

7. Э. Ф. Арефьева, П. А. Теснер.— В кн.: II Всесоюз. конф. по технологическому горению. Черноголовка, 1978.  
 8. П. А. Теснер, В. Г. Кнорре, Т. Д. Снегирева.— В кн. IV Всесоюз. симп. по горению и взрыву. Кинетика химических реакций. Алма-Ата — Черноголовка, 1980.  
 9. П. А. Теснер, И. С. Рафалькес, В. Г. Кнорре.— В кн.: III Всесоюз. конф. по технологическому горению. Проблемы технологического горения. Т. 1. 1981.

Поступила в редакцию 26/VII 1985

## ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ СВЕРХЗВУКОВОГО ДОННОГО ТЕЧЕНИЯ В УСЛОВИЯХ ТЕПЛООВОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ НА СЛЕД

В. И. Головичев

(Новосибирск)

1. Существует много типов летательных аппаратов, для которых донное сопротивление на сверхзвуковых скоростях полета составляет существенную часть полного аэродинамического сопротивления. Донное сопротивление обусловлено пониженным (по сравнению с атмосферным) давлением в области ближнего следа, который образуется за телом с тупым кормовым срезом. Один из способов повышения давления на кормовой части тела состоит в подводе тепла за счет сжигания топлива, инжектируемого в донную область или внешний невязкий поток с поверхности тела. Несмотря на то, что эффективность такого способа подтверждена экспериментально [1, 2], до недавнего времени не было попыток детального теоретического анализа сложных донных течений с подводом массы и энергии, хотя более простые течения подобного типа исследованы достаточно подробно [3].

2. В настоящей работе, как и ранее в [4, 5], на основе численных решений полных уравнений Навье—Стокса анализировалась структура ламинарного реагирующего течения в области за торцом цилиндрического тела, обтекаемого однородным сверхзвуковым потоком воздуха при наличии вдува газообразного топлива в основание ближнего следа. Основные уравнения этой модели реагирующей сплошной среды хорошо известны:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\rho v r) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho u) &= 0, \\ \frac{\partial \rho v}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\rho v^2 r) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho u v) &= -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\sigma_{rr} r) + \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z} - \frac{\sigma_{\varphi\varphi}}{r}, \\ \frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\rho u v r) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho u^2) &= -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\sigma_{rz} r) + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z}, \\ \frac{\partial \rho E}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\rho E v r) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho E u) &= -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (p v r) - \frac{\partial p u}{\partial z} + \\ + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\sigma_{rr} v r + \sigma_{rz} u r) + \frac{\partial}{\partial z} (\sigma_{rz} v + \sigma_{zz} u) &- \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (q_r r) - \frac{\partial q_z}{\partial z} + \dot{Q}_{c2}, \\ \frac{\partial \rho \alpha_i}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\rho \alpha_i v r) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho \alpha_i u) &= (\dot{\alpha}_i)_c - \\ - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (J_{ri} r) - \frac{\partial}{\partial z} (J_{zi}), \quad i = 1, \dots, N. \end{aligned} \quad (1)$$

Переносные и термические свойства  $N$ -компонентной газовой среды определены следующими дифференциальными и алгебраическими связями:

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} &= 2\mu \frac{\partial v}{\partial r} + \lambda \operatorname{div} \vec{u}, \quad \sigma_{rz} = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} \right), \\ \sigma_{zz} &= 2\mu \frac{\partial u}{\partial z} + \lambda \operatorname{div} \vec{u}, \quad \sigma_{\varphi\varphi} = 2\mu \frac{v}{r} + \lambda \operatorname{div} \vec{u}, \end{aligned}$$

$$q_r = -K \frac{\partial T}{\partial r} + \sum_i h_i(T) J_{ri},$$

$$q_z = -K \frac{\partial T}{\partial z} + \sum_i h_i(T) J_{zi},$$

$$\mu = \mu(T, \alpha_i), \quad \lambda = \lambda(T, \alpha_i), \quad K = K(T, \alpha_i),$$

$$E = I + \frac{1}{2}(u^2 + v^2), \quad p = (\gamma - 1)\rho I, \quad \gamma = c_p/c_v,$$

$$c_p = \sum_i \alpha_i c_{pi}(T), \quad c_v = \sum_i \alpha_i c_{vi}(T), \quad h_i(T) = h_i^0 + \int_0^T c_{pi}(T) dT.$$

Суммирование по индексу  $i$  ведется от 1 до  $N$ . В (1), (2)  $\mu$ ,  $\lambda$  и  $K$  — коэффициенты первой и второй вязкости и теплопроводности смеси;  $h_i(T)$ ,  $h_i^0$  — удельная энтальпия и теплота образования  $i$ -го компонента смеси;  $v$ ,  $u$  — проекции вектора скорости  $\vec{u}$  на координатные оси  $r$  и  $z$ ;  $E$  — удельная полная энергия;  $T$  — статическая температура;  $\alpha_i = \rho_i/\rho$  — массовая безразмерная концентрация  $i$ -го компонента смеси;  $\sigma_{rr}$ ,  $\sigma_{rz}$ ,  $\sigma_{zz}$ ,  $\sigma_{\varphi\varphi}$  — компоненты тензора вязких напряжений и т. д.

Для описания диффузионного переноса массы использовано двух-скоростное приближение [6], в рамках которого введение эффективных коэффициентов диффузии  $D_k$ , зависящих от состава и коэффициентов бинарной диффузии  $d_{ik}$  всех пар компонентов смеси, не приводит к погрешности в аппроксимации баланса полной массы при сильно отличающихся значениях  $D_k$ . Модель основывается на соотношениях Стефана — Максвелла, упрощенных в пренебрежении баро- и термодиффузией:

$$\nabla x_k = \sum_i \frac{x_i x_k}{d_{ik}} (\vec{u}_i - \vec{u}_k),$$

где  $x_k$ ,  $\vec{u}_k$  — мольная доля и характерная скорость  $k$ -го компонента смеси;  $d_{ik}$  — коэффициент бинарной диффузии, рассчитываемый по формулам кинетической теории газов.

Мольный диффузионный поток определяется следующим выражением:

$$\vec{J}_k^* = \frac{\rho \alpha_k}{M_k} (\vec{u}_k - \vec{u}^*).$$

Здесь  $M_k$  — молекулярная масса  $k$ -го компонента смеси;  $\vec{u}^* = \sum_k x_k \vec{u}_k$  — среднемольная скорость смеси.

Следуя [6], предположим, что все компоненты смеси, кроме  $k$ -го, движутся со среднемассовой скоростью  $\vec{u}$ , входящей в основные законы сохранения (1), т. е. справедливо

$$\vec{u}^* = (1 - x_k) \vec{u} + x_k \vec{u}_k.$$

Используя (4), (5), перепишем соотношение (3) в форме

$$\vec{J}_k^* = - \frac{\rho D_k}{M} \nabla x_k,$$

$$D_k = (1 - x_k) \left( \sum_{i \neq k} \frac{x_i}{d_{ik}} \right)^{-1}, \quad M = \sum_i x_i M_i.$$

Связь между массовым и мольным диффузионным потоком устанавливается непосредственно

$$\vec{J}_k = M_k \vec{J}_k^* - \alpha_k \sum_i M_i \vec{J}_i^*.$$

Формула (6) обладает важным свойством —  $\sum_k \vec{J}_k = 0$ . Описание химической модели смеси приведено в работах [2, 4, 5].

3. Конечно-разностные аналоги основных законов сохранения (1) решены с помощью полунявного метода ICE, построенного на использовании принципа расщепления моделируемого явления по составляющим физическим процессам [7]. Детали вычислительного метода описаны в [2]. Здесь же отметим, что отделение газодинамических процессов от химических и расчет последних на основе системы связанных обыкновенных дифференциальных уравнений химической кинетики дает возможность тождественно удовлетворять балансу полной массы в случае последовательного решения уравнений сохранения массы отдельных компонентов смеси. При решении исходных уравнений по периметру расчетной области (рис. 1) задавались граничные условия скольжения для моделирования условий свободного полета, мягкие граничные условия на выходе потока за пределы правой границы расчетной области, граничные условия прилипания или скольжения вдоль боковой и торцевой поверхностей обтекаемого тела. Для обеспечения лучшего соответствия расчетных результатов, полученных при  $Re \leq 10^3$ , с экспериментальными данными, соответствующими полетным условиям при высоких числах  $M$ , на грубой сетке использовались граничные условия скольжения на поверхности тела. Энергетические граничные условия соответствовали случаю теплоизолированной стенки.

4. Расчетная структура потока при отсутствии инжекции топлива в основании ближнего следа приведена на рис. 1, 2 и находится в хорошем соответствии с экспериментально наблюдаемой картиной течения. Определяемое по параметрам набегающего сверхзвукового потока ( $M_\infty = 4,25$ ,  $p_\infty = 0,0123$  атм,  $T_\infty = 650$  К) число  $Re = 200$ . Основные элементы расчетной структуры течения: зона обратных токов, примыкающая к торцевой поверхности тела, веер волн разрежения, разворачивающий поток в направлении оси симметрии и область сжатия потока за телом, в которой вновь меняется направление вектора скорости. Квадратиками приближенно помечена область течения со скоростями, меньшими местной скорости звука. Уровень донного давления (см. рис. 2) отражает степень изолированности от внешнего потока рекомпрессионным скачком уплотнения, расположенным по нормали к оси следа таким образом, что давление в ней резко падает. Отношение среднего давления в донной области к давлению в набегающем потоке  $\bar{p}_b/p_\infty = 0,22$  хорошо согласуется с экспериментальным значением, приведенным в [3].

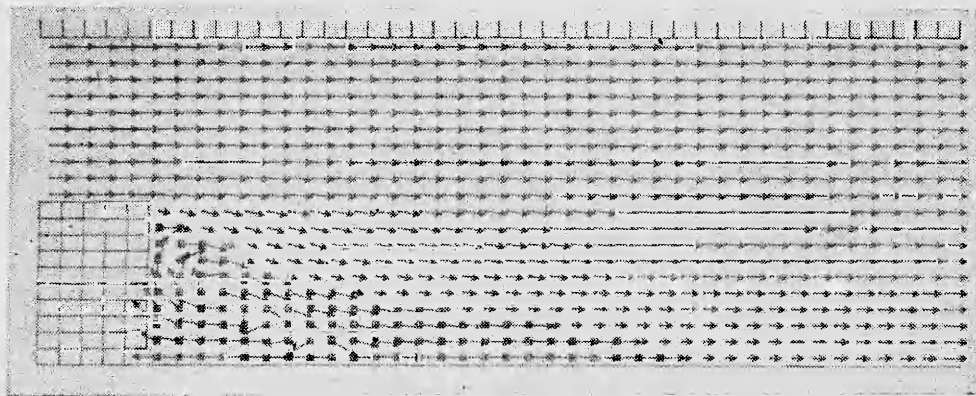


Рис. 1. Векторное поле скорости в следе за осесимметричным телом при отсутствии вдува массы. Длина вектора скорости в невозмущенном потоке соответствует 2,3 км/с. Длины векторов в дозвуковой области течения в принятом масштабе не передаются стандартным графопостроителем.

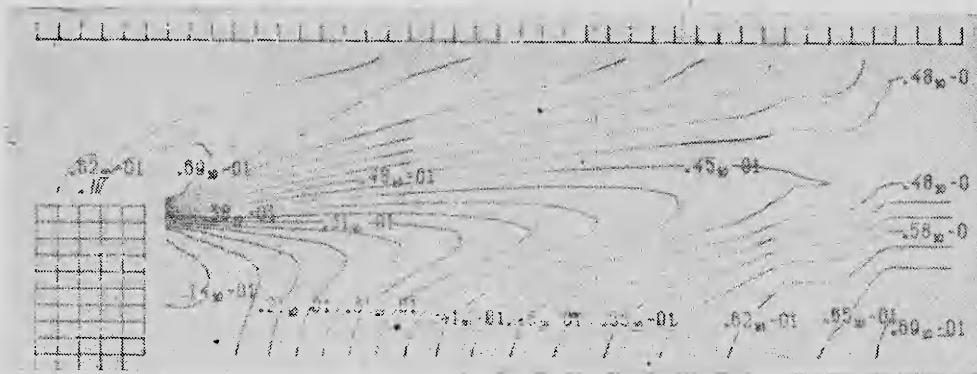


Рис. 2. Изолинии статического давления в относительных единицах ( $p_\infty = 0,067$ ) для случая рис. 1.

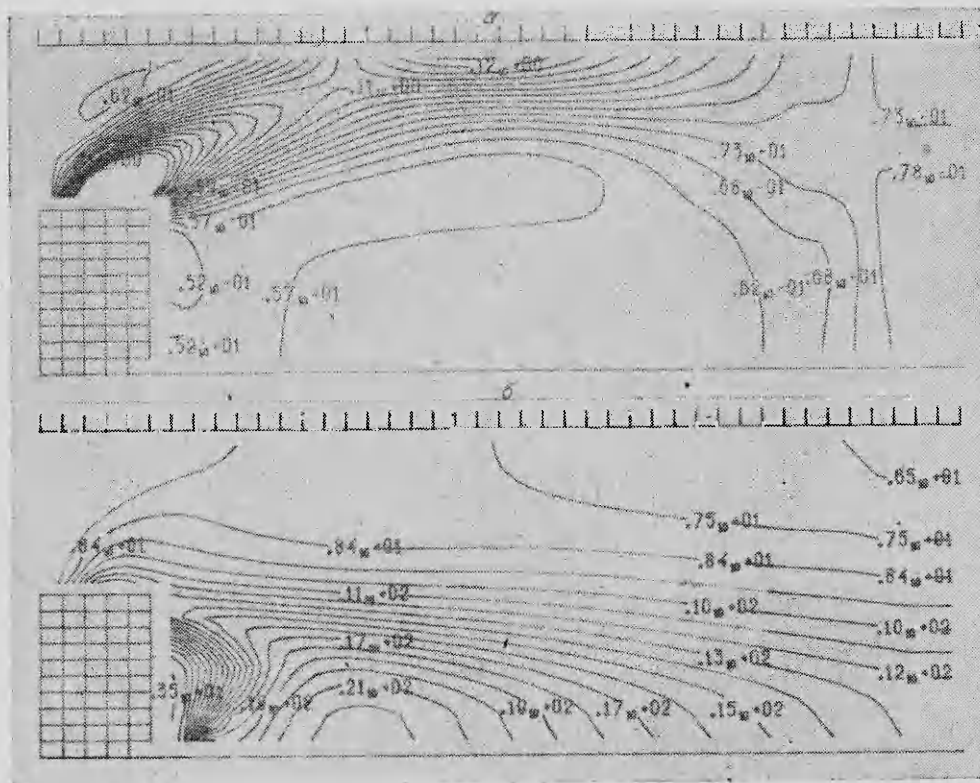


Рис. 3. Изолинии статического давления при наличии донного горения ( $Re = 200$ ) (а) и статистической температуры ( $T$ , К/100) (б).

Результаты, приведенные ниже, иллюстрируют влияние инжекции легкого газообразного топлива в основание ближнего следа за торцом цилиндрического тела, обтекаемого сверхзвуковым потоком с теми же параметрами. Параметры инжектируемого потока соответствовали случаю умеренного вдува недорасширенной (цилиндрической или кольцевой) холодной звуковой струи водорода ( $p_j = 0,1 \div 0,3$  атм,  $T_j = 300$  К). Число Рейнольдса, определяемое по параметрам инжектируемой струи и радиусу цилиндра, менялось в пределах от ста до нескольких тысяч. Степень теплового и механического воздействия на след изменялось также за счет ввода и горения дополнительного топлива посредством звуковой кольцевой ( $r_s = 2r_b$ ,  $r_b$  — радиус цилиндра) струи водорода со степенью перас-

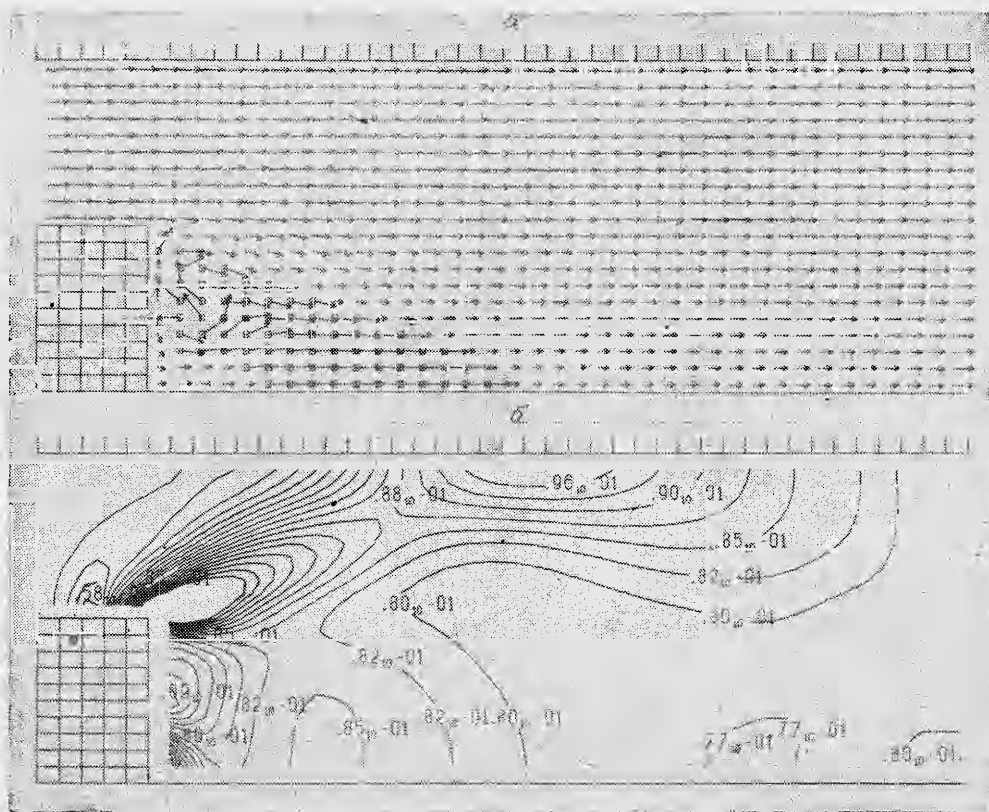


Рис. 4. Векторное поле скорости при вдуве массы в донную область посредством кольцевой струи ( $Re = 1000$ ) (а) и изолинии статического давления (б).

четности (по отношению к потоку окислителя), равной 5. Таким образом моделировался эффект внешнего горения [8].

На рис. 3 приведены расчетные распределения параметров течения при наличии слабого (степень перасчетности  $n = 1,5$ ) вдува топлива со звуковой скоростью вдоль оси симметрии следа. Так реализуется донное горение. Распределения статического давления (см. рис. 3, а) свидетельствуют о наличии слабого скачка уплотнения, идущего от края боковой поверхности цилиндра; уровень донного давления существенно повышается. Характерное отношение давлений составляет 0,6. Зона тепловыделения располагается вблизи оси симметрии следа (см. рис. 3, б). Отметим, что здесь численно реализуется процесс самовоспламенения смеси, так как «восстановленная» при торможении температура в донной области превышает 1600 К при  $T_\infty = 650$  К.

Результаты анализа структуры течения при вдуве кольцевой струи водорода ( $r_2 = 0,5r_b$ ) с теми же параметрами представлены на рис. 4. Зона рециркуляции имеет существенно меньшую протяженность, а топливо образует своеобразный экран, препятствующий проникновению окислителя в область течения, прилегающую непосредственно к торцевой поверхности тела. Отношение характерных давлений превышает единицу, являясь результатом, главным образом, механического воздействия инжектируемого потока, так как химические реакции протекают за пределами застойной зоны. Существенно, что для достижения повышенного уровня давления требуется значительно больший расход топлива. Дальнейшее увеличение степени перасчетности потока топлива приводит к

Рис. 6. Векторное поле скорости при комбинированном воздействии на след в условиях доминирующего влияния осевого вдува ( $Re = 200$ ) (а) в изолинии статической температуры (б).

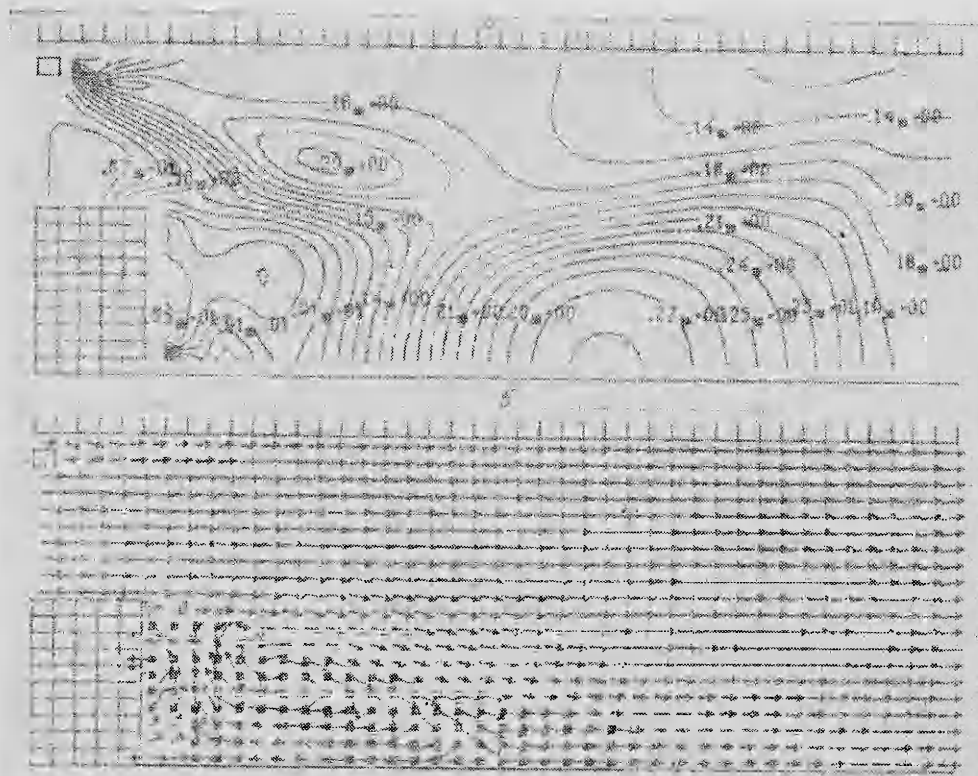
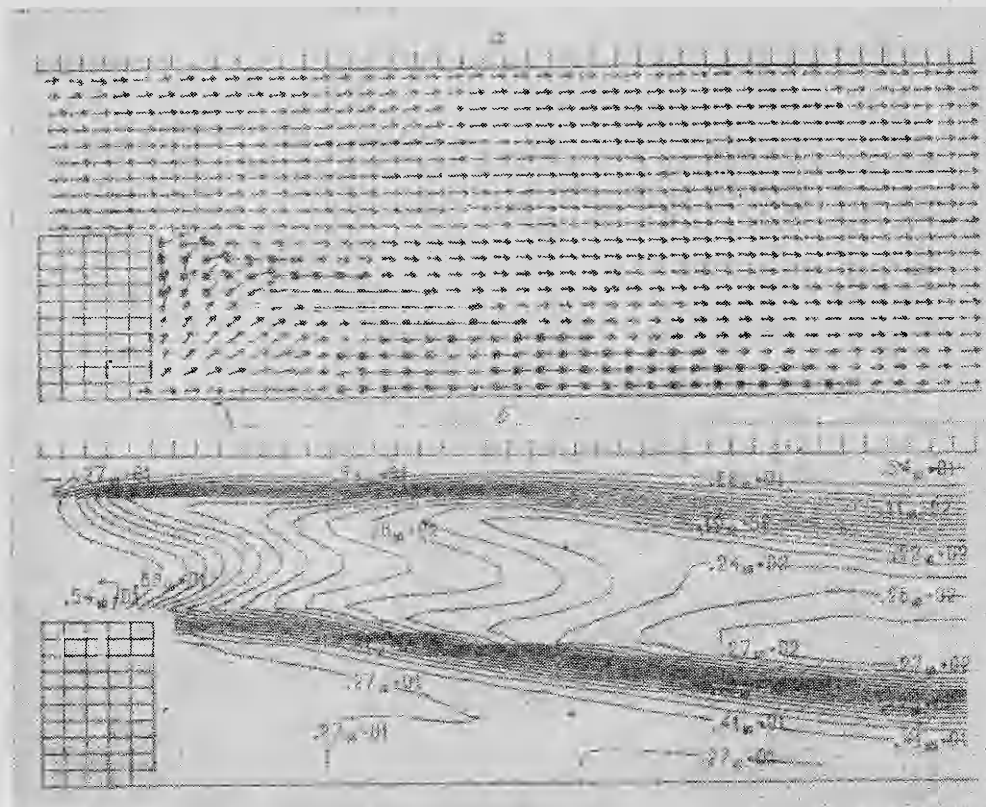


Рис. 5. Изолинии статического давления при комбинационном воздействии на след ( $Re = 200$ ) (а) и векторное поле скорости (б).



исчезновению зоны рециркуляции и реализации струйного режима истечения. Использование дискретной кольцевой струи могло бы улучшить процесс смесеобразования в донной области, однако такое течение существенно трехмерно. Перенос места вдува на периферию торцевой поверхности тела при тех же параметрах потоков не привел к положительным результатам.

Результаты численного моделирования «комбинированного» воздействия на след представлены на рис. 5. В этом случае подача топлива по периферии течения и умеренный вдув ( $n = 3$ ) водорода вдоль оси симметрии течения осуществлялись одновременно. При этом донное давление (см. рис. 5, а) вследствие теплового и механического воздействий на след почти вдвое превышало давление в набегающем потоке. Число  $M$  обратного течения (см. рис. 5, б) при наличии донного вдува уменьшается; структура течения в донной области соответствует столкновению двух встречных струй. Зона рециркуляции переобогащена топливом и горение происходит в основном вдоль ее внешней границы. Увеличение значения  $n$  центральной струи (до 20—30) приводит в конечном итоге к полному исчезновению зоны рециркуляции (см. рис. 6, а) и реализации струйного режима горения в ближнем следе. Давление в донной области определяется особенностями развития течения в сильно недорасширенной струе и слабо зависит от размеров донного среза. Такой режим истечения реализуется при существенно большем давлении ипжекции, чем в случае подачи топлива кольцевой струей.

На рис. 6, б приведены изолинии статической температуры смеси, наглядно иллюстрирующие положение зон интенсивного тепловыделения в потоке при наличии сильного вдува.

Автор признателен П. К. Третьякову за полезные обсуждения результатов работы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Aerodynamics of Base Combustion. Progress in Astronautics and Aeronautics. Vol. 40, N. Y., 1976.
2. В. К. Баев, В. И. Головичев, П. К. Третьяков и др. Горение в сверхзвуковом потоке. Новосибирск: Наука, 1984.
3. П. С. Коконинская, Б. М. Павлов, В. М. Паскопов. Численное исследование сверхзвукового обтекания тел вязким газом. М.: Изд-во МГУ, 1980.
4. В. И. Головичев. ФГВ, 1983, 19, 1.
5. В. И. Головичев, П. И. Яценко. Докл. АН СССР, 1983, 272, 3.
6. N. L. Rapagnani, D. W. Lankford.— In: Flames, Lasers, and Reactive Systems. Progress in Astronautics and Aeronautics, Vol. 88, N. Y., 1983.
7. В. М. Ковеня, П. И. Яценко. Метод расщепления в задачах газовой динамики. Новосибирск: Наука, 1981.
8. J. E. Hubbard et al. AIAA Paper 77—925, 1977.

Поступила в редакцию 6/VII 1984,  
после доработки — 24/VI 1985

#### ЯВЛЕНИЕ БИСТАБИЛЬНОСТИ И ВЛИЯНИЕ СЛАБЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ НА ОСЦИЛЛЯЦИОННОЕ ОКИСЛЕНИЕ ПРОПАНА

*С. Г. Бернатосян, А. А. Мангашян*

*(Ереван)*

Существование колебательных процессов в окислительных реакциях представляет в настоящее время большой интерес [1—5]. Исследования осцилляционного режима окисления пропана в проточных условиях показали, что в зависимости от начальных параметров системы могут наблюдаться как затухающие, так и стабильные осцилляции [6—8]. Последние, в свою очередь, бывают гармоническими, квазигармоническими