

О ФИЛЬТРАЦИИ ГАЗА В ТРЕЩИНОВАТЫХ ПОРОДАХ

Ю. П. Желтов, П. П. Золотарев

(Москва)

В работах [1,2] развита теория фильтрации однородной жидкости в трещиновато-пористой среде. Физические представления, положенные в основу работ [1,2], используются в предлагаемой работе для построения теории фильтрации газа в трещиновато-пористой среде.

§ 1. Основные уравнения. Так же как и в работах [1,2], будем считать, что рассматриваемая порода состоит из пористых и проницаемых блоков, отделенных один от другого разветвленной системой трещин. Поперечные размеры трещин значительно превосходят размеры пор, так что проницаемость системы трещин много больше проницаемости пористых блоков. Считая систему трещин достаточно развитой, введем в элементарном объеме [1,2] трещиновато-пористой среды, включающем в себя достаточно большое количество блоков, два давления газа: p_1 — в системе трещин и p_2 — в пористых блоках. Эти давления являются осредненными давлениями в рассматриваемом элементе трещиновато-пористой среды (в окрестности данной точки пласта). В то же время известно, что объем трещин в трещиновато-пористом пласте гораздо меньше объема пор, и поэтому трещинная пористость m_1 , т. е. отношение объема пустого пространства, занятого трещинами, к общему объему породы, существенно меньше пористости блоков породы m_2 . Полагая, что сжимаемость газа больше сжимаемости трещиновато-пористой среды, будем приближенно считать среду недеформируемой и, следовательно, пористости m_1 и m_2 неизменными.

Аналогичным путем [1,2] в каждой точке трещиновато-пористой среды определяются две скорости фильтрации: V_1 — в системе трещин и V_2 — в блоках породы. В качестве закона фильтрации газа в системе трещин примем закон Дарси

$$V_1 = - \frac{k_1}{\mu} \text{grad } p_1 \quad (1.1)$$

Здесь k_1 — проницаемость в системе трещин, μ — вязкость газа. Фильтрация в блоках подчиняется закону Дарси для пористой среды

$$V_2 = - \frac{k_2}{\mu} \text{grad } p_2 \quad (1.2)$$

где k_2 — проницаемость блоков.

Так же как и при неустановившейся фильтрации жидкости в трещиновато-пористой среде, при фильтрации газа давления p_1 и p_2 будут различными. Следовательно, будет существовать обмен газом между системой трещин и блоками.

Движение газа в блоках и трещинах будем считать изотермическим, ввиду чего справедлива следующая зависимость между плотностью газа ρ и давлением p :

$$\rho = \frac{\rho_0}{p_0} p \quad (1.3)$$

Здесь ρ_0 , p_0 — начальные плотность газа и давление.

Для массы газа q , перетекающей из одной системы в другую, в единицу времени по аналогии с фильтрацией жидкости из блоков в трещины имеем выражение

$$q = \frac{\alpha p_0}{\mu p_0} (p_2^2 - p_1^2) \quad (1.4)$$

где α — та же безразмерная характеристика трещиноватой породы, которая введена в работе [1] при изучении фильтрации жидкости в трещиновато-пористой среде.

Для системы трещин и блоков можно написать соответственно два уравнения неразрывности

$$m_1 \frac{\partial p_1}{\partial t} + \operatorname{div} (\rho_1 V_1) = q, \quad m_2 \frac{\partial p_2}{\partial t} + \operatorname{div} (\rho_2 V_2) = -q \quad (1.5)$$

Считая на основе фактических данных о трещиноватых коллекторах [3, 4], что $k_1 \gg k_2$ и $m_2 \gg m_1$, из (1.5) получим систему уравнений

$$\operatorname{div} (\rho_1 V_1) = q, \quad m_2 \frac{\partial p_2}{\partial t} = -q \quad (1.6)$$

Подставляя (1.1) — (1.4) в (1.6), получаем следующие уравнения:

$$p_1^2 = p_2^2 + \frac{\eta}{\kappa} \frac{\partial p_2}{\partial t}, \quad p_2^2 = p_1^2 - \eta \nabla^2 p_1^2 \quad \left(\kappa = \frac{k_1}{2m_2 \mu}, \quad \eta = \frac{k_1}{2\alpha} \right) \quad (1.7)$$

или, обозначая $p_1^2 = u$ и исключая p_2 из (1.7), приходим к одному уравнению

$$\kappa \nabla^2 u = \frac{\partial}{\partial t} (u - \eta \nabla^2 u)^{1/2} \quad (1.8)$$

Так как $p_2^2 = u - \eta \nabla^2 u$, $p_2 \geq 0$, то $u - \eta \nabla^2 u \geq 0$.

§ 2. Некоторые движения газа в трещиновато-пористой среде. Рассмотрим решения уравнения (1.8) вида

$$u = f(\xi), \quad \xi = x - ct, \quad c > 0 \quad (2.1)$$

Как будет показано ниже, эти решения соответствуют распространению с постоянной скоростью волны давления газа в трещиновато-пористой среде, в начальный момент времени свободной от газа.

В плоском одномерном случае уравнение (1.8) имеет вид

$$\kappa \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial t} \left(u - \eta \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right)^{1/2} \quad (2.2)$$

Подставляя (2.1) в (2.2), получаем

$$-c \frac{d}{d\xi} \left(f - \eta \frac{d^2 f}{d\xi^2} \right)^{1/2} = \kappa \frac{d^2 f}{d\xi^2} \quad (2.3)$$

Интегрируя (2.3) один раз, имеем

$$-c \left(f - \eta \frac{d^2 f}{d\xi^2} \right)^{1/2} = \kappa \frac{df}{d\xi} + A \quad (A = \text{const}) \quad (2.4)$$

Рассмотрим случай¹, когда $A = 0$. Тогда, возводя обе части (2.4) в квадрат и делая другие преобразования, получаем

$$\frac{d^2 f}{d\xi^2} = \frac{1}{\eta} \left[f - \frac{\kappa^2}{c^2} \left(\frac{df}{d\xi} \right)^2 \right] \quad (2.5)$$

Обозначая $z = df / d\xi$, имеем

$$\frac{dz^2}{df} = \frac{2}{\eta} \left(f - \frac{\kappa^2}{c^2} z^2 \right) \quad (2.6)$$

¹ Случай $A \neq 0$ не рассматривается, так как соответствующие ему решения с физической точки зрения малоценны.

Это уравнение является линейным относительно $z^2(f)$. Его общее решение имеет вид

$$z = \pm \frac{c^2}{\kappa^2} \sqrt{\frac{\eta}{2}} \sqrt{B \exp\left(-\frac{2}{\eta} \frac{\kappa^2}{c^2} f\right) + \frac{2}{\eta} \frac{\kappa^2}{c^2} f - 1} \quad (2.7)$$

где B — произвольная постоянная.

Отметим следующее обстоятельство. По физическому смыслу

$$p_2 = \left(f - \eta \frac{d^2 f}{d\xi^2}\right)^{1/2} \geq 0$$

поэтому из уравнения (2.4) вытекает, что физически приемлемыми будут решения, для которых $z = df/d\xi \leq 0$. Таким образом, имеем из (2.7)

$$z = -\frac{c^2}{\kappa^2} \sqrt{\frac{\eta}{2}} \sqrt{B \exp\left(-\frac{2}{\eta} \frac{\kappa^2}{c^2} f\right) + \frac{2}{\eta} \frac{\kappa^2}{c^2} f - 1} \quad (2.8)$$

Переходя к $p_1 = p_1(\xi)$, получаем

$$\frac{dp_1}{d\xi} = -\frac{c^2}{\kappa^2} \sqrt{\frac{\eta}{8}} \frac{1}{p_1} \sqrt{B \exp\left(-\frac{2}{\eta} \frac{\kappa^2}{c^2} p_1^2\right) + \frac{2}{\eta} \frac{\kappa^2}{c^2} p_1^2 - 1} \quad (2.9)$$

Рассмотрим поведение интегральных кривых в плоскости

$$p_1, \quad dp_1/d\xi$$

Согласно предыдущему

$$z = \frac{dp_1^2}{d\xi} = 2p_1 \frac{dp_1}{d\xi} \leq 0 \quad \text{или} \quad \frac{dp_1}{d\xi} \leq 0 \quad \text{при} \quad p_1 \geq 0$$

Следовательно, представляют интерес лишь кривые в четвертом координатном угле (фиг. 1).

Точка (0,0) на фиг. 1 является особой: через нее проходит сепаратриса, получающаяся из (2.9) при $B = 1$: она делит все кривые на два класса: $B > 1$ (класс 1) и $B < 1$ (класс 2). Вблизи особой точки для сепаратрисы верна асимптотическая формула

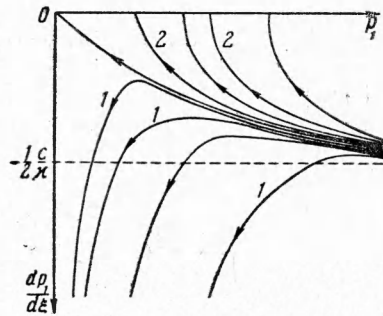
$$\frac{dp_1}{d\xi} \approx -\frac{1}{2\sqrt{\eta}} p_1 \quad (2.10)$$

Для кривых класса 1

$$\frac{dp_1}{d\xi} \rightarrow -\infty \quad \text{при} \quad p_1 \rightarrow 0$$

Стрелками на фиг. 1 указано направление возрастания ξ . Для всех кривых

$$\frac{dp_1}{d\xi} \rightarrow -\frac{1}{2} \frac{c}{\kappa} \quad \text{при} \quad p_1 \rightarrow \infty$$



Фиг. 1

На плоскости ξ, p_1 кривые (2.9) переходят в кривые вида $-\xi + \xi_0 = \varphi(p_1)$, где ξ_0 — произвольная постоянная, при этом кривые класса 1 дают картину, представленную на фиг. 2, а класс 2 — на фиг. 3.

Во всех случаях ξ для физически допустимых значений $p_1 \geq 0$ изменяется в интервале $-\infty, \xi_0$, причем $p_1 \rightarrow \infty$ при $\xi \rightarrow \infty$. Для сепаратрисы же $p_1 \rightarrow 0$ асимптотически для $\xi \rightarrow \infty$, причем из (2.10) получаем, что $p_1 \sim \exp(-\xi/2\sqrt{\eta})$ для больших ξ .

Если решения, представленные на фиг. 2, считать справедливыми при $\xi \leq \xi_0$ и соединить их с решением $p_1 \equiv 0$ при $\xi \geq \xi_0$, то получим решения, физически приемлемые для всех значений ξ . Они имеют разрыв производной в точке $\xi = \xi_0$. Однако это является физически допустимым, так как полный поток газа

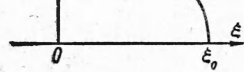
$$Q \sim \int \frac{\partial p_1}{\partial t} dx \sim p_1$$

езде непрерывен. По тем же причинам кривые класса 2 в соединении с $p_1 \equiv 0$ при $\xi > \xi_0$ не имеют физического смысла.

Для получения зависимости $p_1 = p_1(\xi)$ для кривых, представленных на фиг. 2, проинтегрируем соотношение (2.9) и после несложных преобразований получим

$$-\xi + \xi_0 = \sqrt{2\eta} \Phi \left(\sqrt{\frac{2}{\eta}} \frac{\kappa}{c} p_1, B \right) \quad \text{при } \xi \leq \xi_0$$

$$p_1(\xi) = 0 \quad \text{при } \xi > \xi_0 \quad (2.11)$$



Фиг. 2

где

$$\Phi(\lambda, B) = \int_0^\lambda \frac{\sigma d\sigma}{\sqrt{B \exp(-\sigma^2) + \sigma^2 - 1}}, \quad B > 1 \quad (2.12)$$

Разлагая подынтегральное выражение в ряд и ограничиваясь первыми членами разложения, получим

$$\Phi(\lambda, B) \approx \frac{1}{2} (B - 1)^{-1/2} \lambda^2 \quad \text{для } \lambda \ll 1 \quad (2.13)$$

$$\Phi(\lambda, B) = \Phi(\lambda_*, B) - \lambda_* + \lambda_0 \quad \text{для } \lambda \geq \lambda_* \quad (\lambda_*^2 \gg B \exp(-\lambda_*^2) - 1) \quad (2.14)$$

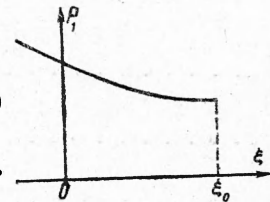
При $\xi_0 = 0$ получаем задачу о движении газа с постоянной скоростью c в полубесконечном пласте $0 \leq x \leq \infty$, в начальный момент свободный от газа

$$x - ct = \sqrt{2\eta} \Phi \left(\sqrt{\frac{2}{\eta}} \frac{\kappa}{c} p_1, B \right) \quad \text{для } x < ct$$

$$p_1 = 0 \quad \text{для } x \geq ct \quad (2.15)$$

При этом граничное условие можно записать в виде

$$p_1(0, t) = p_1(t, B, \eta, \kappa/c)$$



Фиг. 3

Это условие получается из соотношения (2.15) при $x = 0$.

При $\eta \rightarrow 0$ решения асимптотически стремятся к решению уравнения изотермической фильтрации газа

$$p_1(x, t) = \begin{cases} \frac{c}{2\kappa} (ct - x), & x \leq ct \\ 0, & x \geq ct \end{cases} \quad (0 \leq x \leq \infty) \quad (2.16)$$

которое рассматривалось Г. И. Баренблаттом в работе [5].

Рассмотрим закон изменения давления в фиксированной точке x_1 . Для случая фильтрации газа в обычной пористой среде, как видно из выражения (2.16) для моментов времени $t > t_1$, где $t_1 = x_1/c$ — закон нарастания давления со временем линейный с тангенсом угла наклона $c/2\kappa$. В случае трещиновато-пористой среды такой закон изменения давления со временем, как видно из выражений (2.14) и (2.15), наступает практически лишь, начиная с момента времени $t_2 = t_1 + \tau$, где время запаздывания определяется выражением

$$\tau = \Phi \left(\sqrt{\frac{2}{\eta}} \frac{\kappa}{c} p_1^*, B \right) \frac{\sqrt{2\eta}}{c} \quad (2.17)$$

где

$$\left(\sqrt{\frac{2}{\eta}} \frac{\kappa}{c} p_1^* \right)^2 \gg B \exp \left(-\frac{2}{\eta} \frac{\kappa^2}{c^2} p_1^{*2} \right) - 1$$

Таким образом, получаем, что в трещиноватой среде имеется некоторое время запаздывания переходных процессов, причем в рассматриваемом случае это время

$$\tau \sim \sqrt{\eta} / c$$

Этот результат можно получить и непосредственно из соображений теории размерности, учитывая, что в этой задаче имеются всего три характерных параметра η , c , и κ с размерностями

$$[\eta] = L^2, \quad [c] = LT^{-1}, \quad [\kappa] = L^2 [p] T$$

В рассмотренной задаче среди определяющих параметров не было характерного давления. Для практически интересных случаев и, в частности, для задачи о неустановившейся фильтрации газа в галерее в трещиноватом пласте в число определяющих параметров входит характерное давление p_{10} (характерная скорость отсутствует). Тогда из соображений размерности $\tau \sim \eta / \kappa p_{10}$.

Найдем порядок величины времени запаздывания τ . Пусть $m_2 = 0.2$, $k_1 = 1$ дарси; $\mu = 0.012$ спз; $p_{10} = 100$ кг / см². Тогда $\tau \sim \eta / 50$ сек. Учитывая, что по оценкам, данным в работе [2], η может принимать значение от нескольких см² до 10^{10} см², видно, что время запаздывания τ изменяется в широких пределах от долей секунд до многих суток.

Из этой работы следует, что $\eta \sim l^2 k_1 / 2k_2$, где l — средний размер отдельного блока. Тогда, если принять для нашего примера $k_2 = 10^{-2}$ дарси и $l = 10^2$ см, то $\tau \sim 10^4$ сек. Для $l = 10$ см, $\tau \sim 10^2$ сек.

Таким образом, при рассмотрении процессов неустановившейся фильтрации газа в трещиноватых породах, как и в случае фильтрации жидкости в этих породах, обычными уравнениями неустановившейся фильтрации газа можно пользоваться, если характерные времена рассматриваемого процесса велики по сравнению с временем запаздывания τ .

Всесоюзный нефтегазовый
научно-исследовательский институт

Поступила 8 II 1962

ЛИТЕРАТУРА

1. Баренблатт Г. И., Желтов Ю. П., Кочипа И. Н. Об основных представлениях теории фильтрации однородных жидкостей в трещиноватых породах. ПММ, 1960, т. XXIV, вып. 5.
2. Баренблатт Г. И., Желтов Ю. П. Об основных уравнениях фильтрации однородных жидкостей в трещиноватых породах. ДАН СССР, 1960, т. 132, № 3.
3. P i r s o n S. J. Performance of Fractured Oil Reservoirs. Bull. Amer. Assoc. Petrol. Geologists, 1953, vol. 37, N 2.
4. Т р о ф и м у к А. А. К вопросу об оценке емкости трещиноватых нефтяных коллекторов. Гостоптехиздат, Нефт. х-во, 1955, № 7.
5. Баренблатт Г. И. Об одном классе точных решений плоской одномерной задачи нестационарной фильтрации газа в пористой среде. ПММ, 1953, т. XVII, вып. 6.