

ПОВЕДЕНИЕ НЕВОДНЫХ ПЛАСТИЧЕСКИХ ДИСПЕРСНЫХ СИСТЕМ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЯХ

*В. П. Мясников*

(Москва)

В работах [1, 2] экспериментально было изучено поведение дисперсных систем (типа консистентных смазок) под действием электрического поля. Было установлено, что под влиянием приложенного извне электрического поля в таких системах начинают весьма интенсивно протекать различные электрокинетические явления. Теоретический анализ воздействия поля в таких системах представляет интерес со многих точек зрения. В частности, результаты работ [1, 2] дают ряд новых возможностей в подходе к исследованию влияния различных присадок на физико-механические свойства дисперсных систем. Кроме того, обнаруживается возможность при помощи электрических полей управлять движением дисперсных систем, изменяя характер их взаимодействия с твердыми стенками.

Под действием сил Ван-дер-Ваальса дисперсные частицы образуют рыхлую пространственную структуру — своеобразный скелет, поры которого заполнены дисперсионной средой. Механические свойства структурного каркаса и дисперсионной среды, а также характер их взаимодействия между собой и определяют суммарные макроскопические механические свойства всей среды.

Как известно, структурный каркас, образованный дисперсными частицами, в результате протекающих на поверхностях дисперсных частиц окислительных процессов приобретает некоторый заряд, и на границе раздела между компонентами образуется двойной электрический слой, внешняя часть которого, находящаяся в дисперсионной среде, имеет диффузное строение. В целом же система по-прежнему остается электрически нейтральной.

В [3] показано, что под действием внешнего электрического поля диэлектрическая частица, на поверхности которой имеется диффузный двойной слой, будет совершать движение, направленное вдоль по полю или в противоположном направлении, в зависимости от знака заряда ее поверхности. Такие же силы будут действовать, при наличии внешнего электрического поля, на дисперсные частицы, образующие структурный каркас.

Следует при этом иметь в виду, что на дисперсионную среду действуют силы, равные по величине силам, действующим на структурный каркас, но направленные в противоположную сторону. Указанные силы будут способствовать или, наоборот, препятствовать относительному движению компонент.

Аналогичное по своему физическому характеру явление, связанное с существованием двойных слоев на поверхностях частиц грунтового скелета, было исследовано в работе [4]. Относительное движение поровой воды и грунтового скелета приводит к появлению разности потенциалов между областями с разными скоростями фильтрации.

В первых трех параграфах предлагаемой работы дана общая постановка задачи о поведении дисперсных систем в зазоре плоского конденсатора (§ 1) и рассмотрены процессы приэлектродного сжатия структурного каркаса (§ 2, 3). Заключительный четвертый параграф посвящен анализу возможностей управления движением дисперсных систем при помощи электрического поля в зазоре ротационного вискозиметра и в круглой трубе.

§ 1. Будем рассматривать поведение дисперсных систем под действием электрического поля в зазоре плоского конденсатора. Направим ось  $x$  перпендикулярно пластинам, а оси  $y$  и  $z$  расположим в одной из плоскостей, ограничивающих зазор.

Предполагая, что как дисперсионную среду, так и дисперсные частицы можно считать несжимаемыми, и учитывая, что пластины непроницаемы

и на их поверхностях  $v_1 = v_2 \equiv 0$ , из системы двух уравнений неразрывности для каждой из компонент будем иметь

$$\frac{\partial m}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (mv_1) = 0, \quad mv_1 + (1-m)v_2 = 0 \quad (1.1)$$

где  $m$  — относительный объем, занятый дисперсными частицами,  $v_1$  и  $v_2$  — средние скорости движения структурного каркаса и дисперсионной среды.

Поскольку скорости движения компонент малы, то инерционными членами в уравнениях движения можно пренебречь. В результате из системы уравнений сохранения импульса каждой из компонент получим

$$\frac{\partial \sigma_1}{\partial x} = F, \quad \sigma_1 + \sigma_2 = \Phi(t) \quad (1.2)$$

где  $F$  — сила взаимодействия между компонентами,  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  — напряжения в каждой из них, а  $\Phi(t)$  — некоторая функция времени, определяемая из граничных условий задачи.

В общем случае по своим механическим свойствам структурный каркас является упруго-вязким телом, однако при малых скоростях сдвига его с достаточной степенью точности можно считать упругим. Упругое поведение структурного каркаса наблюдалось, в частности, в работах [1, 2]. После выключения поля происходило его полное упругое восстановление. Поэтому в дальнейшем будем предполагать структурный каркас упругим.

При малых скоростях сдвига вкладом в касательные напряжения от дисперсионной среды можно пренебречь. Соответствующие выражения для  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  с учетом всех сделанных предположений можно получить из соотношений работы [4].

При включении внешнего электрического поля в выражениях для  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  появятся дополнительные слагаемые [5]. Поскольку каждую из компонент в рассматриваемом случае можно с достаточной степенью точности считать изотропной, при малых частотах изменения внешнего поля для электрических индукций компонент будут справедливы соотношения [5]

$$D_1 = \epsilon_1 E, \quad D_2 = \epsilon_2 E \quad (1.3)$$

где  $\epsilon_1, \epsilon_2$  — диэлектрические проницаемости компонент и  $E$  — среднее электрическое поле в среде.

В результате для  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  получим

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= -m \left( p - \frac{\epsilon_2}{8\pi} E^2 \right) + Gm \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{m\epsilon_2}{8\pi} E^2 \\ \sigma_2 &= -(1-m) \left( p - \frac{\epsilon_2}{8\pi} E^2 \right) \end{aligned} \quad (1.4)$$

Здесь  $p$  — давление в дисперсионной среде и  $u$  — отличная от нуля составляющая поля смещений структурного каркаса.

Уравнение для определения  $E$  может быть получено из уравнений электрической индукции для каждой из компонент методом совершенно аналогичным тому, при помощи которого в теории движения многокомпонентных сред выводится уравнение сохранения массы всей среды в целом. В интересующем нас случае будем иметь

$$[m\epsilon_1 + (1-m)\epsilon_2]E = \Psi(t) \quad (1.5)$$

где  $\Psi(t)$  — некоторая функция времени, определяемая из граничных условий.

При медленном относительном движении компонент сила взаимодействия между ними пропорциональна относительной скорости. Далее, согласно [3], на диэлектрическую частицу с двойным слоем на ее поверхности действует сила, пропорциональная величине внешнего электрического поля. Поэтому положим

$$F = \alpha(m)(v_1 - v_2) + z(m)E \quad (1.6)$$

Здесь  $\alpha(m)$  — некоторая функция  $m$ , зависящая от коэффициента вязкости дисперсионной среды и геометрических особенностей строения структурного каркаса, и  $z(m)$  — удельный фиктивный заряд скелета в единице объема, также зависящий от вязкости и диэлектрической проницаемости дисперсионной среды, средней толщины двойного слоя на дисперсных частицах и геометрических особенностей строения скелета.

Подставляя (1.4) и (1.6) в (1.2) и исключая  $v_2$ , получим

$$G \frac{\partial}{\partial x} \left( m \frac{\partial u}{\partial x} \right) - \frac{\partial m p}{\partial x} + \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{8\pi} \frac{\partial m E^2}{\partial x} - \frac{\alpha(m)}{1-m} \frac{\partial u}{\partial t} + z(m)E - p + Gm \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{m\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{8\pi} E^2 = \Phi(t) \quad (1.7)$$

$$\frac{\partial m}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( m \frac{\partial u}{\partial x} \right) = 0, \quad [m\varepsilon_1 + (1-m)\varepsilon_2] E = \Psi(t)$$

§ 2. При включении электрического поля в окрестности одного из электродов, знак заряда которого противоположен знаку заряда структурного каркаса, произойдет быстрое сжатие дисперсных частиц от электрода, и вблизи его появится слой чистой дисперсионной среды. Со временем будет происходить дальнейшее сжатие структурного каркаса, и толщина области, занятой чистой дисперсионной средой, будет увеличиваться. Переход из области, занятой чистой дисперсионной средой, в область, занятую структурным каркасом, сопровождается скачком величины относительного объема.

Прежде чем переходить к формулировке соответствующей краевой задачи для системы (1.7), оценим порядок величины членов, содержащих  $E$ . Если обозначить через  $L$  расстояние между пластинами конденсатора, а через  $\varphi_0$  — разность потенциала электрического поля между ними, то член, квадратичный по полю, будет иметь порядок  $(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)\varphi_0^2 L^{-3}$ , а член, линейный по полю, — порядок  $|z\varphi_0| L^{-1}$ . В целях простоты ограничимся в дальнейшем случаем достаточно слабого поля, так что  $(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)L^{-2}|\varphi_0| \cdot |z|^{-1} \ll 1$ , и квадратичными по полю членами можно пренебречь.

Обе компоненты среды предполагаются несжимаемыми, и поэтому давление в дисперсионной среде определяется с точностью до произвольной постоянной. Если считать исходное состояние не напряженным, то, так как внешняя нагрузка не изменяется после включения поля, получим, что  $\Phi(t) = 0$ . Для определения  $p$  в результате будем иметь

$$p = Gm \partial u / \partial x \quad (2.1)$$

Исключая  $p$  и вводя потенциал  $\varphi$  при помощи соотношения

$$E = -\partial \varphi / \partial x$$

из (1.7) найдем

$$\begin{aligned} \frac{\partial m}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( m \frac{\partial u}{\partial x} \right) &= 0, \quad [m\varepsilon_1 + (1-m)\varepsilon_2] \frac{\partial \varphi}{\partial x} = -\Psi(t) \\ G \frac{\partial}{\partial x} \left[ m(1-m) \frac{\partial u}{\partial x} \right] &= \frac{\alpha(m)}{1-m} \frac{\partial u}{\partial t} - z(m) \frac{\partial \varphi}{\partial x} \end{aligned} \quad (2.2)$$

Остановимся теперь на граничных условиях для системы (2.2). Если выбрать соответствующим образом направление электрического поля, так чтобы выполнялось неравенство  $z\varphi_0 < 0$ , то сжатие структурного каркаса будет происходить около нижней пластины. Тогда

$$u(0, t) = 0, \quad \varphi(0, t) = 0 \quad (2.3)$$

На границе между областями с чисто дисперсионной средой и структурным каркасом величина  $m$  меняется скачком, а система уравнений (1.7), а следовательно и (2.1), (2.2), справедлива в каждой из этих областей. Таким образом, задача сводится к разысканию разрывного решения исходной системы уравнений. Условия на подвижной границе разрыва можно получить при помощи метода, изложенного в работе [6]. После несложных преобразований получим

$$\begin{aligned} u = l(t) - L, \quad \partial u / \partial x = 0, \quad p = 0 \quad \text{при } x = l(t) - 0 \\ \Phi |_{x=l(t)+0} = \Phi |_{x=l(t)-0} \end{aligned} \quad (2.4)$$

Здесь  $l(t)$  — расстояние между нижней пластиной и линией разрыва. На верхней пластине

$$\varphi(L, t) = \varphi_0 \quad (2.5)$$

Следует иметь в виду, что форма граничных условий для  $\varphi$  не ограничивает общности постановки задачи, поскольку значение потенциала электрического поля определяется с точностью до произвольной постоянной.

В области, занятой чистой дисперсионной средой, система (2.1), (2.2) дает

$$p = 0, \quad \varepsilon_2(\varphi - \varphi_1) = -\Psi(t)(x - l(t)) \quad (2.6)$$

где  $\varphi_1$  — значение потенциала при  $x = l(t)$ . Отсюда следует, что

$$\Psi(t) = \varepsilon_2 \frac{\varphi_0 - \varphi_1}{l(t) - L} \quad (2.7)$$

Обозначим теперь через  $\lambda$  порядок величины смещений в структурном каркасе. Отношение сил, действующих на скелет со стороны электрического поля, к упругим силам, возникающим в скелете при его деформации,

$$\frac{\gamma L}{\lambda} \sim 1, \quad \gamma = \frac{|z\varphi_0|}{G} \quad (2.8)$$

Рассмотрим случай малых деформаций структурного каркаса, т. е. будем предполагать, что  $\gamma \ll 1$ .

Введем безразмерные переменные

$$x = L\eta, \quad t = \frac{\alpha(m_0)L^2}{(1-m_0)G}\tau \quad (2.9)$$

и будем искать решение системы (2.1), (2.2) в виде разложений

$$\begin{aligned} u = \gamma LU(\eta, \tau) + \dots, \quad p = \gamma Gp^{(1)}(\eta, \tau) + \dots \\ m = m^{(0)} + \gamma m^{(1)}(\eta, \tau) + \dots, \quad \varphi = \varphi^{(0)} + \gamma \varphi_0 \varphi^{(1)}(\eta, \tau) + \dots \end{aligned} \quad (2.10)$$

Подставляя (2.10) в (2.1), (2.2), с точностью до членов порядка  $\gamma$  получим

$$\begin{aligned} m^{(0)} = m_0, \quad \frac{\partial m^{(1)}}{\partial \tau} = -m_0 \frac{\partial^2 U}{\partial \eta \partial \tau}, \quad \varphi^{(0)} = \varphi_0 \eta \\ p^{(1)} = m_0 \frac{\partial U}{\partial \eta}, \quad m_0(1-m_0) \frac{\partial^2 U}{\partial \tau^2} = \frac{\partial U}{\partial \tau} + 1 \end{aligned} \quad (2.11)$$

Здесь  $m_0$  — начальное значение относительного объема, занятого дисперсными частицами.

Граничные условия для функции  $U(\tau, \eta)$  примут вид

$$U(\tau, 0) = 0, \quad \frac{\partial U(\tau, 1)}{\partial \eta} = 0 \quad (2.12)$$

Далее, при  $\tau = 0$  имеем  $m = m_0$  и, следовательно,  $m^{(4)}(0, \eta) = 0$ . Интегрируя второе уравнение в (2.11), будем иметь

$$m^{(4)} = -m_0 \partial U / \partial \eta \quad (2.13)$$

Первое условие в (2.4) позволяет теперь определить смещение поверхности раздела

$$l(t) = L(1 + \gamma U) \quad (2.14)$$

Уравнение для  $U$  является обычным уравнением теплопроводности. Решение его при граничных условиях (2.12) и начальном условии  $U(0, \eta) = 0$  можно представить следующим образом [7]:

$$U(\tau, \eta) = \frac{\eta^2 - 2\eta}{2a^2} + \frac{4}{a^2 \pi^3} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n + 1/2)^3} \exp \left[ -a^2 \left( n + \frac{1}{2} \right)^2 \pi^2 \tau \right] \sin \left[ \left( n + \frac{1}{2} \right) \pi \eta \right] \quad (2.15)$$

При  $\tau \rightarrow \infty$  будем иметь

$$U_{\infty} = 1/2 a^{-2} (\eta^2 - 2\eta) \quad (a^2 = m_0 (1 - m_0)) \quad (2.16)$$

Зная  $U$ , можно определить все интересующие нас характеристики движения. Например

$$m \rightarrow m_{\infty} = m_0 \left( 1 + \gamma \frac{1 - \eta}{a^2} \right) \quad \text{при } \tau \rightarrow \infty \quad (2.17)$$

Аналогично для поля давлений

$$p_{\infty}^{(4)} = m_0 a^{-2} (\eta - 1) \quad (2.18)$$

Используя (2.15), можно вычислить скорость движения дисперсионной среды. Действительно, из второго соотношения (1.1) следует (2.19)

$$v_2 = - \frac{4\gamma m_0 G}{\pi L \alpha (m_0)} \sum_{n=1}^{\infty} \left( n + \frac{1}{2} \right)^{-1} \exp \left[ -a^2 \left( n + \frac{1}{2} \right)^2 \pi^2 \tau \right] \sin \left[ \left( n + \frac{1}{2} \right) \pi \eta \right]$$

Можно показать, что  $v_2 > 0$ , и при  $\tau \rightarrow \infty$  имеем  $v_2 \rightarrow 0$ .

Из (2.16) следует, что  $l(t)$  при  $t \rightarrow \infty$  стремится к некоторому предельному значению

$$l_{\infty} = L(1 - 1/2 \gamma) \quad (2.20)$$

Соотношения (2.19) и (2.20) могут быть использованы при обработке измерений. Например, формула (2.19) может быть использована при обработке измерений скорости движения пузырьков газа, движущихся вместе с дисперсионной средой. При помощи формулы (2.17) можно по известной методике рассчитать распределение цветов в поле зрения поляризационного микроскопа.



§ 3. Переходный процесс при изменении знака зарядов электродов. При изменении знака заряда электродов меняется знак произведения  $z\varphi_0$ , так что в уравнении для определения  $U(\tau, \eta)$  изменится знак свободного члена

$$m_0(1 - m_0) \frac{\partial^2 U}{\partial \eta^2} = \frac{\partial U}{\partial \tau} - 1 \quad (3.1)$$

Соотношения для определения  $m^{(4)}$ ,  $p^{(4)}$ ,  $\varphi_0$  останутся прежними.

Начальное условие для функции  $U(\tau, \eta)$  будет задаваться соотношением (2.16). Граничное условие на верхней пластине останется без изменений до того момента, когда  $U(\tau, 1)$  станет равным нулю. Наоборот, при  $x = 0$  граничное условие изменится, так как структурный каркас будет теперь отжат от электрода.

Таким образом, на первом этапе будем иметь для уравнения (3.1) краевую задачу

$$U(0, \eta) = \frac{1}{2a^2}(\eta^2 - 2\eta), \quad \frac{\partial U(\tau, 0)}{\partial \eta} = \frac{\partial U(\tau, 1)}{\partial \eta} = 0 \quad (3.2)$$

Соответствующее решение может быть записано в виде

$$U(\tau, \eta) = \tau + \frac{2}{a^2\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \exp[-a^2 n^2 \pi^2 \tau] \cos n\pi\eta \quad (3.3)$$

Функция  $U(\tau, 1)$  обратится в нуль при некотором значении  $\tau = \tau_0$ , определяемом из уравнения

$$\tau_0 = -\frac{2}{a^2\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} \exp[-a^2 n^2 \pi^2 \tau_0] \quad (3.4)$$

При  $\tau > \tau_0$  смещение структурного каркаса при  $\eta = 1$  будет при всех  $\tau$  равно нулю, и для второго этапа переходного процесса получаем краевую задачу

$$U(\tau_0, \eta) = \tau_0 + \frac{2}{a^2\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \exp[-a^2 n^2 \pi^2 \tau_0] \cos n\pi\eta$$

$$U(\tau, 1) = 0, \quad \frac{\partial U(0, \tau)}{\partial \eta} = 0 \quad (3.5)$$

Решение задачи (3.5) не представляет труда, и для краткости его здесь не приводим.

При  $\tau \rightarrow \infty$  получим

$$U_{\infty} = 1/2 a^{-2} (1 - \eta^2) \quad (3.6)$$

Полученное распределение смещений идентично полученному ранее выражению (2.16). Действительно, переходя к противоположно направленной системе координат  $\eta = 1 - \xi$ ,  $U = -V$ , найдем

$$V_{\infty} = 1/2 a^{-2} (\xi^2 - 2\xi) \quad (3.7)$$

Решение краевых задач (3.2) и (3.5) позволяет проследить за изменением  $m$  при переходном процессе. Например, на первом этапе

$$m = m_0 \left( 1 + \frac{2\gamma}{\pi a^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \exp[-a^2 n^2 \pi^2 \tau] \sin n\pi\eta \right) \quad (3.8)$$

Можно показать, что распределение для  $m$  поперек зазора имеет горбообразный характер.

**§ 4. Влияние электрического поля на механические характеристики движения.** В качестве иллюстрации возможностей оказывать влияние при помощи электрического поля на характер механического движения дисперсных систем рассмотрим два простейших примера.

1°. Проанализируем задачу об определении сопротивления вращению с постоянной заданной угловой скоростью одного из цилиндров ротационного вискозиметра при наличии электрического поля. Поскольку применяемые на практике приборы имеют обычно малую, по сравнению с радиусами цилиндров, величину зазора, то для оценочного расчета можно принять, что движение происходит в плоском зазоре.

Ограничимся случаем установившегося движения, т. е. будем считать, что после включения электрического поля уже успел сформироваться слой чистой дисперсионной среды около одного из электродов.

Если средняя скорость течения вдоль зазора велика, по сравнению с относительными скоростями движения компонент, как в продольном, так и в поперечном направлении, то, проводя соответствующие оценки, можно показать, что продольным относительным движением компонент можно пренебречь, а уравнения для определения поперечного движения будут совпадать с исходными уравнениями § 2 в стационарном случае.

Система уравнений движения для определения течения в продольном направлении будет иметь вид

$$\mu \frac{d^2 v}{dx^2} = 0 \quad (l_\infty < x \leq L), \quad \frac{d}{dx} \left[ \eta \left( \frac{dv}{dx} \right) \frac{dv}{dx} \right] = 0 \quad (0 \leq x < l_\infty) \quad (4.1)$$

где  $\mu$  — вязкость дисперсионной среды, а  $\eta (dv/dx)$  — вязкость дисперсионной системы.

Граничные условия запишутся следующим образом:

$$v = v_0 = \omega R \quad \text{при } x = L, \quad v = 0 \quad \text{при } x = 0, \quad v|_{l_\infty=0} = v_{l_\infty=0} \quad (4.2)$$

где  $v_0$  — линейная скорость движения верхней пластины (фиг. 1), а  $\omega$  — соответствующая ей угловая скорость вращения цилиндра и  $R$  — радиус этого цилиндра.

При малых скоростях сдвига можно считать, что  $\eta = \eta_0 = \text{const}$ . Тогда из (4.1) и (4.2) получим

$$\tau = \frac{2\mu\eta_0}{\gamma\eta_0 + 2\mu} \left( \frac{\omega R}{L} \right) \quad (4.3)$$

Если электрическое поле отсутствует, то соответствующее значение напряжения сдвига на пластинах

$$\tau_0 = \eta_0 (\omega R / L) \quad (4.4)$$

Составляя отношение  $\tau / \tau_0$  и переходя к размерным величинам, будем иметь

$$\frac{\tau}{\tau_0} = \frac{2\mu G}{\eta_0 |z\varphi_0| + 2\mu G} \quad (4.5)$$

Чтобы оценить порядок этого отношения, положим  $\mu \sim 10^{-2}$  пз,  $\eta_0 \sim 10^2$  пз и  $\gamma \sim 10^{-2}$ . Тогда  $\tau \sim 10^{-2} \tau_0$ , т. е. сопротивление вращению при наличии разности потенциалов между цилиндрами ротационного вискозиметра падает на два порядка, что качественно хорошо соответствует результатам измерений [4].

2°. Рассмотрим установившееся движение некоторой дисперсной системы в кольцевом зазоре, образованном круглой цилиндрической трубой радиуса  $R$  и тонким цилиндрическим стержнем, расположенным вдоль осевой линии трубы; предполагается, что радиус стержня  $a \ll R$ . Пусть между стержнем и трубой поддерживается постоянная разность потенциалов, так чтобы на внутренней поверхности трубы образовался тонкий слой чистой дисперсионной среды с толщиной  $\gamma R$ .

Если стержень на оси трубы будет тонким, то его влиянием на характер движения и величину сопротивления прокачиванию можно пренебречь. Тонкий слой около стенок трубы, состоящий из чистой дисперсионной среды, будет играть роль своеобразной смазки. Для труб большого диаметра его влиянием на величину расхода через сечение трубы можно пренебречь и считать, что вся масса дисперсионной системы, движущейся по трубе, находится вне этого слоя. Влияние этого слоя будет сказываться в том, что на поверхности трубы уже не будет прилипания частиц дисперсной компоненты.

Действительно, из уравнений движения при условии конечности напряжений на оси трубы следует

$$\eta \left( \frac{dv}{dr} \right) \frac{dv}{dr} = \tau = - \frac{\Delta p}{2L} r, \quad u = \frac{\Delta p}{4L\mu} (R^2 - r^2) \quad (4.6)$$

где  $u$  — скорость движения дисперсионной среды в слое,  $v$  — скорость движения среды вне указанного слоя дисперсионной среды в направлении оси трубы,  $L$  — длина трубы и  $\Delta p$  — перепад давлений между ее концами.

Пренебрегая толщиной слоя дисперсионной среды, получим граничное условие для определения поля скоростей течения среды

$$v(R) = - \frac{\gamma R}{\mu} \left[ \eta \left( \frac{dv}{dr} \right) \frac{dv}{dr} \right]_{r=R} \quad (4.7)$$

Теперь можно вычислить величину изменения расхода при заданном градиенте давлений. Ограничиваясь, как и в 1°, малыми скоростями сдвига, что будет иметь место при малых перепадах давлений, получим:

$$\frac{Q}{Q_0} = 1 + 2\gamma \left( \frac{\eta_0}{\mu} \right) \quad (4.8)$$

При тех же самых значениях  $\mu$ ,  $\eta_0$  и  $\gamma$  будем иметь  $Q \sim 10^2 Q_0$ .

Приведенные примеры показывают, что при помощи электрических полей можно сильно изменять характер механического поведения дисперсных систем.

Автор благодарит Г. И. Баренблатта, Г. В. Виноградова и В. А. Городова за внимание и полезные дискуссии.

Поступила 23 IX 1964

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Дейнега Ю. Ф., Виноградов Г. В. Влияние сильных электрических полей на структуру неводных пластичных дисперсных систем. Докл. АН СССР, 1962, т. 143, № 4.
2. Дейнега Ю. Ф., Виноградов Г. В. О поведении в электрическом поле и устойчивости неводных пластичных дисперсных систем. Докл. АН СССР, 1963, т. 152, № 4.
3. Левич В. Г. Физико-химическая гидродинамика. Физматгиз, 1959.
4. Френкель Я. И. К теории сейсмических и сейсмoeлектрических явлений во влажной почве. Изв. АН СССР. Сер. геогр. и геофиз., 1944, т. 8, № 4.
5. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. Физматгиз, 1959.
6. Баренблатт Г. И., Черный Г. Г. О моментных соотношениях на поверхностях. ПММ, 1963, т. 27, вып. 5.
7. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. Гостехиздат, 1951.