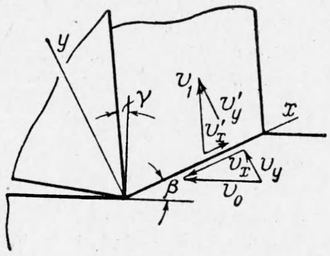
УСЛОВИЕ ДЕФОРМАЦИИ ЖЕСТКО-ПЛАСТИЧЕСКОГО ТЕЛА В ОДНОЙ ПЛОСКОСТИ ПРИ ОТДЕЛЕНИИ СТРУЖКИ

В. И. Садчиков (*Томск*)

Пусть полубесконечное жестко-пластическое тело движется равномерно со скоростью v_0 и взаимодействует с абсолютно твердым неподвижным клином (фигура). В некоторой части неподвижного пространства, заполненного движущимися и напряженными до предела текучести частицами этого тела, будет происходить непрерывная пластическая деформация, в результате которой от тела будет отделяться стружка и перемещаться по передней грани клина с постоянной скоростью v_1. Требуется найти условие, при котором деформация будет локализована в одной плоскости.

Такая задача является одной из технологических задач об установившемся пластическом течении; она имеет практическое значение для изучения деформации металла при резании. За последние 10—15 лет задача резания решалась, например, Д. Друкером [1], Ли и Шаффером [2], Хиллом [3] и др. Обзор наиболее популярных исследований и новые варианты решения этой задачи даны в работах [4, 5]. В большей части из этих работ предполагалось, что тело, деформируемое в одной плоскости, является идеально жестко-пластическим, в других работах оно наделялось свойствами вязкости и упрочнения. Во всех работах решения проводились на основе уравнений равновесия, т. е. в компонентах ускорения элемента среды, проходящего через зону деформации, полагалась равной нулю не только локальная часть, но и трансляционная. Такой подход к этой задаче не дал возможности найти условие, при котором деформация может быть локализована в одной плоскости, так как это условие определяется состоянием упрочнения и инерционным напряжением.



Для того чтобы найти это условие, заменим в системе уравнений квазистатического плоского течения жестко-пластического тела [6] уравнения равновесия уравнениями движения и предел текучести в условии пластичности Мизеса будем считать переменной величиной. Тогда система уравнений примет вид

$$\frac{\partial\sigma_x}{\partial x}+\frac{\partial\tau_{xy}}{\partial y}=\rho\left(\frac{\partial v_x}{\partial x}v_x+\frac{\partial v_x}{\partial y}v_y\right)$$

$$\frac{\partial\sigma_y}{\partial y}+\frac{\partial\tau_{xy}}{\partial x}=\rho\left(\frac{\partial v_y}{\partial x}v_x+\frac{\partial v_y}{\partial y}v_y\right)\qquad\text{(уравнения движения)}$$

$$\frac{\partial v_x/\partial x}{\sigma_x-\sigma}=\frac{\partial v_y/\partial y}{\sigma_y-\sigma}=\frac{\partial v_y/\partial x+\partial v_x/\partial y}{2\tau_{xy}}\qquad\text{(закон течения)}\qquad(1)$$

$$\frac{\partial v_x}{\partial x}+\frac{\partial v_y}{\partial y}=0\qquad\text{(условие несжимаемости)}$$

$$(\sigma_x-\sigma_y)^2+4\tau_{xy}^2=4I^2\qquad\text{(условие пластичности)}$$

Здесь σ_x, σ_y и τ_{xy} — компоненты напряжения, σ — среднее нормальное напряжение, I — предел текучести, v_x и v_y — составляющие скорости и ρ — плотность среды.

Предполагая, что деформирование при отделении стружки осуществляется в одной плоскости, найдем условия для скоростей и напряжений на нижней и верхней сторонах этой плоскости.

Как следует из фигуры, в системе декартовых координат x, y, изображенной на этой фигуре, касательные и нормальные составляющие скоростей определяются соотношениями: на нижней стороне плоскости деформации

$$v_x=-v_0\cos\beta,\qquad v_y=v_0\sin\beta\qquad(2)$$

на верхней ее стороне

$$v_x'=v_1\sin(\beta-\gamma),\qquad v_y'=v_1\cos(\beta-\gamma)\qquad(3)$$

где β — угол между плоскостью деформации и горизонталью, γ — угол между передней гранью резца и вертикалью. Плоскость деформации в поле скоростей является плоскостью разрыва, вдоль которой нормальная составляющая скорости должна быть непрерывной, поэтому $v_y = v_y'$ и

$$v_0 \sin \beta = v_1 \cos (\beta - \gamma) \tag{4}$$

Касательная составляющая скорости поперек плоскости деформации терпит разрыв, равный

$$v_x' - v_x = v_1 \sin (\beta - \gamma) + v_0 \cos \beta = v_0 \frac{\cos \gamma}{\cos (\beta - \gamma)} \tag{5}$$

Таким образом, составляющая скорости v_y сохраняет постоянное значение, равное, например, $v_0 \sin \beta$ всюду в поле скоростей, а составляющая скорости v_x изменяется только при переходе через плоскость деформации. Для зоны деформации

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} = \frac{\partial v_y}{\partial x} = \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0 \tag{6}$$

и $\partial v_x / \partial y$ не существует.

В силу (6) условие несжимаемости системы (1) тождественно удовлетворяется; закон течения, второе уравнение движения и условие пластичности устанавливают, что

$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma = f(x) \tag{7}$$

и что

$$|\tau_{xy}| = I \tag{8}$$

и не зависит от координаты x.

Таким образом, среднее нормальное напряжение изменяется только вдоль плоскости деформации, а касательное напряжение поперек этой плоскости.

Плоскость разрыва в поле скоростей можно рассматривать как предельный случай тонкого слоя, заключенного между параллельными плоскостями и дающего непрерывный переход от поля скоростей деформируемого тела к полю скоростей стружки. Для такого слоя условия от (2) до (6) сохраняют силу и производная от v_x по y существует. При этом первое уравнение движения системы (1) принимает вид

$$\frac{d\tau_{xy}}{dy} - \rho \frac{dv_x}{dy} v_y = - \frac{d\sigma}{dx} \tag{9}$$

Это равенство возможно лишь в том случае, если и левая, и правая части его представляют одну и ту же постоянную k

$$\frac{d\tau_{xy}}{dy} - \rho \frac{dv_x}{dy} v_y = k, \qquad - \frac{d\sigma}{dx} = k \tag{10}$$

Обозначим ширину тонкого слоя буквой h и проинтегрируем первое уравнение из (10) от начального деформированного состояния на нижней границе этого слоя, где $y = y_0$, $\tau_{xy} = \tau_0$ и $v_x = - v_0 \cos \beta$, до окончательного деформированного состояния на верхней границе, где $y = y_0 + h$, $\tau_{xy} = \tau_1$ и $v_x = v_1 \sin (\beta - \gamma)$. Тогда будем иметь

$$hk = \tau_1 - \tau_0 - \rho v_0^2 \frac{\sin \beta \cos \gamma}{\cos (\beta - \gamma)} \tag{11}$$

При $h \to 0$ каждая из переменных, входящих в это равенство, будет стремиться к соответствующей величине при деформировании в одной плоскости, а условие (11), записанное в тех же обозначениях, примет вид

$$\tau_1 - \tau_0 = \rho v_0^2 \frac{\sin \beta \cos \gamma}{\cos (\beta - \gamma)} \tag{12}$$

где τ_1 и τ_0 — касательные напряжения, действующие соответственно по верхней и нижней сторонам плоскости деформации. Правая часть полученного равенства представляет инерционное напряжение.

Так как $|\tau_1| > |\tau_0|$ и для возможных β и γ правая часть равенства (12) — положительная величина, то $\tau_1 > 0$ и $\tau_0 > 0$. Тогда в силу (8) касательные напряжения τ_0 и τ_1 равны соответственно пределам текучести начального и окончательного деформированных состояний, т. е. $\tau_0 = I_0$ и $\tau_1 = I_1$. Кроме того, соотношение

$$\varepsilon_{xy} = \frac{v_x' - v_x}{v_y} = \frac{\cos \gamma}{\sin \beta \cos (\beta - \gamma)}$$

является компонентой сдвига и определяет степень деформации материала. При этом условию (12) может быть придана форма

$$I_1 = I_0 + \rho v_0^2 \varepsilon_{xy} \sin^2 \beta \qquad (13)$$

Соотношения (12) и (13)—различные формы необходимого условия деформации стружкообразования жестко-пластического тела в одной плоскости. Они показывают, что при таком виде деформации упрочнение среды равно инерционному напряжению и выражают связь между геометрическими характеристиками задачи, скоростью v_0, мерой деформации и упрочнением среды.

Из соотношения (11) следует, что в жестко-пластической среде с произвольной степенью упрочнения деформация стружкообразования в одной плоскости невозможна, так как в этом случае $h \neq 0$. Соотношение (13) показывает, что такая деформация невозможна и в идеально жестко-пластической среде, так как при $I_1 = I_0$ величина $\rho v_0^2 \varepsilon_{xy} \sin^2 \beta = 0$. Следовательно, все решения [1-5] задачи резания о деформации в одной плоскости как идеально жестко-пластического тела, так и жестко-пластического тела с произвольной степенью упрочнения оказались построенными на несовместных предпосылках.

При решении задач об установившемся пластическом течении с разрывным полем скоростей обычно используются уравнения равновесия. Пример решения задачи резания показал, что такое использование этих уравнений не оправдано, учет инерционной силы коренным образом изменил представления об этой задаче.

Поступила 5 XI 1962

ЛИТЕРАТУРА

1. Drucker D. C. An Analysis of the Mechanics of Metal Cutting. Journal of Applied Physics, 1949, vol. 20, No. 11.
2. Ли Е. и Шаффер Б. Применение теории пластичности к проблемам механической обработки металлов, ИЛ, Механика, 1952, № 5.
3. Hill R. The Mechanics of Machining: A New Approuch. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 1954, vol 3, No. 1.
4. Shaw M., Cook N., Finnie I. The shear — Angle Relationship in Metal Cutting. Transactions of the ASME, 1953, vol. 75, No. 2.
5. Кобаяси и Томсен. Анализ процесса резания металлов. ИЛ, Тр. америк. общества инженеров-механиков. Конструирование и машиностроение, 1962, № 1.
6. Хилл Р. Математическая теория пластичности. М., Госиздат, 1956.

ПРИСПОСОБЛЯЕМОСТЬ ТОЛСТОСТЕННЫХ ТРУБ ПРИ НЕРАВНОМЕРНОМ НАГРЕВЕ

Д. А. Гохфельд, П. И. Ермаков (*Челябинск*)

Задача о прочности толстостенной трубы при повторных воздействиях внутреннего давления и температурного поля имеет значение для энергомашиностроения и некоторых других областей техники [1]. Ниже рассматривается решение этой задачи на основе теории приспособляемости. Как известно, эта теория позволяет, исходя из допущения об идеальной пластичности, определить условия, при которых повторные нагружения не будут приводить к знакопеременной или нарастающей пластической деформации. При ограниченном числе циклов, характерном для термоциклической нагрузки, отсутствие повторной пластической деформации может с некоторым приближением рассматриваться как условие прочности. Ползучесть и релаксация в данной работе не учитываются; предполагается, что длительность пребывания трубы в условиях высокой температуры относительно невелика.

1. Основные уравнения. Рассмотрим напряжения в длинном полом цилиндре с днищами. Для дальнейшего удобно использовать безразмерные величины; в частности, в приводимых ниже выражениях напряжения отнесены к значению предела текучести при некоторой начальной температуре.

Напряжения от внутреннего давления в трубе равны [2]

$$\sigma_r = p\left(1 - \frac{1}{\rho}\right), \quad \sigma_\theta = p\left(1 + \frac{1}{\rho}\right), \quad \sigma_z = p \quad \left(p = \frac{p_a}{\sigma_s}\frac{k}{1-k}, \ \rho = \frac{r^2}{b^2}, \ k = \frac{a^2}{b^2}\right) \qquad (1.1)$$

Здесь p — параметр нагрузки; p_a — внутреннее давление; a, b, r — внутренний, наружный и текущий радиусы соответственно.