

УДК 539.374

АНИЗОТРОПНОЕ УПРОЧНЕНИЕ ОРТОТРОПНОГО МАТЕРИАЛА

В. М. Жигалкин¹, Б. А. Рычков²

¹ *Институт горного дела СО РАН, 630091 Новосибирск*

² *Институт автоматики АН Киргизской республики, 720075 Бишкек*

Дается анализ экспериментальных результатов, полученных при испытании тонкостенных трубчатых образцов циркониевого сплава при двухосном растяжении и приведенных в [1]. Выявлены закономерности развития упругопластических деформаций и деформационного упрочнения сплава при пропорциональном нагружении, позволившие отнести его к ортогонально-анизотропным материалам и моделировать смену различных деформированных состояний определенной последовательностью локальных скольжений по площадкам главных касательных напряжений.

1. При пропорциональных нагружениях в [1] представлены данные испытаний семи образцов при различных отношениях главных напряжений — осевого (вдоль образующей цилиндра) σ_z к окружному σ_φ ($k_\sigma = \sigma_z/\sigma_\varphi$). Рис. 1 и 2 иллюстрируют результаты этих испытаний в виде диаграмм деформирования $\sigma_z = \sigma_z(\varepsilon_z)$ и $\sigma_\varphi = \sigma_\varphi(\varepsilon_\varphi)$ соответственно. Для каждой из диаграмм указаны отношение k_σ и номер испытанного образца.

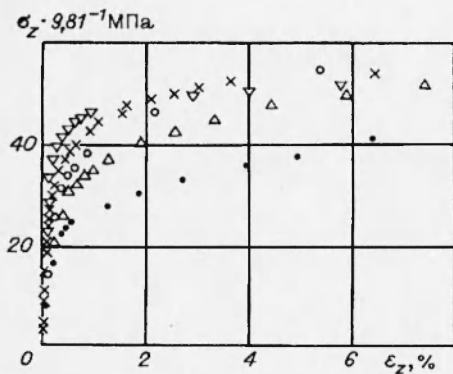


Рис. 1

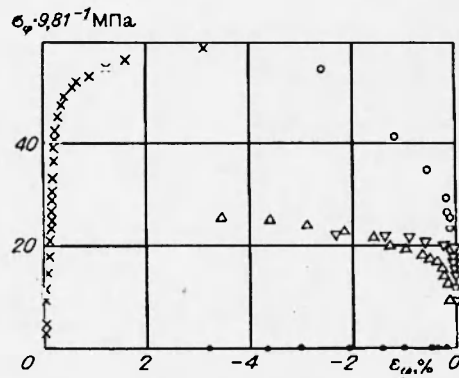


Рис. 2

Данные опытов свидетельствуют о наличии начальной анизотропии упругих деформационных и прочностных свойств. Для установления упругой анизотропии использованы результаты испытаний при равном двухосном растяжении $\sigma_z = \sigma_\varphi$ ($k_\sigma = 1$) и двухосном растяжении $\sigma_z = 0,5\sigma_\varphi$ ($k_\sigma = 0,5$), эквивалентном напряженному состоянию чистого сдвига с наложенным гидростатическим давлением. При этих напряжениях четко выделяются начальные линейные участки диаграмм деформирования. Из точек отсчета на таких участках в качестве исходных данных были выбраны следующие напряжения и деформации: $\sigma_z = 11,14 \cdot 9,81$ МПа, $\sigma_\varphi = 11,18 \cdot 9,81$ МПа, $\varepsilon_z = 0,042\%$, $\varepsilon_\varphi = 0,074\%$ при $k_\sigma = 0,5$;

$\sigma_z = 11,59 \cdot 9,81$ МПа, $\sigma_\varphi = 27,90 \cdot 9,81$ МПа, $\varepsilon_z = 0,030\%$, $\varepsilon_\varphi = 0,199\%$ при $k_\sigma = 1$. Определены упругие постоянные, входящие в обобщенный закон Гука [2]:

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E_z} \sigma_z - \frac{\nu_{\varphi z}}{E_\varphi} \sigma_\varphi, \quad \varepsilon_\varphi = \frac{1}{E_\varphi} \sigma_\varphi - \frac{\nu_{z\varphi}}{E_z} \sigma_z \quad (1.1)$$

(E_z , E_φ , $\nu_{z\varphi}$, $\nu_{\varphi z}$ — упругие постоянные материала, характеризующие ортотропию материала и имеющие смысл модулей Юнга и коэффициентов Пуассона).

Найденные из соотношений (1.1) упругие постоянные материала (при принятых исходных данных) с точностью до 5% удовлетворяют равенству

$$E_z \nu_{\varphi z} = E_\varphi \nu_{z\varphi}. \quad (1.2)$$

Из (1.2) следует, что эти постоянные являются главными, а испытываемые образцы обладают тремя ортогональными плоскостями упругой симметрии материала, направленными вдоль оси образца z , по касательной к образующей цилиндра φ и по направлению радиуса r . Направления z , φ , r также являются главными.

На основании изложенного для дальнейших расчетов окончательно было принято:

$$\begin{aligned} E_z &= 21000 \cdot 9,81 \text{ МПа}, & \nu_{\varphi z} &= 0,118, \\ E_\varphi &= 13000 \cdot 9,81 \text{ МПа}, & \nu_{z\varphi} &= 0,190. \end{aligned} \quad (1.3)$$

С использованием (1.3) вычислены значения компонент пластической деформации (Γ_z и Γ_φ) при осевом растяжении, которые определялись как разность между величинами деформаций ε_z и ε_φ и их упругими составляющими по закону Гука (1.1). Данные приведены в табл. 1. Как видно из таблицы, пластические деформации в первых пяти точках таковы, что

$$\Gamma_z \approx -\Gamma_\varphi. \quad (1.4)$$

Таблица 1

N	$\sigma_z \cdot 9,81$	$\sigma_\varphi \cdot 9,81$	ε_z	$-\varepsilon_\varphi$	Γ_z	$-\Gamma_\varphi$	$\Gamma_z - \Gamma_\varphi $	$\Delta(\Gamma_z - \Gamma_\varphi)$
	МПа		%					
1	8,47	0	0,107	0,0066	0,066	0,001	0,065	
2	16,42	0	0,250	0,162	0,172	0,147	0,025	-0,040
3	22,25	0	0,413	0,330	0,307	0,310	-0,003	-0,028
4	23,31	0	0,487	0,382	0,376	0,361	0,015	0,018
5	24,34	0	0,533	0,430	0,417	0,408	0,009	-0,006
6	27,55	0	1,300	0,980	1,169	0,955	0,214	0,205
7	30,20	0	1,920	1,413	1,776	1,386	0,390	0,176
8	32,90	0	2,730	2,040	2,573	2,010	0,563	0,173
9	35,76	0	4,013	3,000	3,843	2,968	0,875	0,312
10	37,98	0	4,950	3,660	4,769	3,626	1,143	0,268
11	38,67	0	6,380	4,770	6,196	4,735	1,461	0,318

Примечание. N — номер точки отсчета в эксперименте.

Следовательно, пластическая деформация в радиальном направлении $\Gamma_r = 0$. Это означает, что действие напряжения $\sigma_z > 0$ вызывает появление и развитие пластических деформаций чистого сдвига (1.4), очевидно, только за счет локальных скольжений, группирующихся в начальный момент около направления действия максимального касательного напряжения $\tau_{z\varphi}$.

Дальнейший рост напряжения σ_z приводит к тому, что $\Gamma_z > |\Gamma_\varphi|$, причем приращение разности $\Gamma_z - |\Gamma_\varphi|$ от точки к точке отсчета остается приблизительно постоянным до 9-й точки, затем увеличивается примерно в 1,8 раза и остается почти неизменным до конечного напряжения. Такое изменение соотношения между компонентами пластической деформации Γ_z и Γ_φ можно объяснить последовательным «включением» в работу площадок скольжения [3] T_{ij} ($i, j = z, \varphi, r$), т. е. площадок, по которым действуют главные касательные напряжения.

2. Считается [4], что пределы текучести анизотропных материалов при различных напряженных состояниях целесообразно определять по некоторому допуску на наибольшую главную пластическую деформацию, поскольку у таких материалов отсутствует «единая» диаграмма упрочнения в каких-либо обобщенных координатах. У рассматриваемого циркониевого сплава при $\infty \geq k_\sigma \geq 1$ в качестве такого допуска принимается $\Gamma_z = 0,1\%$, когда, судя по диаграммам деформирования (рис. 1), процесс развития пластической деформации можно считать установившимся. Кроме того, для этого материала при указанных напряженных состояниях в малой окрестности такого условного предела текучести имеет место соотношение (1.4), т. е. скольжения вначале возникают по площадке $T_{z\varphi}$. Из диаграмм на рис. 1 также следует, что предел текучести σ_z^T в состоянии чистого сдвига ($k_\sigma = 2$) примерно в 1,2 раза больше, чем при осевом растяжении ($k_\sigma = \infty$), при котором получено

$$\sigma_z^T \approx 10 \cdot 9,81 \text{ МПа} \quad (k_\sigma = \infty). \quad (2.1)$$

Это первый из пределов текучести в одном из трех главных направлений. В двух других главных направлениях такие пределы были определены следующим образом.

Напряженное состояние, при котором только напряжение σ_φ отлично от нуля, осуществить не удалось из-за того, что используемая испытательная установка не приспособлена для сжатия образцов. Поэтому вначале были проанализированы данные испытания образца № 6605, который нагружался в состоянии, близком к чистому сдвигу ($k_\sigma \approx 0,5$). У этого образца заметное приращение компоненты пластической деформации Γ_φ отмечено при напряжении $\sigma_\varphi \approx 38 \cdot 9,81 \text{ МПа}$. Допустим, что соотношение между пределами текучести при $k_\sigma = 0,5$ и 0 (при допуске $\Gamma_\varphi = 0,1\%$) такое же, как отмеченное выше между пределами текучести σ_z^T при $k_\sigma = 2$ и ∞ . В результате

$$\sigma_\varphi^T \approx 32 \cdot 9,81 \text{ МПа} \quad (k_\sigma = 0). \quad (2.2)$$

Из экспериментальных исследований известно, что при нагружениях, осуществляемых по главным направлениям ортотропного материала, для него справедливо [5] квадратичное условие текучести Мизеса [6]:

$$H_0(\sigma_z - \sigma_\varphi)^2 + F_0(\sigma_\varphi - \sigma_r)^2 + G_0(\sigma_r - \sigma_z)^2 = 1 \quad (2.3)$$

(H_0, F_0, G_0 — параметры, характеризующие начальную анизотропию материала).

Предел текучести σ_r^T экспериментально определить невозможно. Поэтому обычно используют ассоциированный с условием (2.3) закон текучести, из которого вытекает [7]

$$\frac{1}{(\sigma_r^T)^2} - \frac{1}{(\sigma_\varphi^T)^2} + \frac{1 - 2\nu_{\varphi z}}{(\sigma_z^T)^2}.$$

Подставляя в это соотношение уже известные параметры материала, получим

$$\sigma_r^T = 10,77 \cdot 9,81 \text{ МПа} \quad (\sigma_z = \sigma_\varphi = 0). \quad (2.4)$$

Используя найденные таким образом пределы текучести (по главным направлениям) (2.1), (2.2) и (2.4), на основании (2.3) определим параметры начальной анизотропии:

$$H_0 = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{(\sigma_z^T)^2} + \frac{1}{(\sigma_\varphi^T)^2} - \frac{1}{(\sigma_r^T)^2} \right],$$

$$F_0 = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{(\sigma_z^T)^2} + \frac{1}{(\sigma_r^T)^2} - \frac{1}{(\sigma_\varphi^T)^2} \right], \quad G_0 = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{(\sigma_r^T)^2} + \frac{1}{(\sigma_z^T)^2} - \frac{1}{(\sigma_\varphi^T)^2} \right].$$

3. Квадратичное условие текучести (2.3) характеризует изотропную, но различную в каждой плоскости симметрии начальную поверхность нагружения ортотропного материала (т. е. отражает так называемую нормальную анизотропию [5]). Однако при произвольных нагружениях наблюдаются [5] отклонения от условия (2.3). Это подтверждается также для рассматриваемого материала приведенным выше сопоставлением при разных видах напряженного состояния пределов текучести σ_z^T , не укладывающихся в зависимость (2.3). В частности, при двухосном растяжении его прочность существенно выше, чем при одноосном нагружении.

Подобное значительное и устойчивое повышение двухосной прочности наблюдалось и у листового материала из титанового сплава [8], у которого предел текучести при равном двухосном растяжении превысил предел текучести при одноосном растяжении примерно в 1,35 раза. Чтобы описать такое упрочнение, связанное с текстурой материала, в [5] предложен частный критерий текучести для плоскости с анизотропией в этой плоскости. Вместо квадратичной вводится однородная функция текучести произвольной дробной степени. В качестве исходных данных принимается именно напряжение текучести при равном двухосном растяжении, а также напряжение текучести при чистом сдвиге параллельно оси ортотропии. Кроме того, состояние материала характеризуется еще тремя материальными параметрами, связанными с формой поверхности текучести.

Обзор разнообразных критериев текучести для начально-анизотропных материалов содержится в [9]; поиск наиболее приемлемых критериев в каждом конкретном случае продолжается. В [4] указывается, что для описания экспериментально определенной поверхности текучести общепотребительных (анизотропных) металлов требуется уравнение, по меньшей мере, шестой степени относительно напряжений, либо подобное уравнение можно представить в форме анизотропной теории второго и третьего инварианта тензора напряжений.

Считается [4], что такой подход не является практичным. Во всех этих случаях не учитывается в должной мере характер пластической деформации в начальной ее фазе. Между тем это имеет принципиальное значение; как было показано выше на примере данных испытания сплава Э-110, возникновение пластической деформации можно интерпретировать как результат начала скольжений по площадкам главных касательных напряжений. Моделирование механизма пластической деформации на основе концепции скольжения дает положительный эффект и при формулировке законов упрочнения [3]. При сложном нагружении анизотропных материалов необходимо учитывать своеобразное проявление эффекта Баушингера, наблюдавшееся, например, при испытании образца № 6611.

4. Осуществленное сложное нагружение образца № 6611 (рис. 3) состоит из четырех этапов: 1) осевое растяжение до напряжения $\sigma_z^* = 28,076 \cdot 9,81$ МПа, 2) двухосное растяжение при $\sigma_z = \text{const}$ такое, что при догрузке напряжением σ_φ конечное его значение стало больше σ_z^* примерно в 1,8 раза, 3) разгрузка σ_φ ($\sigma_z = \sigma_z^*$), 4) возобновление осевого растяжения ($\sigma_z > \sigma_z^*$, $\sigma_\varphi = 0$).

В конце 1-го этапа нагружения $\Gamma_z = 0,839\%$, $\Gamma_\varphi = -0,615\%$ (на рис. 3 точка А, светлые кружки). Сравнение с данными образца № 6604 ($k_n = \infty$, темные кружки) показывает, что упрочнение образца № 6611 на участке одноосного растяжения больше, чем у предыдущего. При обработке экспериментальных результатов в подобных случаях вводится [3] коэффициент приведения к номинальной диаграмме k_n , чтобы при одной и той же пластической деформации напряжение конкретного образца, умноженное на коэффициент k_n , и напряжение образца, принятое в качестве номинального, примерно совпадали. Такое совмещение рассматриваемого участка кривой упрочнения образца № 6611 с диаграммой напряжений образца № 6604 (которую будем считать номинальной) достигается, если $k_n \approx 0,95$. Иначе говоря, чтобы сопоставить между собой расчетные и опытные данные образца № 6611, надо возникающие в нем напряжения уменьшить в 0,95 раза, в том числе и на участках сложного нагружения.

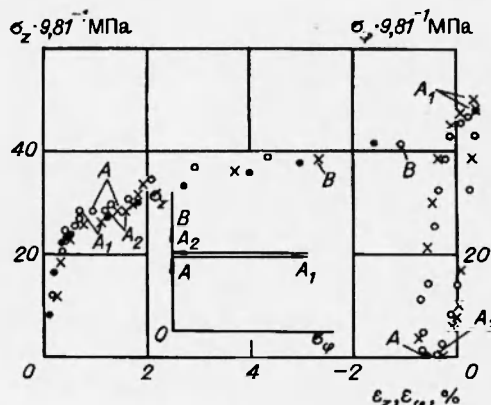


Рис. 3

Таблица 2

N	$\sigma_z \cdot 9,81$	$\sigma_\varphi \cdot 9,81$	ϵ_z	ϵ_φ	Γ_z	Γ_φ	$\Delta\Gamma_z$	$\Delta\Gamma_\varphi$
	МПа							
6	28,076	0	0,973	-0,640	0,8390	-0,6150		
7	28,088	1,265	1,060	-0,662	0,9270	-0,6463	0,0880	-0,0313
8	28,080	4,794	1,080	-0,662	0,9510	-0,6783	0,0730	-0,0320
9	28,136	14,381	1,040	-0,558	0,9190	-0,6731	-0,0320	0,0052
10	28,010	25,233	0,987	-0,478	0,8765	-0,6467	-0,0425	0,0264
11	28,143	32,357	0,947	-0,375	0,8424	-0,5984	-0,0341	0,0483
12	28,057	38,349	0,900	-0,250	0,8012	-0,5196	-0,0412	0,0788
13	27,989	43,143	0,840	-0,156	0,7459	-0,4625	-0,0553	0,0571
14	27,954	45,540	0,793	0,096	0,7032	-0,2290	-0,0427	0,2335
15	27,937	46,733	0,760	0,199	0,6694	-0,1352	-0,0338	0,0938
16	27,948	48,003	0,713	0,346	0,6235	0,0020	-0,0459	0,1372
17	27,989	43,143	0,733	0,338	0,6389	0,0314	0,0154	0,0294
18	27,642	32,424	0,793	0,235	0,6908	0,0106	0,0519	-0,0208
19	27,965	13,982	0,907	-0,037	0,7865	-0,1192	0,0957	-0,1298
20	28,100	8,123	0,987	-0,147	0,8605	-0,1840	0,0740	-0,0648
21	28,014	2,330	1,140	-0,332	1,0087	-0,3235	0,1482	-0,1395
22	28,076	0	1,220	-0,404	1,0863	-0,3786	0,0776	-0,0551

Примечание. N — номер точки отсчета в эксперименте.

В начале 2-го этапа нагружения компонента деформации ε_z (и ее составляющая Γ_z) продолжала возрастать, а ε_φ (и Γ_φ) убывала (табл. 2); при напряжении $\sigma_\varphi = 4,8 \cdot 9,81$ МПа ($\sigma_z = \sigma_z^*$) $\Gamma_z = 0,9506\%$, $\bar{\Gamma}_\varphi = -0,6735\%$. Это означает, что скольжения, имевшие место при осевом растяжении, продолжались, но, очевидно, с меньшей интенсивностью.

Дальнейший рост напряжения σ_φ , начиная с $\sigma_\varphi \approx 40 \cdot 9,81$ МПа, приводит к преобладающему положительному приращению компоненты Γ_φ , что вызвано скольжениями по площадке $T_{\varphi r}$.

В конце 2-го этапа нагружения $\Gamma_z = 0,6235\%$, $\Gamma_\varphi = 0,002\%$ (на рис. 3 точка A_1 , светлые кружки, по-прежнему $\sigma_z = \sigma_z^*$) соотношение между компонентами Γ_z и $\bar{\Gamma}_\varphi$ изменяется так, что свидетельствует о «включении» площадки T_{zr} еще до полного снятия напряжения σ_φ . После разгрузки $\Gamma_z = 1,0863\%$, $\Gamma_\varphi = -0,6735\%$ (точки A_2 на рис. 3).

На заключительном этапе нагружения, когда было продолжено осевое растяжение, диаграмма $\sigma_z(\varepsilon_z)$ с учетом поправочного коэффициента k_{Π} приближается к такой же диаграмме пропорционального осевого растяжения (на рис. 3 темные кружки).

Образец № 6631 был испытан по такой же программе нагружения, как и образец № 6611. Картина изменения деформаций этого образца подобна только что рассмотренной (на рис. 3 крестики).

Таким образом, опираясь на концепцию скольжения, отражающую главный механизм явления пластичности поликристаллических материалов, можно объяснить поведение под нагрузкой не только изотропных, но и начально-анизотропных материалов. Более того, если учесть, что локальные скольжения сосредотачиваются в основном на площадках главных касательных напряжений, то становится понятным, почему большинство конструкционных материалов являются ортотропными: благодаря указанным скольжениям такая симметрия сохраняется при любой интенсивности скольжений по разным из этих главных площадок скольжения T_{ij} .

ЛИТЕРАТУРА

1. Гинзбург И. Э., Жигалкин В. М., Котрехов В. А. и др. Прочность и деформируемость циркониевого сплава Э-110 при простом и сложном нагружении // ПМТФ. 1995. Т. 36, № 5. С. 67–80.
2. Лехницкий С. Г. Теория упругости анизотропного тела. М.: Наука, 1977.
3. Жигалкин В. М., Рычков Б. А. Анизотропия от скольжений // ПМТФ. 1994. Т. 35, № 3. С. 136–144.
4. Дилламор И. Л., Хейзел Р. Дж., Уотсон Т. В., Хэдден П. Экспериментальное изучение механической анизотропии некоторых общеупотребительных металлов // Механика: Сб. пер. 1972. № 5. С. 134–147.
5. Hill R. Constitutive modelling of orthotropic plasticity in sheet metals // J. Mech. and Phys. Solids. 1990. V. 38, N 3. P. 405–417.
6. Mises R. Mechanik der plastischen Formänderung von Kristallen // Z. angew. Math. und Mech. 1928. Bd 8, N. 3.
7. Малинин Н. Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. М. Машиностроение, 1975.
8. Бабел Х. В., Эйтман Д. А., Макайвер Р. В. Двухосное упрочнение анизотропных титановых сплавов // Тр. Амер. о-ва инж.-мех. Теорет. основы инж. расчетов: Пер. журн. Trans. ASME. J. Basic Eng. 1967. Т. 89, № 1. С. 15–23.

Поступила в редакцию 3/XI 1993 г.,
в окончательном варианте — 11/X 1994 г.