

жении пластины с эллиптическим отверстием пластические деформации появляются только тогда, когда интеграл удельной избыточной энергии в той части опасного сечения, где $U > U_{кр}$, достигнет предельной величины, равной $U_{кр}L_0$.

В заключение автор выражает свою признательность за ценные замечания и поддержку в работе М. Д. Новопашины.

ЛИТЕРАТУРА

1. Давиденков И. Н., Зайцев Г. П. Механический анализ ударной хрупкости // ЖТФ.— 1932.— Т. 2, вып. 5.
2. Kuntze W. Ermittlung des Einflusses ungleichformiger Spannungen und Querschnitte auf die Streckgrenze // Der Stahlbau.— 1933.— Jg. 6, N. 7.
3. Серенсен С. В. Прочность металла и расчет деталей машин.— М.; Л.: ОНТИ НКТП, 1937.
4. Bascoul A., Maso J. C. Influence des gradients de contraintes ou de deformations sur le seuil d'écoulement plastique d'un acier // J. de Mec. Appl.— 1981.— V. 5, N 4.
5. Балдин В. А., Потанов В. И., Фадеев А. А. О сопротивлении стали деформированию при неравномерном распределении напряжений // Строит. механика и расчет сооружений.— 1982.— № 5.
6. Геннев Г. А., Калашников С. Ю. Влияние градиентов напряжений, геометрии и масштабов сечений на переход изгибаемых элементов в пластическое состояние // Исследования по строительной механике: Сб. науч. тр.— М.: ЦНИИСК, 1985.
7. Иванов А. М., Новопашина М. Д. Методика исследования процесса формирования пластических зон у концентраторов при упругопластическом деформировании // Прочность материалов и элементов конструкций в условиях низких температур: Сб. науч. тр.— Якутск, 1985.
8. Новопашина М. Д., Иванов А. М. Расчет несущей способности элементов конструкций при неравномерном распределении напряжений // Повышение хладостойкости и несущей способности конструкций: Сб. науч. тр.— Якутск, 1987.
9. Новопашина М. Д., Сукнев С. В. Градиентный критерий текучести элементов конструкций с концентраторами напряжений // Моделирование в механике: Сб. науч. тр.— Новосибирск, 1987.— Т. 1(18), № 3.
10. Новопашина М. Д., Сукнев С. В. Градиентный критерий локального течения элементов металлоконструкций с концентраторами напряжений.— Якутск, 1987.— (Препр./АН СССР, Сиб. отд-ние, ИФТПС).
11. Новопашина М. Д. Упругопластическое деформирование и предельное состояние элементов конструкций с концентраторами напряжений: Автореф. дис. ... д-ра техн. наук.— Новосибирск, 1988.
12. Мухелишвили Н. И. Некоторые основные задачи математической теории упругости.— М.: Наука, 1966.
13. Griffith A. A. The phenomena of rupture and flow in solids // Phil. Trans. Roy. Soc. London. Ser. A.— 1921.— V. 221.— P. 163.
14. Серенсен С. В., Крамаренко О. Ю. Конструкционная прочность глобулярного чугуна // Вестн. машиностроения.— 1959.— № 1.
15. Писаренко Г. С., Лебедев А. А. Деформирование и прочность материалов при сложном напряженном состоянии.— Киев: Наук. думка, 1976.
16. Седов Л. И. Механика сплошной среды. Т. 2.— М.: Наука, 1970.

г. Новосибирск

Поступила 9/1 1990 г.

УДК 539.374 : 621.91

Г. А. Королев

НЕУСТОЙЧИВОСТЬ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИХ ПЛОСКИХ ТЕЧЕНИЙ

В условиях высокоскоростной упругопластической деформации возникают неоднородности течения материала, связанные как с наличием упругих сил, которые могут вызвать автоколебательные процессы, так и с локализованным адиабатическим разогревом в узкой области наиболее высоких скоростей деформирования [1]. Математические исследования термопластического сдвига проводились в [2, 3], модель упруговязкой жидкости рассмотрена в [4]. В настоящей работе изучается случай плоского упругопластического течения с учетом тепловых эффектов, связанных с адиабатическими условиями, а также конвективного отвода тепла из зоны интенсивных деформационных процессов.

1. Уравнения движения среды и баланса энергии применительно к этому случаю имеют вид [3, 4]

$$(1.1) \quad \frac{\partial V}{\partial T} + V_k \frac{\partial V}{\partial Y} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial S}{\partial T};$$

$$(1.2) \quad \rho c_V \left(\frac{\partial \Theta}{\partial T} + V_k \frac{\partial \Theta}{\partial Y} \right) = \lambda \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2} + \beta S \frac{\partial \Gamma}{\partial T},$$

где V , S , Θ , Γ — скорость, напряжение, температура и степень деформации соответственно; Y — координата; T — время; V_k — конвективная составляющая скорости; ρ , c_V , λ — плотность, удельная теплоемкость, коэффициент теплопроводности; $\beta = 0,9 \dots 0,95$ — коэффициент.

Уравнение связи

$$(1.3) \quad \frac{1}{G} \frac{\partial T}{\partial T} = \frac{\partial V}{\partial Y} - \frac{\partial \Gamma}{\partial T}$$

составлено с учетом упругой составляющей (G — модуль сдвига).

Систему (1.1)—(1.3) замыкает реологическое соотношение, связывающее напряжение с температурой, степенью деформации и ее скоростью: $S = f(\Theta, \Gamma, \partial \Gamma / \partial T)$. В частности, можно принять [2]

$$(1.4) \quad S = c \exp[-a(\Theta - \Theta_0^*)] (b \partial \Gamma / \partial T)^m \Gamma^n.$$

Здесь c , a , b , m , n — реологические постоянные ($b = 1$ с); Θ_0^* — начальная температура. Наложим на решения системы (1.1)—(1.4) граничные условия

$$(1.5) \quad V(T, 0) = 0, \quad V(T, h) = V_0, \\ \lambda (\partial \Theta / \partial Y)_{Y=0} = \alpha_0 [\Theta(T, 0) - \Theta_0^*], \quad (\partial \Theta / \partial Y)_{Y=h} = 0$$

(V_0 — постоянная скорость, α_0 — коэффициент теплоотдачи, h — размер зоны деформации).

Запишем систему уравнений (1.1)—(1.5) в безразмерном виде

$$(1.6) \quad \partial v / \partial t + P \partial v / \partial y = A \partial \sigma / \partial y;$$

$$(1.7) \quad \partial \theta / \partial t + P \partial \theta / \partial y = (1/Bi) \partial^2 \theta / \partial y^2 + \kappa \sigma \partial \gamma / \partial t;$$

$$(1.8) \quad \partial \sigma / \partial t = \partial v / \partial y - \partial \gamma / \partial t;$$

$$(1.9) \quad \sigma = \delta \exp(-\theta) (\partial \gamma / \partial t)^m \gamma^n;$$

$$(1.10) \quad v(t, 0) = 0, \quad v(t, 1) = 1,$$

$$(\partial \theta / \partial y)_{y=0} = Bi \theta(t, 0), \quad (\partial \theta / \partial y)_{y=1} = 0.$$

Безразмерные переменные принимают значения: $t = T/T_0$, $y = Y/h$, $\gamma = \Gamma/\Gamma_1$, $v = V/V_0$, $\sigma = S/(GD T_0)$, $\theta = a(\Theta - \Theta_0^*)$, $T_0 = c_V \rho h / \alpha_0$, $\Gamma_1 = = T_0 D$, $D = V_0/h$, $A = c_V \rho G / \alpha_0^2$, $\kappa = \beta c_V \rho a V_0^2 G / \alpha_0^2$, $\delta = c \alpha_0 (b D)^m \Gamma_1^n / (G \times \times V_0 c_V \rho)$, $Bi = \alpha_0 h / \lambda$, $P = V_k T_0 / h = Re/Bi$ (Re и Bi — числа Пекле и Био).

2. При $P = 0$ система (1.6)—(1.8) упрощается:

$$(2.1) \quad A \frac{\partial^2 \sigma}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 \sigma}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 \gamma}{\partial t^2};$$

$$(2.2) \quad \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{1}{Bi} \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \kappa \sigma \frac{\partial \gamma}{\partial t}.$$

Наложив на основное решение U_0 малые возмущения в виде

$$U = U_0 + U' = \{\sigma_0, \theta_0, \gamma_0\} + \{\sigma', \theta', \gamma'\} = \\ = \{\sigma_0, \theta_0, \gamma_0\} + \{\sigma^*, \theta^*, \gamma^*\} \exp(\alpha t + iky)$$

и линеаризовав систему (2.1), (2.2) относительно возмущений, имеем

$$(2.3) \quad A \frac{\partial^2 \sigma'}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 \sigma'}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 \gamma'}{\partial t^2};$$

$$(2.4) \quad \frac{\partial \theta'}{\partial t} = \frac{1}{Bi} \frac{\partial^2 \theta'}{\partial y^2} + \kappa \sigma_0 \frac{\partial \gamma'}{\partial t} + \kappa \delta' \frac{\partial \gamma_0}{\partial t}.$$

Исходя из существования нетривиального решения для γ^* , θ^* , предварительно исключив амплитуду возмущений по напряжению

$$\sigma^* = Q_0 \gamma^* + \alpha R_0 \dot{\gamma}^* - P_0 \theta^*$$

$$(Q_0 = (\partial \sigma / \partial \gamma)_0 = n \sigma_0 / \gamma_0, R_0 = (\partial \sigma / \partial \dot{\gamma})_0 = m \sigma_0 / \dot{\gamma}_0,$$

$$P_0 = -(\partial \sigma / \partial \theta)_0 = \sigma_0, \dot{\gamma}_0 \approx \partial \gamma_0 / \partial t)$$

из системы (2.3), (2.4), получим характеристическое уравнение [3]

$$(2.5) \quad \alpha^4 R_0 + \alpha^3 (1 + Q_0 - P_0 \kappa \sigma_0 + k^2 R_0 / \text{Bi}) + \\ + \alpha^2 [\kappa \dot{\gamma}_0 P_0 + k^2 (1 / \text{Bi} + Q_0 / \text{Bi} + A R_0)] + \\ + \alpha k^2 (A k^2 R_0 / \text{Bi} + A Q_0 - P_0 A \kappa \sigma_0) + k^4 A Q_0 / \text{Bi} = 0.$$

Из условий Рауса — Гурвица следует, что при $k \rightarrow \infty$ корни уравнения (2.5) α всегда отрицательны, т. е. система устойчива. Для $k = 0$ при выполнении неравенства

$$(2.6) \quad P_0 \kappa \sigma_0 / (1 + Q_0) > 1$$

система теряет устойчивость.

Для определения максимума α приравняем нулю производную $d\alpha/dk^2$ и найдем

$$(2.7) \quad k^2 = \frac{(P_0 A \sigma_0 \kappa / R_0 - A Q_0 / R_0) - \alpha [(1 + Q_0 / (\text{Bi} R_0) + A) - \alpha^2 \text{Bi}]}{2(\alpha A / \text{Bi} + A / \text{Bi})}.$$

Исследовав на экстремум характеристическое уравнение (2.5) с учетом того, что выражение (2.7) всегда положительно, имеем еще один критерий потери устойчивости:

$$(2.8) \quad P_0 \sigma_0 \kappa > Q_0 + 2 \sqrt{\kappa \dot{\gamma}_0 P_0 Q_0 / (A \text{Bi})}.$$

Выполнение неравенства (2.8) указывает на доминирующее влияние разупрочнения материала над деформационным упрочнением; в этом случае справедлива оценка для максимума собственного числа α :

$$\alpha \leq M = \frac{2M_1}{\sqrt{(M_2 + R_0)^2 + 4R_0 M_1 / (A \text{Bi})} + (M_2 + R_0)} \\ (M_1 = P_0 \sigma_0 \kappa - Q_0, M_2 = (1 + Q_0) / (A \text{Bi})).$$

Так как величина $\varepsilon = 1 / (A \text{Bi}) \ll 1$ в большинстве практических случаев, то M можно разложить по степеням малого ε :

$$M = \frac{P_0 \sigma_0 \kappa - Q_0}{R_0} \left[1 + \frac{\varepsilon}{R_0} (P_0 \sigma_0 \kappa + 1) \right] + O(\varepsilon^2).$$

Запишем (2.6) и (2.8) в размерном виде

$$(2.9) \quad \frac{\beta a S_0}{\rho c_V} > G + \frac{n}{\gamma_0} \sigma_0;$$

$$(2.10) \quad \frac{\Gamma_0 a \beta S}{\rho c_V^n} > 1 + 2 \sqrt{\frac{\beta \dot{\Gamma}_0 \lambda \Gamma a}{\rho c_V^n}}.$$

Неравенство (2.10) можно упростить с учетом малости второго слагаемого в правой части и соотношения (1.4):

$$\Gamma^{n+1} > \frac{n c_V \rho \exp [a (\theta - \theta_0^*)]}{a \beta c \dot{\Gamma}_0^m}.$$

Усиливая последнее неравенство, нетрудно получить критерий, приведенный в [2].

Неравенства (2.9), (2.10) определяют области значений параметров деформационных процессов, при которых возможна потеря устойчивости.

Первое из них обуславливает неустойчивость, связанную с развитыми упругими свойствами материала, которая выражается периодическими падениями напряжения с одновременным возрастанием температуры. Возникновение автоколебаний в большой степени зависит от величины G . Область реализации критерия (2.9) включается в область параметров, удовлетворяющих критерию (2.10), который связан с возможностью нарушения устойчивости течения из-за пластического разогрева по достижении определенной степени деформации.

3. Для $P = 0$, $n = 0$, как вытекает из (2.10), удовлетворяется необходимое условие потери устойчивости, т. е. деформационное насыщение приводит к такому состоянию течения, когда дальнейшее увеличение степени деформации не ведет к последующему упрочнению материала. В общий (достаточный) критерий неустойчивости будет входить волновое число k , зависящее от граничных условий, которым подчиняется основное решение (1.10). Из характеристического уравнения (2.5) и (1.9) следует

$$(3.1) \quad (\dot{\gamma}_0)^{m+1} > \frac{k^2 m \exp \theta_0}{Bi \kappa \delta}.$$

Достаточный критерий для возникновения автоколебаний имеет вид

$$(3.2) \quad \kappa \delta^2 > \frac{k^2 m \delta \exp \theta_0}{Bi (\dot{\gamma}_0)^{m+1}} + \frac{\exp 2\theta_0}{(\dot{\gamma}_0)^{2m}}.$$

Из (3.1), (3.2) получим усредненные оценки: $\kappa \delta > k^2 m / Bi$, $\kappa \delta > k^2 m / Bi + 1/\delta$. Используя усреднение $\dot{\Gamma} \sim V_0/h$, можно усилить неравенство (3.1) и оценить критическую скорость, достаточную для развития неустойчивости:

$$(3.3) \quad V^* > \frac{h}{b} \left(\frac{k^2 m \lambda b}{h^2 a c \beta} \right)^{1/(1+m)}.$$

В случае деформирования металлов параметр упрочнения m достаточно мал ($m < 0,1$) и оценка (3.3) упрощается:

$$(3.4) \quad V^* > (k^2 m \lambda) / (a c h \beta).$$

Для проверки на устойчивость стационарных решений, которые находятся аналитически из основной системы уравнений (при $t \rightarrow \infty$), использовался метод Галеркина. В целях повышения точности вычислений выбрана ортогональная система базисных функций для разложения в ряд малых возмущений, наложенных на решения. Собственные значения матрицы дифференциального оператора находились после ее приведения к почти диагональному виду. Зависимость k^2 от Bi показана на рис. 1.

4. Стационарное решение системы (1.6)–(1.10) при $n = 0$ и постоянном P находится в результате численного интегрирования исходной системы уравнений итерационным методом матричной прогонки. На практике значения P невелики (часто $P \ll 1$), что позволяет провести разложение стационара по малому параметру аналогично [5] и, таким образом, упростить численную реализацию задачи сведением к обычной схеме Рунге–Кутты для определения второго члена разложения.

Как следует из численных расчетов с использованием метода Галеркина, конвективный отвод тепла из зоны деформаций ведет к существенному сужению параметрической области существования неустойчивости. С учетом формулы (3.4) в качестве реологического соотношения были произведены

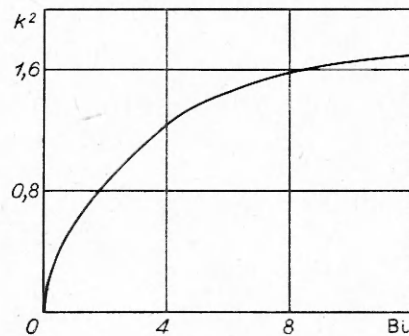
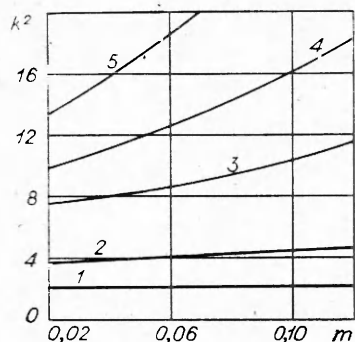
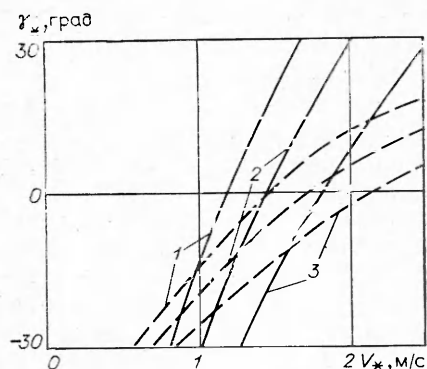


Рис. 1



Р и с. 2



Р и с. 3

вычисления k^2 в зависимости от m и числа Пекле, результаты которых представлены на рис. 2: линии 1—5 соответствуют $Pe = 0,1; 2; 5; 7; 10$. На основании вышеуказанных вычислений рассчитаны критические скорости обработки металлов непрерывным ортогональным резанием, необходимые для образования пилообразной (циклической) [6] стружки. На рис. 3 изображены границы перехода к неустойчивому стружкообразованию, связанному с явлением локализованного термопластического сдвига [1], для стали 2Х18Н9Т (при $m = 0,06$) в зависимости от значений скорости обработки V_* , главного переднего угла резца γ_* и φ — угла наклона условной плоскости сдвига. Кривые 1—3 отвечают $h = 1,2 \cdot 10^{-4}, 1,0 \cdot 10^{-4}, 0,8 \cdot 10^{-4}$ м — линейному размеру области основных деформаций в зоне стружкообразования (приблизительно равному 0,1 толщины среза); $\varphi = 20$ и 35° для сплошных и для штриховых линий. Области неустойчивого резания расположены справа от кривых.

ЛИТЕРАТУРА

1. Рехт Р. Ф. Разрушающий термопластический сдвиг // Тр. Амер. о-ва инж.-мех. Сер. E.— 1967.— Т. 31, № 2.
2. Burns T. J., Grady D. E., Costin L. S. On a criterion for thermo-plastic shear instability.— N. Y.: Amer. Inst. Phys., 1982.
3. Bai Y. L. Thermo-plastic instability in simple shear // J. Mech. Phys. Solids.— 1982.— V. 30, N 4.
4. Волчков В. М., Виноградов М. А., Козлов А. А. Об устойчивости упругопластических течений // ПМТФ.— 1977.— № 6.
5. Королев Г. А. О массообмене между сферической частицей и жидкостью при малых числах Пекле // ИФЖ.— 1982.— № 1.
6. Талантов Н. В., Черемушников Н. П. Температурно-деформационная природа процесса резания // Технология и автоматизация машиностроения.— Волгоград, 1977.

г. Волжский

Поступила 7/XII 1989 г.

УДК 532.522.2]: 519.63

В. И. Васильев, С. Н. Закотенко

О МОДЕЛИРОВАНИИ ВОЗДЕЙСТВИЯ ВТОРИЧНЫХ ТЕЧЕНИЙ НА ПРОЦЕСС СМЕШЕНИЯ В КАНАЛЕ

1. Для интенсификации процесса смешения двух потоков в канале в ряде случаев перед общей камерой устанавливаются профилированные насадки лепестковой формы типа, изображенного на рис. 1. Такие насадки имеют развитый периметр среза и за счет этого увеличивают суммарную интенсивность турбулентного обмена, кроме того, при обтекании профилированной поверхности могут формироваться сильные вторичные течения, которые также способствуют перемешиванию.

В [1, 2] предложен метод расчета смешения потоков при наличии интенсивных поперечных перетеканий, основанный на численном интегрировании параболических