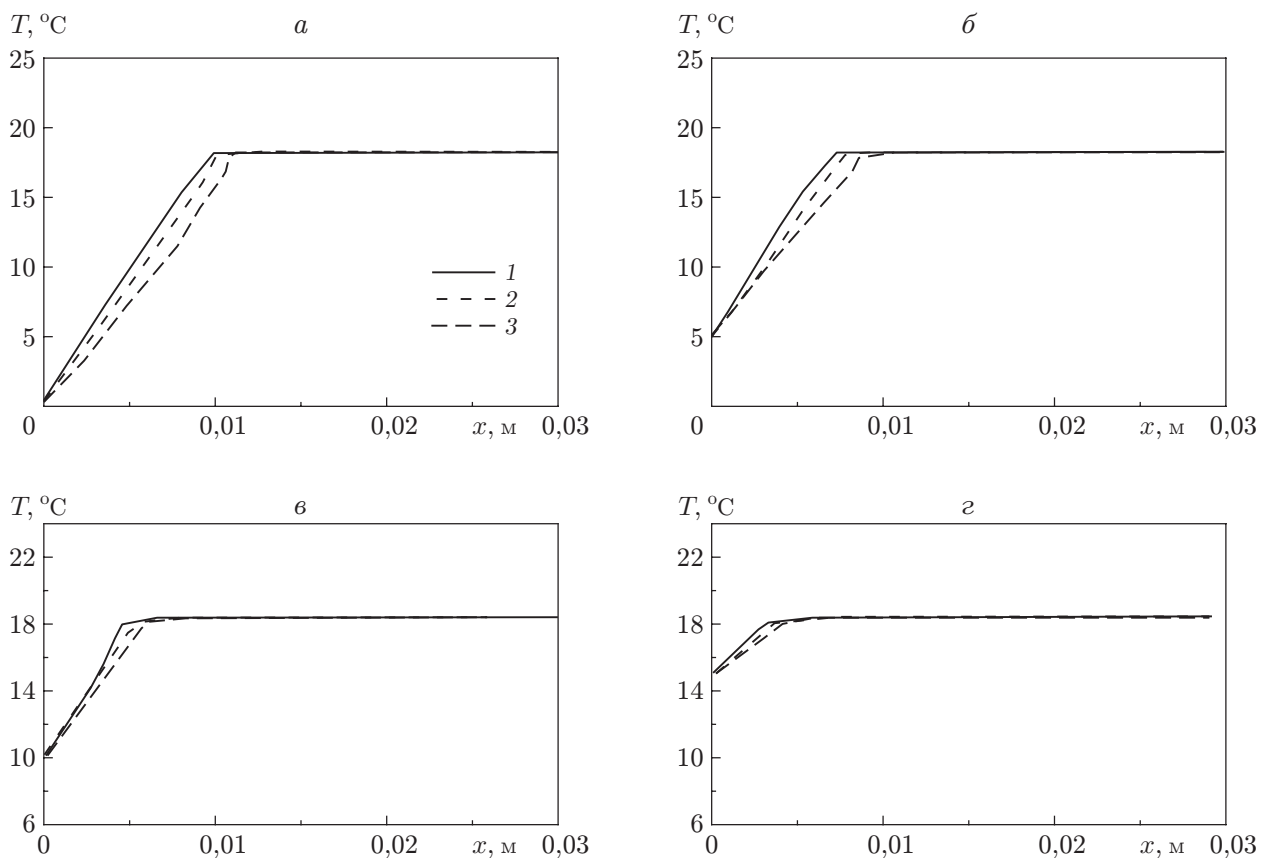


Рис. 7. Профили температуры для момента времени $t = 30$ мин при различных значениях температуры стенки и объемной доли наночастиц:
 а — $T_w = 0 \text{ }^\circ\text{C}$, б — $T_w = 5 \text{ }^\circ\text{C}$, в — $T_w = 10 \text{ }^\circ\text{C}$, г — $T_w = 15 \text{ }^\circ\text{C}$; 1 — $\phi = 0$, 2 — $\phi = 3 \%$, 3 — $\phi = 8 \%$

твердых частиц. На рис. 7 видно, что в области твердой фазы температура существенно уменьшается. Перепад температур в области жидкости вблизи области плавления незначителен, следовательно, естественная конвекция в жидкости также незначительна, и мода кондуктивного теплообмена преобладает и в твердой фазе, и в жидкости. При увеличении объемной доли наночастиц доля твердой фазы увеличивается. Таким образом, падение температуры в УНЭМ будет больше, чем в жидкости ($\phi = 0$).

Заключение. Для изучения влияния наночастиц и температуры холодной стенки проведено численное исследование затвердевания усиленного наночастицами энергоемкого материала в прямоугольной камере. Полученные результаты показывают, что при наличии наночастиц скорость теплообмена существенно увеличивается и при увеличении объемной доли наночастиц продолжает расти. Таким образом, аккумуляирование энергии можно увеличить путем введения подходящей суспензии наночастиц в обычные энергоемкие материалы.

Авторы выражают благодарность М. А. Рамин Резаи за помощь в написании и переводе работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Duan Q., Tan F. L., Leong K. C.** A numerical study of solidification of *n*-hexadecane based on the enthalpy formulation // J. Materials Proc. Technol. 2002. V. 120. P. 249–258.
2. **Semma E., El Ganaoui M., Bennacer R., Mohamad A. A.** Investigation of flows in solidification by using the lattice Boltzmann method // Intern. J. Therm. Sci. 2008. V. 47. P. 201–208.
3. **Wang S., Faghri A., Bergman T. L.** A comprehensive numerical model for melting with natural convection // Intern. J. Heat Mass Transfer. 2010. V. 53. P. 1986–2000.
4. **Zalba B., Marin J., Cabeza L. F., Mehling H.** Review on thermal energy storage with phase change materials, heat transfer and analysis and applications // Appl. Thermal Engng. 2003. V. 23. P. 251–283.
5. **Kenisarin M., Mahkamov K.** Solar energy storage using phase change materials // Renewable Sustainable Energy Rev. 2007. V. 11. P. 1913–1965.
6. **Jegadheeswaran S., Pohekar S. D.** Performance enhancement in latent heat thermal storage system: A review // Renewable Sustainable Energy Rev. 2009. V. 13. P. 2225–2244.
7. **Dutil Y., Rousse D. R., Salah N. B., et al.** A review on phase-change materials, mathematical modeling and simulations // Renewable Sustainable Energy Rev. 2011. V. 15. P. 112–130.
8. **Godson L., Raja B., Lal D. M., Wongwises S.** Enhancement of heat transfer using nanofluids — An overview // Renewable Sustainable Energy Rev. 2010. V. 14. P. 629–641.
9. **Khodadadi J. M., Hosseinizadeh S. F.** Nanoparticle-enhanced phase change materials (NEPCM) with great potential for improved thermal energy storage // Intern. Comm. Heat Mass Transfer. 2007. V. 34. P. 534–543.
10. **Ranjbar A. A., Kashani S., Hosseinizadeh S. F., Ghanbarpour M.** Numerical heat transfer studies of a latent heat storage system containing nano-enhanced phase change material // Thermal Sci. 2011. V. 15. P. 169–181.
11. **Khodadadi J. M., Fan L.** Expedited freezing of nanoparticle-enhanced phase change materials (NEPCM) exhibited through a simple 1-D Stefan problem formulation // ASME. Heat Transfer Conf. Proc. 2009. V. 1. P. 345–351.
12. **Wu S., Zhu D., Li X., et al.** Thermal energy storage behavior of Al₂O₃-H₂O nanofluids // Thermochim. Acta. 2009. V. 483. P. 73–77.

13. **Zhu D. S., Wu S. Y., Yang S.** Numerical simulation on thermal energy storage behavior of SiC–H₂O nanofluids // Energy Sources Recovery Utilizat Environment Effect. 2011. V. 33. P. 1317–1325.
14. **Khanafar K., Vafai K., Lightstone M. L.** Buoyancy-driven heat transfer enhancement in a two-dimensional enclosure utilizing nanofluids // Intern. J. Heat Mass Transfer. 2003. V. 19. P. 3639–3653.
15. **Brent A. D., Voller V. R., Reid K. J.** Enthalpy-porosity technique for modeling convection-diffusion phase change: application to the melting of a pure metal // Numer. Heat Transfer. Pt A: Appl. 1988. V. 13. P. 297–318.
16. **Gong Z. X., Devahastin S., Mujumdar A. S.** Enhanced heat transfer in free convection-dominated melting in a rectangular cavity with an isothermal vertical wall // Appl. Thermal Engng. 1999. V. 19. P. 1237–1251.
17. **Bertrand O., Binet B., Combeau H., et al.** Melting driven by natural convection: A comparison exercise: first results // Intern. J. Thermal Sci. 1999. V. 38. P. 5–26.
18. **Corcione M.** Heat transfer features of buoyancy-driven nanofluids inside rectangular enclosures differentially heated at the sidewalls // Intern. J. Thermal Sci. 2010. V. 49. P. 1536–1546.
19. **Maxwell J.** A treatise on electricity and magnetism. Cambridge: Oxford Univ. Press, 1904.
20. **Wakao N.** Heat and mass transfer in packed beds / N. Wakao, S. Kaguei. N. Y.: Gordon and Breach Sci. Publ., 1982.
21. **Khodadadi J. M., Zhang Y.** Effects of buoyancy-driven convection on melting within spherical containers // Intern. J. Heat Mass Transfer. 2001. V. 44, N 8. P. 1605–1618.
22. **Patankar S. V.** Numerical heat transfer and fluid flow. N. Y.: McGraw-Hill, 1980.
23. **Ferziger J. H.** Computational methods for fluid dynamics / J. H. Ferziger, M. Peric. N. Y.: Springer, 2002.

*Поступила в редакцию 30/V 2011 г.,
в окончательном варианте — 24/IV 2012 г.*
