

ДИФФУЗИОННОЕ ГОРЕНИЕ ПЛЕНКИ ЖИДКОГО ТОПЛИВА

Г. С. Сухов, С. В. Фишман, Л. П. Ярин

(Ухта)

Настоящая работа посвящена дальнейшему развитию теории горения жидкости с открытой поверхностью, изложенной в [1, 2]. Рассматривается жидкая пленка, свободно стекающая по вертикальной стенке и выгорающая в атмосфере газообразного окислителя.

Постановка задачи

Рассмотрим горение пленки жидкого топлива, движущегося под действием силы тяжести вдоль плоской вертикальной пластины. На некотором расстоянии от свободной поверхности формируется диффузионный факел, на фронте которого происходит выгорание паров жидкости в газообразном окислителе (рис. 1, а). Испарение жидкости в процессе ее стекания приводит к постепенному утончению пленки и обуславливает конечность ее длины. Явления вязкости и испарения формируют в жидком слое продольные и поперечные неоднородности, а в газовой фазе они возникают под действием химического превращения вещества, стимулирующего интенсивный тепло- и массоперенос.

Переходя к модельной постановке задачи, ограничимся рассмотрением процессов в слое высотой L , равной протяженности жидкой пленки (рис. 1, б). При этом в жидкой фазе учитываем двумерность движения. Движение вещества в газовой фазе также носит двумерный характер и развивается в условиях либо естественной, либо вынужденной конвекции. В обоих случаях этому движению присущи закономерности пограничного слоя, предполагающие изменение вертикальной составляющей скорости u_1 по координате y . В такой постановке, однако, задача чрезвычайно усложняется и вряд ли разрешима аналитически.

Поэтому для описания процессов переноса в газе предложена модельная квазиодномерная схема течения [2], предполагающая изменение параметров лишь в продольном направлении и учитывающая поперечный (вертикальный) перенос вещества и теплоты введением соответствующих эффективных объемных коэффициентов α_{c_j} ($\text{кг}/\text{м}^3$) и α_T ($\text{Вт}/(\text{м}^3 \cdot \text{К})$). При этом вертикальное движение газа учитывается интегрально введением средней скорости $u_1 = \text{const}$. Как и в задаче [2], плотность газовой фазы предполагается постоянной, $\rho_1 = \text{const}$.

Запишем уравнения переноса для жидкой и газообразной фаз. В приближении пограничного слоя система уравнений, определяющая поля скорости и температуры в пленке, имеет следующий вид¹ [3]:

$$u_2 \frac{\partial u_1}{\partial x} + v_2 \frac{\partial u_2}{\partial y} = \nu_2 \frac{\partial^2 u_2}{\partial y^2} + \frac{\sigma}{\rho_2} \frac{d^3 \delta_f}{dx^3} + g, \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial x} + \frac{\partial v_2}{\partial y} = 0, \quad (2)$$

$$u_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} + v_2 \frac{\partial T_2}{\partial y} = a_2 \frac{\partial^2 T_2}{\partial y^2}. \quad (3)$$

Здесь u и v — вертикальная и горизонтальная компоненты скорости; T — температура; ρ — плотность; x и y — вертикальная и горизонтальная координаты; ν и a — коэффициенты кинематической вязкости и температуропроводности; g — ускорение свободного падения; σ — коэффициент поверхностного натяжения; δ_f — толщина пленки; индексы 1 и 2 относятся соответственно к газовой и жидкой фазам.

¹ Течение полагается стационарным, а теплофизические характеристики не зависящими от температуры.

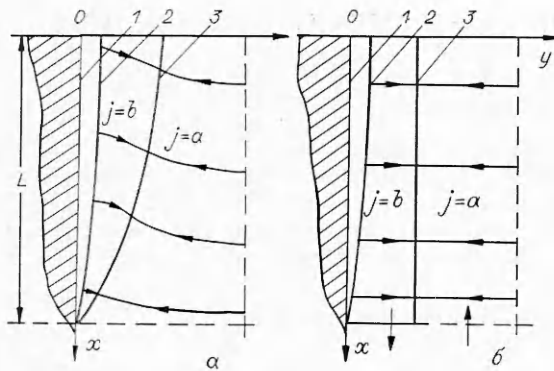


Рис. 1. Схемы реального (а) и модельного (б) процессов горения пленки.

1 — вертикальная стенка; 2 — поверхность жидкой пленки; 3 — фронт пламени (стрелками отмечены направления движения к фронту паров и окислителя).

Распределение параметров в газовой фазе описывается системой квазиодномерных уравнений [2] (при этом компоненты газовой фазы рассматриваются как совершенный газ с постоянными значениями коэффициентов переноса λ_1 и D)

$$c_{p1}\rho_1v_1 \frac{dT_1}{dy} = \lambda_1 \frac{d^2T_1}{dy^2} + qW - \alpha_T \Delta T_1, \quad (4)$$

$$\rho_1v_1 \frac{dc_j}{dy} = \rho_1D \frac{d^2c_j}{dy^2} + e_jW - \alpha_{cj} \Delta c_j, \quad (5)$$

$$\frac{d\rho_1v_1}{dy} = 0, \quad (6)$$

где c — относительная массовая концентрация компонентов; λ и D — теплопроводность и коэффициент диффузии; q и W — тепловой эффект и скорость химической реакции; c_p — изобарная удельная теплоемкость; индексы $j = a, b, n$ и отвечают окислителю, парам жидкости, продуктам сгорания и инертной примеси в газовой фазе; Ω — стехиометрический коэффициент; $e_a = -\Omega$; $e_b = -1$; $e_n = 1 + \Omega$; $e_n = 0$; $\Delta c_j = c_j - c_{jm}$; $c_{bm} = 0$; $c_{am} = c_{n*}$; $\Delta T_1 = T_1 - T_{jm}$; $T_{bm} = T_\phi$; $T_{am} = T_{1*}$; c_{jm} и T_{jm} — масштабные концентрация и температура; индекс * соответствует параметрам невозмущенной среды.

Для определения коэффициента массообмена воспользуемся следующими соображениями. Определим этот параметр в элементарном слое толщиной dy с площадью оснований, равной площади зеркала жидкости Lb (b — ширина стекающей пленки). Оценив суммарную (диффузионную и конвективную) утечку паров через боковую поверхность выделенного слоя величиной $\rho_1D(\Delta c_b/L)b \cdot dy + \rho_1u_1\Delta c_b b \cdot dy$, отнесем ее к объему слоя, равному $bLdy$. Полученную таким образом удельную объемную утечку, согласно ее представлению в (5), определим уравнением

$$(\rho_1D/L^2 + \rho_1u_1/L)\Delta c_b = \alpha_{cb}\Delta c_b,$$

откуда следует

$$\alpha_{cb} = \rho_1(D/L + u_1)/L.$$

При оценке коэффициента переноса α_{ca} получается такой же результат. Следовательно,

$$\alpha_{ca} = \alpha_{cb} = \alpha_c = \rho_1(D/L + u_1)/L. \quad (7)$$

Рассуждая аналогично, для объемного коэффициента теплообмена найдем

$$\alpha_T = (\lambda_1/L + c_{p1}\rho_1u_1)/L. \quad (8)$$

При числе Льюиса $Le = D/a_1 = 1$ эффективные коэффициенты тепло- и массообмена оказываются связанными между собой простым соотношением $\alpha_T = c_{p1}\alpha_c$, что обеспечивает подобие тепловых и диффузионных полей.

Содержащаяся в формулах для α_c и α_T скорость u_1 задается, если движение газа вынужденное. При естественной конвекции она определяется внутренней причиной — температурным градиентом в газе. Сле-

дую [4], оценку u_1 получим из уравнения движения, в котором учтено действие подъемной силы и силы вязкости:

$$u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} = \nu_1 \frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2} - g\eta\Delta T$$

($\eta = 1/T_{1*}$ — коэффициент температурного расширения газа; $\Delta T = T - T_{1*}$). Принимая в качестве линейных масштабов в направлении осей x и y величины L и ε (ε — толщина вязкого пограничного слоя) и оценивая величину ΔT ее средним значением $0,5(T_\phi - T_{1*})$, получим

$$u_1 = \frac{\nu_1 L}{2\varepsilon^2} \left(\sqrt{1 + \frac{2g\eta\varepsilon^4(T_\phi - T_{1*})}{\nu_1^2 L}} - 1 \right).$$

Поскольку для развитого свободно-восходящего движения обычно справедливо неравенство $2g\eta\varepsilon^4(T_\phi - T_{1*}) \gg \nu_1^2 L$, то

$$u_1 \approx \sqrt{0,5gL(T_\phi/T_{1*} - 1)}. \quad (9)$$

Для дальнейшего анализа удобно перейти к переменной Шваба — Зельдовича $\bar{c} = \Omega c_b - c_a + c_{a*}$ и преобразовать уравнение диффузии (5) к виду, не содержащему в явном виде химического источника

$$\rho_1 \nu_1 \frac{d\bar{c}}{dy} = \rho_1 D \frac{d^2 \bar{c}}{dy^2} - \alpha_c \bar{c}. \quad (10)$$

Пренебрегая в уравнениях (1) и (3) конвективными членами, принимая $Le = 1$ и ограничиваясь допущением о бесконечно большой скорости реакции (диффузионная модель горения), получим систему уравнений, описывающую горение свободно стекающей пленки жидкого топлива²:

$$\nu_2 \frac{\partial^2 u_2}{\partial y^2} + \frac{\sigma}{\rho_2} \frac{d^2 \delta_f}{dx^2} + g = 0, \quad (11)$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial x} + \frac{\partial v_2}{\partial y} = 0, \quad (12)$$

$$\frac{d^2 T_2}{dy^2} = 0, \quad (13)$$

$$\rho_1 \nu_1 \frac{d\bar{c}}{dy} = \rho_1 D \frac{d^2 \bar{c}}{dy^2} - \alpha_c \bar{c}. \quad (14)$$

Уравнения (11) — (14) следует интегрировать с учетом граничных условий на характерных поверхностях и в невозмущенном потоке

$$y = 0, \quad u_2 = v_2 = 0, \quad dT_2/dy = 0, \quad (15)$$

$$y = \delta_f, \quad \nu_2 \rho_2 \partial u_2 / \partial y = 0, \quad T_1 = T_2 = T_f, \quad c_b = c_{bf}, \quad c_a = 0, \quad (16)$$

$$y = \delta_\phi, \quad T_1 = T_\phi, \quad c_a = c_b = 0, \quad (17)$$

$$y \rightarrow \infty, \quad T_1 \rightarrow T_{1*}, \quad c_a \rightarrow c_{a*}, \quad c_b = 0. \quad (18)$$

Для определения заранее неизвестных параметров c_{bf} , T_f и T_ϕ воспользуемся уравнением баланса теплоты на фронте факела ($y = \delta_\phi$)

$$\lambda_1 \left(\frac{dT_1}{dy} \right)_{\phi, a} = \lambda_1 \left(\frac{dT_1}{dy} \right)_{\phi, b} = q \rho_1 D \left(\frac{dc_b}{dy} \right)_{\phi}, \quad (19)$$

соотношениями баланса вещества и теплоты на свободной поверхности

² Легко показать, что при $a_1 = D$ поля температуры и концентрации в факеле подобны, поэтому в постановке задачи достаточно ограничиться одним из двух уравнений теплопроводности или диффузии.

($y = \delta_f$)

$$(\rho_1 v_1)_f c_{bf} - \rho_1 D \left(\frac{dc_v}{dy} \right)_f = (\rho_1 v_1)_f = (\rho_2 v_2)_f, \quad (20)$$

$$\lambda_1 \left(\frac{dT_1}{dy} \right)_f - \lambda_2 \left(\frac{dT_2}{dy} \right)_f = q_{\Pi} (\rho_2 v_2)_f, \quad (21)$$

а также уравнением Клапейрона — Клаузиуса

$$\beta = \bar{\Omega} \kappa \exp(-q_{\Pi}/R_b T_f), \quad (22)$$

отражающим квазиравновесность состояния на свободной поверхности (q_{Π} — теплота парообразования; R_b — газовая постоянная паров; $\bar{\Omega} = \Omega/c_{a*}$; $\beta = \bar{\Omega} c_{bf}$; κ — предэкспонент).

Строго говоря, в уравнениях (20) и (21) должны стоять нормальные к свободной поверхности скорости жидкости и газа. Однако учитывая тонкость и протяженность пленки, ее поверхность можно считать практически вертикальной и нормальные к ней компоненты скорости принять равными v_{1f} и v_{2f} .

Решение

Распределение скорости и температуры в жидкой пленке. Интегрируя уравнение (11), получим

$$v_2 \frac{\partial u_2}{\partial y} + \left(\frac{\sigma}{\rho_2} \frac{d^3 \delta_f}{dx^3} + g \right) y + A_1 = 0.$$

Постоянная интегрирования вычисляется с помощью граничного условия (16) на свободной поверхности:

$$A_1 = - \frac{\sigma}{\rho_2} \frac{d^3 \delta_f}{dx^3} \delta_f - g \delta_f.$$

Повторное интегрирование (11) дает

$$v_2 u_2 + \left(\frac{\sigma}{\rho_2} \frac{d^3 \delta_f}{dx^3} + g \right) \frac{y^2}{2} + A_1 y + A_2 = 0.$$

Из условия прилипания жидкости к поверхности стенки (15) следует $A_2 = 0$. Таким образом, поле течения в жидкой пленке определяется функцией вида

$$u_2 = \frac{1}{v_2} \left(\frac{d^3 \delta_f}{dx^3} \frac{\sigma}{\rho_2} + g \right) (\delta_f - y/2) y. \quad (23)$$

Величину поперечной компоненты скорости на свободной поверхности определим, интегрируя уравнение неразрывности (12):

$$v_{2f} = - \int_0^{\delta_f} \frac{\partial u_2}{\partial x} dy = - \left(\frac{\partial}{\partial x} \int_0^{\delta_f} u_2 dy - \frac{d\delta_f}{dx} u_{2f} \right).$$

Взяв интеграл и раскрывая с помощью (23) значения u_{2f} , находим линейную скорость испарения жидкости

$$v_{2f} = - \frac{\delta_f^2}{v_2} \left\{ \frac{\sigma \delta_f}{3\rho_2} \frac{d^4 \delta_f}{dx^4} + \frac{\sigma}{2\rho_2} \frac{d\delta_f}{dx} \frac{d^3 \delta_f}{dx^3} + \frac{g}{2} \frac{d\delta_f}{dx} \right\}. \quad (24)$$

Распределение температуры в пленке определяется вторым интегралом уравнения (13). В предположении адиабатичности стенки ($y = 0$, $dT_2/dy = 0$) оно однородно в горизонтальном направлении:

$$T_2 = T_f. \quad (25)$$

Распределение концентрации и температуры в газовой фазе. Решение уравнения (14) имеет следующий вид:

$$\bar{c} = A \exp(k_1 y) + B \exp(k_2 y), \quad (26)$$

где A и B — произвольные постоянные; k_1 и k_2 находятся из характеристического уравнения $k^2 - (v_1/D)k - \alpha_c/\rho_1 D = 0$. Его решение дает два возможных значения коэффициента

$$k_{1,2} = 0,5 \left(\frac{v_1}{D} \mp \sqrt{\left(\frac{v_1}{D}\right)^2 + 4 \frac{\alpha_c}{\rho_1 D}} \right), \quad (27)$$

из которых $k_1 < 0$, а $k_2 > 0$. Из условия ограниченности решения при $y \rightarrow \infty$ следует, что $B = 0$. Найдя постоянную A из условия (16) на свободной границе, получим

$$\bar{c} = \bar{c}_f \exp[k_1(y - \delta_f)]. \quad (28)$$

Повторяя те же процедуры вычислений, что и в [2], найдем зависимость k_1 от физико-химических свойств и режимных параметров системы

$$k_1 = \left(\frac{\alpha_c}{\rho_1 D} \frac{\bar{\Omega} - \beta}{\bar{\Omega} + 1} \right)^{0,5}. \quad (29)$$

Общее решение (28) позволяет определить профили концентрации в различных зонах факела. Полагая в области $\delta_\Phi \leq y < \infty$ концентрацию $c_b = 0$, получим

$$c_a = c_{a*} \{1 - (1 + \beta) \exp[k_1(y - \delta_f)]\}. \quad (30)$$

Аналогично в области $\delta_f \leq y \leq \delta_\Phi$ при $c_a = 0$ найдем

$$c_b = \{ (1 + \beta) \exp[k_1(y - \delta_f)] - 1 \} / \Omega. \quad (31)$$

Легко показать, что при принятых граничных условиях (16) — (18) и $D = a$, уравнение теплопроводности (4) определяет поля температур, подобные концентрационным, т. е.

$$T_1 = T_\Phi - (T_\Phi - T_f) \{ (1 + \beta) \exp[k_1(y - \delta_f)] - 1 \} / \beta \quad (32)$$

для области $\delta_f \leq y \leq \delta_\Phi$ и

$$T_1 = T_{1*} + (T_\Phi - T_{1*}) (1 + \beta) \exp[k_1(y - \delta_f)] \quad (33)$$

для области $y \geq \delta_\Phi$.

Расчет параметров задачи

Из уравнения (28) с учетом условий (17) на фронте пламени получим координату фронта

$$\delta_\Phi = \delta_f - \frac{1}{k_1} \ln(1 + \beta). \quad (34)$$

Поток вещества на межфазной поверхности определяется балансным уравнением (20) после раскрытия в нем производной с помощью решения (31)

$$(\rho_1 v_1)_f = (\rho_2 v_2)_f = -k_1 \rho_1 D (1 + \beta) / (\bar{\Omega} - \beta). \quad (35)$$

Полученные формулы после подстановки в них выражения для k_1 приобретают вид

$$\delta_\Phi = \delta_f + \sqrt{\frac{\rho_1 D (\bar{\Omega} + 1)}{\alpha_c (\bar{\Omega} - \beta)}} \ln(1 + \beta), \quad (36)$$

$$(\rho_2 v_2)_f = \sqrt{\frac{\alpha_c \rho_1 D}{(\bar{\Omega} + 1)(\bar{\Omega} - \beta)}} (1 + \beta). \quad (37)$$

Аналогичным образом, раскрывая с помощью полученных решений производные от температуры и концентрации в уравнении (19), найдем температуру на фронте факела

$$T_{\Phi} = \frac{\beta}{1+\beta} \left(T_{1*} + \frac{T_f}{\beta} + \frac{q\rho_1 D}{\lambda_1 \bar{\Omega}} \right).$$

Имея в виду, что $Le = 1$, и приняв обозначение $\Phi = q/c_p T_{1*}$, преобразуем это уравнение к следующему виду:

$$\frac{T_{\Phi}}{T_{1*}} = \frac{1}{1+\beta} \left[\frac{T_1}{T_{1*}} + \beta \left(1 + \frac{\Phi}{\bar{\Omega}} \right) \right]. \quad (38)$$

Температура поверхности горячей пленки определяется из уравнения теплового баланса (21). При условии отсутствия кондуктивных утечек теплоты в жидкость

$$\lambda_1 (dT_1/dy)_f = q_{\pi} (\rho_2 v_2)_f.$$

Найденное выражение с помощью соотношений (32), (34), (35) и (38) легко приводится к виду, определяющему температуру свободной поверхности в зависимости от режимного параметра β :

$$\frac{T_f}{T_{1*}} = 1 + \frac{\Phi}{\bar{\Omega}} - \frac{\Phi_{\pi} (1+\beta)^2}{(\bar{\Omega} - \beta)}, \quad (39)$$

где $\Phi_{\pi} = q_{\pi}/c_{p1} T_{1*}$. Важный параметр рассматриваемого процесса — толщина жидкой пленки δ_f , уменьшающаяся по мере выгорания последней. Величина δ_f является решением нелинейного дифференциального уравнения четвертого порядка, вытекающего из совместного рассмотрения соотношений (24) и (37):

$$\frac{\sigma}{3\rho_2} \delta_f^3 \frac{d^4 \delta_f}{dx^4} + \frac{\sigma}{2\rho_2} \delta_f^2 \frac{d\delta_f}{dx} \frac{d^3 \delta_f}{dx^3} + \frac{g}{2} \delta_f^2 \frac{d\delta_f}{dx} + \frac{v_2}{\rho_2} \sqrt{\frac{\alpha_c \rho_1 D}{(\bar{\Omega} + 1)(\bar{\Omega} - \beta)}} (1 + \beta) = 0. \quad (40)$$

После решения уравнения (40) при соответствующих граничных условиях (например $x = 0$, $\delta_f = \delta_0$, $d\delta_f/dx = 0$, $d^2\delta_f/dx^2 = 0$, $d^3\delta_f/dx^3 = 0$, δ_0 — начальная толщина пленки) длина горячей пленки найдется из условия

$$\delta_f(L) = 0. \quad (41)$$

Таким образом, замкнутая система уравнений (22), (36)–(41) определяет семь основных параметров β , T_f , T_{Φ} , $(\rho_2 v_2)_f$, δ_f , δ_{Φ} , L , характеризующих процесс горения стекающей пленки жидкого топлива. После их вычисления поля гидродинамических, тепловых и диффузионных величин рассчитываются по формулам (23), (30)–(33).

В ряде случаев представляют интерес распределения концентрации продукта c_{π} и инерта c_n . Эта задача решается интегрированием уравнения (5) для $j = \pi$, n при использовании условий непроницаемости жидкости на границе раздела фаз для потоков продукта и инерта

$$(\rho_1 v_1)_j c_j - \rho_1 D (dc_j/dy)_f = 0, \quad (42)$$

а также уравнения концентрации

$$\Sigma c_j = 1. \quad (43)$$

Анализ решения

Характер решения задачи определяется видом полученных зависимостей (22), (36)–(41). Среди них зависимость температуры поверхности жидкости от концентрации $T_f(\beta)/T_{1*}$ — основная. Графически она изображается выпуклой, монотонно убывающей кривой с асимптотой $\beta = \bar{\Omega}$ (рис. 2). При варьировании параметров Φ , Φ_{π} и $\bar{\Omega}$ характер зависимости в целом сохраняется, однако количественно она претерпевает некоторые изменения. В частности, увеличение теплоты реакции

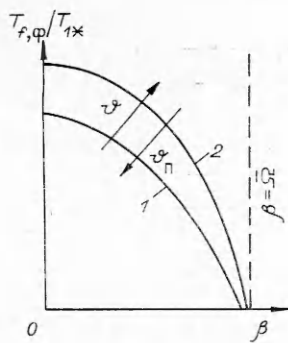


Рис. 2. Характерный вид зависимости температур факела и пленки от концентрации паров на ее поверхности (стрелками указано направление смещения кривых при возрастании параметров ϕ и ϕ_n).
 $1 - T_f(\beta)/T_{1*}$; $2 - T_{\phi}(\beta)/T_{1*}$.

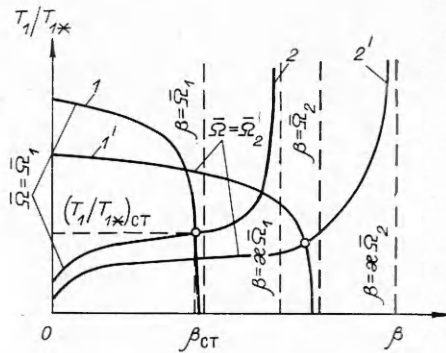


Рис. 3. К вопросу об определении стационарных значений температуры и концентрации.
 1 и $1'$ — (39); 2 и $2'$ — (44).

ϕ на интервале $0 \leq \beta \leq \bar{\Omega}$ ведет к возрастанию T_f/T_{1*} . Увеличение теплоты парообразования ϕ_n , напротив, снижает значение T_f/T_{1*} . Влияние стехиометрического коэффициента $\bar{\Omega}$ носит более сложный характер. Увеличение $\bar{\Omega}$ приводит к росту T_f/T_{1*} в окрестности $\beta = 0$ и к убыванию вблизи асимптоты $\beta = \bar{\Omega}$ (рис. 3). Диапазон существования положительных значений функции T_f/T_{1*} при этом расширяется.

Температура и концентрация паров на поверхности горячей пленки в условиях стационарного процесса определяются совместным решением уравнений (39) и Клапейрона — Клаузиуса

$$\beta = \bar{\Omega} \varepsilon \exp[-\phi_n \varepsilon / (T_f/T_{1*})], \quad (44)$$

где $\varepsilon = c_{p1}/R_0$. Уравнение (44) графически изображается кривой, исходящей из начала координат и асимптотически возрастающей при $\beta = \bar{\Omega} \varepsilon$ (см. рис. 3). Координаты точки пересечения зависимостей (39) и (44) определяют стационарные значения температуры и концентрации паров $\beta_{ст}$ на поверхности пленки. Из рассмотренного выше следует, что горение более высококалорийных топлив должно протекать при более высоких значениях $\beta_{ст}$ и T_f/T_{1*} , причем для низкокипящих жидкостей характерны более высокие значения этих параметров, чем для высококипящих.

Найденные величины $\beta_{ст}$ однозначно определяют температуру на фронте горения:

$$\frac{T_{\phi}}{T_{1*}} = i + \frac{\phi}{\bar{\Omega}} - (i + \beta) \frac{\phi_n}{\bar{\Omega} - \beta}. \quad (45)$$

Функция $T_{\phi}(\beta)/T_{1*}$ монотонно убывающая с асимптотой $\beta = \bar{\Omega}$, графически изображается кривой, расположенной над кривой $T_f(\beta)/T_{1*}$ (см. рис. 2), и, таким же образом, как и последняя, реагирует на изменения параметров ϕ , ϕ_n и $\bar{\Omega}$.

Скорость испарения жидкости с поверхности (скорость горения в диффузионном режиме) зависит от величины $\beta_{ст}$ и, согласно (37), растет с ее увеличением. Последнее означает, что среди множества жидких топлив, обладающих различной калорийностью и теплотой испарения, наибольшей скоростью горения должны обладать высококалорийные и низкокипящие жидкости.

Изменение толщины пленки по мере выгорания определяется решением дифференциального уравнения (40). Ввиду сложности определения δ_f в общем случае ограничимся рассмотрением выгорания жидкости с пренебрежимо малым поверхностным натяжением ($\sigma = 0$). В этом

случае уравнение (40) существенно упрощается:

$$\frac{d\delta_f^3}{dx} = -\frac{6v_2}{g\rho_2}(1+\beta) \sqrt{\frac{\alpha_c \rho_1 D}{(\bar{\Omega}+1)(\bar{\Omega}-\beta)}}.$$

Его интеграл с учетом граничного условия $x=0$, $\delta_f = \delta_0$ имеет вид

$$\delta_f = \left[\delta_0^3 - \frac{6v_2}{g\rho_2}(1+\beta) \sqrt{\frac{\alpha_c \rho_1 D}{(\bar{\Omega}+1)(\bar{\Omega}-\beta)}} x \right]^{1/3}. \quad (46)$$

Из (46) видно, что изменение толщины пленки по высоте носит существенно нелинейный характер. По мере удаления от начального сечения толщина пленки уменьшается за счет испарения жидкости, а скорость ее уменьшения $|d\delta_f/dx|$ возрастает. Увеличивается также кривизна свободной поверхности (рис. 4), причем бóльшим значениям параметра $\beta_{ст}$ отвечают меньшие значения толщины пленки.

Длина горячей пленки определяется, согласно условию (41), из уравнения (46):

$$L = \frac{\delta_0^3 g \rho_2}{6v_2(1+\beta)} \sqrt{\frac{(\bar{\Omega}+1)(\bar{\Omega}-\beta)}{\alpha_c \rho_1 D}}. \quad (47)$$

Раскрывая в (47) выражение для α_c , получим явную зависимость L от параметров процесса.

Поскольку для рабочего процесса в технологических устройствах характерно $D \approx 10^{-4}$ м²/с, $u_1 \gtrsim 1$ м/с и $L \gtrsim 0,1$ м, то определяющая роль в поперечном переносе вещества и теплоты принадлежит конвекции. Следовательно,

$$\alpha_c = \rho_1 u_1 / L, \quad \alpha_T = c_{p1} \rho_1 u_1 / L. \quad (48)$$

В случае вынужденного движения газовой фазы формулы (47) и (48) дают

$$L = \left[\frac{\delta_0^3 g \rho_2}{6v_2(1+\beta)} \right]^2 \frac{(\bar{\Omega}+1)(\bar{\Omega}-\beta)}{\rho_1^2 u_1 D}. \quad (49)$$

Для режима естественной конвекции окислителя, принимая во внимание зависимость (9), получим

$$L = \left[\frac{\delta_0^3 g \rho_2}{6v_2(1+\beta)} \right]^{4/3} \left[\frac{(\bar{\Omega}+1)(\bar{\Omega}-\beta)}{\rho_1^2 D} \right]^{2/3} \left[0,5g \left(\frac{T_{\Phi}}{T_{1*}} - 1 \right) \right]^{-1/3}. \quad (50)$$

Согласно (49) и (50), увеличение β (переход к высококалорийным и низкокипящим топливам) сопровождается сокращением длины пленки (т. е. ускорением темпов ее выгорания). Обдув пленки также способствует интенсификации горения. Что касается фронта горения, то его локализация относительно вертикальной стенки находится из (36). Причем для заданного режима горения $\beta = \beta_{ст} = \text{const}$ расстояние от фронта горения до поверхности пленки остается постоянным на всем ее протяжении. Последнее означает, что при малой толщине горячей пленки фронт пламени можно рассматривать как некоторую плоскость, практически параллельную поверхности стенки.

Рассмотренная выше квазиодномерная модель горения оперирует средними по объему факела коэффициентами переноса, что, с одной стороны, снижает точность расчетов, но с другой, придает расчетной схеме определенную универсальность в отношении ламинарного и турбулентного режимов движения газовой фазы. Вследствие этого процедуры расчетов в обоих случаях сохраняются в основном одинаковыми.

Остановимся еще на одном обстоятельстве, важном для понимания существа принятой модели горения. При построении расчетной схемы процесса состояние на свободной поверхности жидкости полагалось равновесным, хотя в действительности имеет место отток паров к фронту

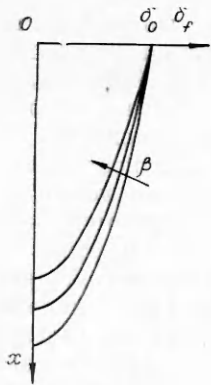


Рис. 4. Геометрия свободно стекающей горячей пленки.

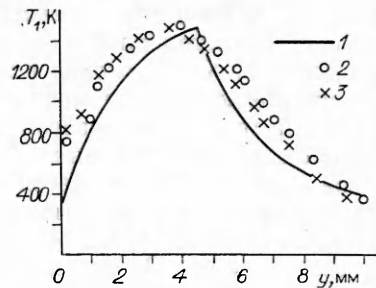


Рис. 5. Профили температуры в свободно конвективном факеле у вертикальной поверхности.
1 — расчет, эксперимент [8]; 2 — $x = 8$ мм;
3 — $x = 16$ мм.

пламени. Это, на первый взгляд, противоречивое допущение в действительности правомерно и часто используется в механике гетерогенных сред [5].

Скорость фазового перехода $(\rho_2 v_2)_f$ в неравновесном процессе определяется известной формулой Герца — Кнудсена — Лэнгмюра [5]. В случае незначительных отклонений от равновесного состояния при умеренных давлениях, когда плотность пара существенно ниже плотности жидкости, эта формула принимает следующий вид:

$$(\rho_2 v_2)_f = \alpha_* (T_f - T_{fs}) / T_{fs}, \quad (51)$$

где $\alpha_* = \alpha \rho_{bf} q_{п} / \sqrt{2\pi R_b T_{fs}}$; $0 < \alpha < 1$ — коэффициент аккомодации; ρ_{bf} — плотность паров на свободной поверхности; T_{fs} — равновесная температура. На практике, однако, использование (51) встречает трудности из-за неопределенности или отсутствия данных по величине коэффициентов аккомодации. Например, для воды его значение, взятое из различных источников, колеблется от 0,01 до 1.

Эта трудность устраняется при использовании квазиравновесного приближения при определении скорости испарения $(\rho_2 v_2)_f$. Суть метода состоит в допущении о том, что на поверхности пленки реализуется состояние, близкое к равновесному. Это дает возможность связать давление и температуру на поверхности условием насыщения Клапейрона — Клаузиуса (44). Формально такое представление соответствует предельному переходу $T_f - T_{fs} = 0$, которому, согласно (51), при конечной скорости испарения отвечает условие $\alpha_* = \infty$. Само уравнение (51) при этом становится неопределенным $((\rho_2 v_2)_f = \infty \cdot 0)$ и не может служить для вычисления скорости фазового перехода. Последняя определяется уравнением материального баланса (20) на границе раздела фаз.

Такой квазиравновесный подход широко распространен [5], поскольку позволяет избежать использования аккомодационных коэффициентов и достаточно корректен в большинстве практически важных случаев. Последнее подтверждается, в частности, для углеводородов, горящих в атмосферном воздухе ($p \approx 10^5$ Па, $c_{a*} = 0,23$) при средних параметрах: $\rho_{bf} = 10$ кг/м³, $q_{п} = 10^5$ Дж/кг, $c_{p1} = 2$ кДж/(кг · К), $R_b = 100$ Дж/(кг · К), $T_{fs} = 400$ К. Следуя [6], для углеводородных жидкостей приближенно принимаем $\alpha \approx 1$, а скорость выгорания по данным [7] оценим величиной $v_2 \approx 10^{-4}$ м/с. Используя эти данные, из (51) получим оценку неравновесности состояния на свободной поверхности

$$(T_f - T_{fs}) / T_{fs} = 0,5 \cdot 10^{-4}.$$

Отсюда с достаточной степенью точности следует вывод $T_f = T_{fs}$, позволяющий пользоваться квазиравновесным приближением.

В заключение отметим следующее. Ввиду того, что при построении расчетной схемы допущена определенная схематизация процесса, необходимо подтверждение достоверности полученных в работе результатов. С этой целью обратимся к опытным данным [8] по выгоранию метана из вертикальной пористой пластины при естественной конвекции воздуха у ее поверхности. Хотя условия эксперимента не полностью отвечают принятой теоретической схеме процесса, можно, однако, добиться соответствия условий горения в газовой фазе. Это достигается подбором такой начальной толщины пленки δ_0 , при которой расчетная высота горящего слоя жидкости оказывается равной высоте пористой пластины. Сопоставление результатов расчета профиля температуры поперек факела с экспериментом [8] (рис. 5) в целом указывает на удовлетворительное их соответствие. Практически совпадают расчетные и экспериментальные значения температуры на фронте факела и координаты фронта. Профили температуры различаются незначительно, за исключением пристеночной области, где расчетный профиль располагается существенно ниже экспериментального. Это различие объясняется отсутствующим в эксперименте эффектом температурной стабилизации горячей пленки за счет испарения с ее поверхности. Подтверждается также принятая в расчете гипотеза о неизменности характеристик факела в продольном направлении.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сухов Г. С., Ярин Л. П. ФГВ, 1980, 16, 6, 87.
2. Мильков С. Н., Сухов Г. С., Ярин Л. П. ФГВ, 1985, 21, 1, 3.
3. Левич В. Г. Физико-химическая гидродинамика.— М.: Физматгиз, 1959.
4. Зельдович Я. Б. Избранные труды. Химическая физика и гидродинамика.— М.: Наука, 1984.
5. Нигматуллин Р. И. Основы механики гетерогенных сред.— М.: Наука, 1978.
6. Пол Б. Ракетн. техн., 1962, 9, 3.
7. Блинов В. И., Худяков Г. Н. Диффузионное горение жидкостей.— М.: Изд-во АН СССР, 1961.
8. Lin K. V., Lloyd J. R., Yang K. T. Int. J. Heat and Mass Transfer, 1981, 24, 12, 1959.

Поступила в редакцию 15/X 1985,
после доработки — 16/1 1987

УРАВНЕНИЯ РАВНОВЕСНОЙ ИОНИЗАЦИИ ПРОДУКТОВ ГОРЕНИЯ В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

М. С. Анфельбаум
(Москва)

Многочисленные эксперименты со слабопроводящими средами свидетельствуют об их добавочной ионизации как при наложении электрического поля, так и при нагреве или горении. Актуальность теоретического моделирования таких эффектов сомнений не вызывает [1]. В настоящей работе конкретизируется модель, предложенная в [2], в которой зависимость объемной скорости ионизации от поля и температуры считается известной.

Аналогично [2] рассмотрим среду в виде трехкомпонентной смеси, состоящей из нейтральных и заряженных разными знаками частиц с эффективными концентрациями n_a , n_{\pm} , скоростями ионизации W_i и рекомбинации W_r в единице объема, коэффициентами диффузии D_{\pm} . Уравнения неразрывности для $n_{\pm} \ll n_a$ выпишем с учетом движения среды¹,

¹ Наряду с конвекцией при нагреве в неподвижных слабопроводящих средах при наложении сильных электрических полей возникает их движение [1]. Метод расчета скоростей таких течений от тонких электродов описан в [3].