УДК 538.4 : 621.31

А. Б. Прищепенко, М. В. Щелкачев

РЕЖИМ РАБОТЫ ВЗРЫВОМАГНИТНОГО ГЕНЕРАТОРА НА ЕМКОСТНУЮ НАГРУЗКУ С УЧЕТОМ ПОТЕРЬ МАГНИТНОГО ПОТОКА

Режим работы взрывомагнитного генератора на емкостную нагрузку (в приближении RLC-контура) рассматривался в [1, 2]. В [1] описан случай, когда в процессе работы ВМГ зависимость индуктивности L от времени квадратичная, а сопротивления R (определяющего все потери в контуре) — линейная. В [2] исследовалась ситуация, когда: зависимость индуктивности L от времени линейная, при этом $R = \text{const}$; зависимость индуктивности L от времени экспоненциальная, считалось, что $R = 0$ или $\alpha = R/L = \text{const}$ (что характерно для ряда ВМГ [3—7]). Для $\alpha = \text{const}$ получено общее решение изменения потока в цепи RLC-контура.

Настоящая работа посвящена рассмотрению более сложного случая, достовернее описывающего реальные физические процессы в ВМГ, характеризующиеся переменным во времени значением $\alpha = \alpha(t)$. Получены: асимптотические оценки колебательного процесса, которые, несмотря на отсутствие точного решения, позволили определить величину и закон изменения частоты, амплитуды тока и напряжения на конечных стадиях работы ВМГ; точные решения с учетом начальных условий в предположении $\alpha = \text{const}$ для экспоненциальной и линейной зависимости индуктивности от времени. Решения исследовались для диапазона значений начальной индуктивности ВМГ 100...1000 мкГн и емкости нагрузки $10^{-10}...10^{-8}$ Ф.

1. Описание режима работы ВМГ проводится в рамках эквивалентной схемы, приведенной на рис. 1. Здесь $L_г$, $L_н$ — индуктивность ВМГ и нагрузки, C — емкость нагрузки, R — эффективное сопротивление, определяющее все потери в контуре. Электрический ток I, магнитный поток $\Phi = LI$, напряжение на конденсаторе $U = \frac{1}{C}\int\limits_0^t I dt$ описываются уравнениями

$$(1.1)\qquad (IL)' + RI + \frac{1}{C}\int\limits_0^t I\,dt = 0, \quad \Phi' + \frac{R}{L}\Phi + \frac{1}{C}\int\limits_0^t \frac{\Phi}{L}\,dt = 0,$$

$$LU'' + (L' + R)\,U' + \frac{1}{C}U = 0$$

($L = L_г + L_н$ — индуктивность контура). Считается, что при $t = 0$ (в начале работы ВМГ) $\Phi = \Phi_0$, $I = I_0$, $U = 0$. Пусть

$$(1.2)\qquad L = L_0 f(\tau),\ \tau = t/\tau_L,$$

где τ_L — характерное время изменения индуктивности; L_0 — начальная индуктивность контура; $f(\tau) > 0$ — дифференцируемая функция ($f(0) = 1$, $f'(\tau) < 0$, $f''(\tau) > 0$ — монотонно убывающая, при $\tau \to \infty$ $f(\tau)$, $f'(\tau)$, $f''(\tau)$ стремятся к нулю). Такая зависимость описывает, например, изменение индуктивности спирального ВМГ, у которого шаг витков спирали возрастает по длине ВМГ. Преобразуем интегродифференциальные уравнения (1.1) в дифференциальные в безразмерной форме, воспользовавшись (1.2):

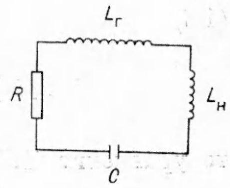

Рис. 1

$$(1.3)\qquad y_i'' + P_i(\tau)\,y_i' + Q_i(\tau)\,y_i = 0,$$

$$y_1 = J = I/I_0,\ P_1 = 2f'/f + \nu,\ Q_1 = f''/f + \nu f'/f + \nu' + \theta^2/f,$$

$$y_2 = V = U\tau_L/(I_0 L_0),\ P_2 = \nu + f'/f,\ Q_2 = \theta^2/f,$$

$$y_3 = \eta = \Phi/\Phi_0,\ P_3 = \nu,\ Q_3 = \nu' + \theta^2/f,\ \nu(\tau) = \alpha(\tau)\tau_L,$$

$$\alpha(\tau) = R(\tau)/L(\tau),\quad \theta^2 = \tau_L^2/(CL_0) = \text{const} \qquad (i = 1, 2, 3).$$

Ниже индексом 1 обозначим величины, характеризующие ток, 2 — напряжение, 3 — магнитный поток. Из уравнений (1.1)—(1.3) следует

(1.4) $$\eta = Jf,\ V' = \theta^2 J.$$

Запишем начальные условия при $\tau = 0$ для (1.3), воспользовавшись уравнениями (1.1):

(1.5) $$J = 1,\ J' + f'/f + \nu = 0,\ V = 0,\ V' - \theta^2 = 0,\ \eta = 1,\ \eta' + \nu = 0.$$

Приведя (1.3) к двухчленному виду посредством подстановок

(1.6) $$y_i = \exp\left[-\frac{1}{2}\int_0^\tau P_i(\tau)\,d\tau\right] x_i(\tau),$$

$$y_1 = \frac{1}{f(\tau)} A(\tau)\,x_1(\tau),\quad y_2 = \sqrt{\frac{1}{f(\tau)}}\,A(\tau)\,x_2(\tau),$$

$$y_3 = A(\tau)\,x_3(\tau),\quad A(\tau) = \exp\left[-\frac{1}{2}\int_0^\tau \nu(\tau)\,d\tau\right],$$

имеем

(1.7) $$x_i'' + q_i(\tau)\,x_i = 0,\quad q_i = Q_i - P_i^2/4 - P_i'/2,$$

$$q_1 = q_3 = \theta^2/f + \nu'/2 - \nu^2/4,$$

$$q_2 = \frac{\theta^2}{f} + \frac{1}{4}\left(\frac{f'}{f}\right)^2 - \frac{1}{4}\nu^2 - \frac{\nu'}{2} - \frac{1}{2}\frac{f''}{f} - \frac{\nu f'}{2f}.$$

Используя свойства решений уравнений второго порядка вида (1.7) и асимптотические формулы (ВКБ-приближение [8]), по особенности поведения коэффициентов $q_i(\tau)$ можно определить характер процесса. Пусть функция $\nu(\tau)$ (характеризующая потери магнитного потока) и ее производные ограничены во времени, тогда из (1.7), согласно свойствам функции $f(\tau)$ (1.2), получим, что в процессе срабатывания ВМГ $q_i(\tau)$ становится положительной независимо от знака $q_i(0)$ в начальный момент времени. Отсюда следует, что при больших значениях емкости C ($\theta^2 \ll 1$), когда в начале процесса $q_i(0) < 0$, имеет место апериодический режим, который при $q_i(\tau) > 0$ сменяется колебательным. Для малых значений емкости C ($\theta^2 \gg 1$) при $q_i(0) > 0$ колебательный процесс реализуется в течение всей работы ВМГ.

Если $\nu'''(\tau)$ непрерывна при $\tau \geqslant 0$ (тогда и $q_i''(\tau)$ непрерывна), а также выполняются условия [8]

(1.8) $$q_i(\tau) > 0,\quad \int^\infty |\alpha_i(\tau)|\,d\tau < \infty,$$

$$\alpha_i(\tau) = \frac{1}{8}\frac{q_i''(\tau)}{q_i^{3/2}(\tau)} - \frac{5}{32}\frac{(q_i'(\tau))^2}{q_i^{5/2}(\tau)}\qquad (i = 1, 2, 3),$$

то уравнение (1.7) имеет при $\tau \to \infty$ два ВКБ-асимптотических решения

(1.9) $$x_{i1} = q_i^{-1/4}\cos\int_0^\tau \sqrt{q_i(\tau)}\,d\tau + \varepsilon_{i1}(\tau),\quad x_{i2} =$$

$$= q_i^{-1/4}\sin\int_0^\tau \sqrt{q_i(\tau)}\,d\tau + \varepsilon_{i2}(\tau),$$

$$\varepsilon_{ij}(\tau) \leqslant B\int_\tau^\infty |\alpha_i(\tau)|\,d\tau,\quad \lim_{\tau\to\infty}\varepsilon_{ij}(\tau) = 0$$

$$(B = \mathrm{const},\ i = 1, 2, 3,\quad j = 1, 2),$$

Если кроме (1.8) выполняется условие

$$\lim_{\tau\to\infty}\frac{q_i'}{q_i^{3/2}}=0, \tag{1.10}$$

то решения (1.9) линейно независимы и их можно дифференцировать [8]. При $\tau\to\infty$ получаем

$$x_{i1}'=-q_i^{1/4}\sin\int_0^\tau\sqrt{q_i}\,d\tau,\quad x_{i2}'=q_i^{1/4}\cos\int_0^\tau\sqrt{q_i}\,d\tau. \tag{1.11}$$

Воспользовавшись формулами (1.6), (1.9) и (1.11), можно оценить частоту и амплитуду колебательного процесса. Когда $\theta^2\gg 1$, то, согласно (1.7), $q_i\approx\theta^2/f>0$, что характерно для спиралей, индуктивность которых распределена по длине ВМГ по экспоненциальному закону или, во всяком случае, не слишком от него отличному; например, для [8]

$$f=\exp\Bigl[-\sum_j a_j\tau^{b_j}\Bigr],\quad a_j=\mathrm{const},\quad b_j=\mathrm{const} \tag{1.12}$$

(j — любое натуральное число) или для [3]

$$f=\exp\,[h\,(1-\exp\,(\nu\tau))-\nu\tau],\ h=\mathrm{const},\ \nu=\mathrm{const}. \tag{1.13}$$

Условия (1.8), (1.10) для $q_i=\theta^2/f$, где f определяется равенствами (1.12), (1.13), выполнены, при этом формулы (1.6), (1.7) упрощаются и асимптотика решений уравнений (1.3) имеет вид

$$\begin{gathered}J=\theta^{-1/2}\frac{A(\tau)}{f(\tau)^{3/4}}D_1(\tau),\quad V=\theta^{-1/2}\frac{A(\tau)}{f(\tau)^{1/4}}D_2(\tau),\\ D_i=C_{i1}\cos B(\tau)+C_{i2}\sin B(\tau),\\ B(\tau)=\theta\int_0^\tau f(\tau)^{-1/2}\,d\tau,\quad C_{ij}=\mathrm{const}\qquad(i,j=1,2).\end{gathered} \tag{1.14}$$

Так как $\nu(\tau)$— ограниченная функция, то из (1.6) вытекает, что с ростом τ функция $A(\tau)$ убывает. Поэтому амплитуда напряжения в (1.14) возрастает, если монотонно убывающая функция

$$f(\tau)=o\,[A(\tau)^4]=o\left[\exp\left(-2\int_0^\tau\nu(\tau)\,d\tau\right)\right],$$

а амплитуда тока возрастает, если

$$f(\tau)=o\,[A(\tau)^{4/3}]=o\left[\exp\left(-\frac{2}{3}\int_0^\tau\nu(\tau)\,d\tau\right)\right].$$

Здесь $F(\tau)=o[g(\tau)]$ означает, что при $\tau\gg 1$ $F(\tau)$— бесконечно малая величина высшего порядка по сравнению с $g(\tau)$.

Оценим амплитуду $U^*=LI'$ (в безразмерной форме fJ'), характеризующую напряжение между конусом центральной расширяющейся трубы и витками спирали [3], для $q_i=\theta^2/f$. Из (1.1)—(1.4) получаем

$$fJ'=-(V+Jf'+\nu\eta). \tag{1.15}$$

(Подставляя решение (1.14) в (1.15), находим

$$fJ'=-\frac{\theta^{-1/2}A(\tau)}{f(\tau)^{1/4}}\left[D_2(\tau)+\frac{f'(\tau)}{\sqrt{f(\tau)}}D_1(\tau)+\nu\sqrt{f}\,D_1(\tau)\right]. \tag{1.16}$$

Условие (1.10) при $q_i=\theta^2/f$ имеет вид

$$\lim_{\tau\to\infty}\frac{q_i'(\tau)}{q_i^{3/2}(\tau)}=\lim_{\tau\to\infty}\frac{f'(\tau)}{\sqrt{f(\tau)}}. \tag{1.17}$$

Используя уравнения (1.17), а также свойства функции $f(\tau)$, из (1.16) получаем, что с ростом времени τ $Jf' \ll V$, $\nu\eta \ll V$. Следовательно, при $t/\tau_L \gg 1$ амплитуду U^* можно оценить по значению амплитуды напряжения U на конденсаторе.

Для оценки частоты колебаний ω (несущей, поскольку в реальной системе наблюдается спектр частот) в решениях (1.14) воспользуемся формулой

$$B(\tau+T)-B(\tau)=\theta\left[\int\limits_0^{\tau+T}\frac{d\tau}{\sqrt{f(\tau)}}-\int\limits_0^{\tau}\frac{d\tau}{\sqrt{f(\tau)}}\right]=2\pi \tag{1.18}$$

($B'(\tau)=\theta f(\tau)^{-1/2}$, $T=2\pi/(\omega\tau_L)$— период колебаний). Разлагая левую часть (1.17) в ряд Тейлора (учитывая, что при $\tau\to\infty$ $T\to 0$) и ограничиваясь линейным членом, находим

$$\omega=\frac{\theta}{\tau_L}f(\tau)^{-1/2}=\frac{1}{\sqrt{L(\tau)C}},\quad L(\tau)=L_0 f(\tau),\quad \tau=\frac{t}{\tau_L}. \tag{1.19}$$

Итак, получаем, что при $\theta^2 \gg 1$ (для малых значений емкости C) с течением времени частота колебаний растет и не зависит от потерь магнитного потока, а зависит от емкости конденсатора и индуктивности $L(\tau)$ (1.19). Рассмотрим случай, когда можно получить точные решения уравнений (1.1), (1.3).

2. Пусть закон изменения индуктивности ВМГ в процессе работы экспоненциальный, описанный в моделях [2, 4—7]:

$$f(\tau)=\exp(-\tau),\ \tau=t/\tau_L. \tag{2.1}$$

Здесь τ_L равно времени, за которое индуктивность ВМГ при срабатывании изменяется в e раз. Пусть

$$\alpha=R(\tau)/L(\tau)=\text{const}\ (\nu=\text{const}) \tag{2.2}$$

в течение всего времени работы ВМГ [3]. Тогда для уравнений (1.3), (1.7) запишем коэффициенты как

$$P_1=\nu-2,\ Q_1=1-\nu+\theta^2\exp(\tau),\ q_1=\theta^2\exp(\tau)-\nu^2/4,$$
$$P_2=\nu-1,\ Q_2=\theta^2\exp(\tau),\ q_2=\theta^2\exp(\tau)-(\nu-1)^2/4.$$

Представив общее решение уравнений (1.3) в виде цилиндрических функций [9] и решая начальную задачу, с использованием свойств функций Бесселя [10] имеем

$$J=\pi\theta\exp\left(\frac{2-\nu}{2}\tau\right)[Y_{\nu-1}(2\theta)J_\nu(\delta)-J_{\nu-1}(2\theta)Y_\nu(\delta)], \tag{2.3}$$

$$V=\pi\theta\exp\left(\frac{1-\nu}{2}\tau\right)[J_{\nu-1}(2\theta)Y_{\nu-1}(\delta)-Y_{\nu-1}(2\theta)J_{\nu-1}(\delta)],\quad \delta=2\theta\exp(\tau/2).$$

В отсутствие потерь магнитного потока ($R=\nu=0$) из (2.3) получаем решение, совпадающее с представленным в [2]:

$$J=\pi\theta\exp(\tau)[J_1(2\theta)Y_0(\delta)-Y_1(2\theta)J_0(\delta)],$$
$$V=\pi\theta^2\exp(\tau/2)[J_1(2\theta)Y_1(\delta)-Y_1(2\theta)J_1(\delta)].$$

К концу работы ВМГ ($\tau\to\infty$) наблюдается колебательный процесс. Из (2.3) вытекает

$$J=\sqrt{\pi\theta}\exp\left(\frac{3-2\nu}{4}\tau\right)[Y_{\nu-1}(2\theta)\cos\beta-J_{\nu-1}(2\theta)\sin\beta], \tag{2.4}$$

$$V=\sqrt{\pi\theta^3}\exp\left(\frac{1-2\nu}{4}\tau\right)[J_{\nu-1}(2\theta)\cos\beta+Y_{\nu-1}(2\theta)\sin\beta],\quad \beta=$$
$$=2\theta\exp(\tau/2)-\nu\pi/2-\pi/4.$$

При $\theta \to \infty$ из (2.3) находим

$$J = \exp\left(\frac{3-2\nu}{4}\tau\right)\cos\mu,\quad V = \theta\exp\left(\frac{1-2\nu}{4}\tau\right)\sin\mu,\quad \mu = 2\theta[\exp(\tau/2)-1]. \tag{2.5}$$

В данном случае можно применить асимптотическое приближение (1.14) вида

$$J = \theta^{-1/2}\exp\left(\frac{3-2\nu}{4}\tau\right)[C_{11}\cos\mu + C_{12}\sin\mu], \tag{2.6}$$

$$V = \theta^{-1/2}\exp\left(\frac{1-2\nu}{4}\tau\right)[C_{21}\cos\mu + C_{22}\sin\mu],\quad C_{ij} = \mathrm{const}\ (i,\ j = 1,2).$$

Сравнивая выражения (2.5), (2.6), видим, что периоды этих колебательных процессов равны, а амплитуды соответствующих величин пропорциональны между собой. Амплитуда возрастает во времени в (2.4)—(2.6) для J при $\nu < 3/2$ и V при $\nu < 1/2$.

Итак, когда $\alpha = R/L = \mathrm{const}$, безразмерные значения магнитного потока, тока и напряжения в течение работы ВМГ зависят от параметров ν и θ. На основании данных [3—7] принят следующий диапазон изменения параметров:

$$\tau_L = 1 \ldots 20\ \text{мкс},\ L_0 = 100 \ldots 1000\ \text{мкГн}, \tag{2.7}$$
$$C = 10^{-10} \ldots 10^{-8}\ \Phi,\ \nu = 0{,}1 \ldots 0{,}4.$$

Этой комбинации размерных параметров отвечает $\theta = 1 \ldots 200$. Расчеты показали, что уже при $1 \leqslant \theta \leqslant 2{,}5$ огибающие амплитуд колебательного процесса могут описываться уравнениями (2.5) с абсолютной ошибкой не выше 5 %. Напряжение на конденсаторе и ток в цепи к концу работы ВМГ можно оценивать по огибающим амплитуд колебаний. Амплитуда тока J не зависит от θ и, следовательно, от емкости C, а амплитуда напряжения V пропорциональна θ (напряжение U в размерной форме пропорционально $I_0\sqrt{L_0/C}$). Влияние потерь потока на амплитуду колебаний весьма существенно.

Заметим, что в случае чисто индуктивной нагрузки в цепи контура при $C \to \infty$ $(\theta \to 0)$ из решения (2.3) имеем

$$J = \exp[(1-\nu)\tau]. \tag{2.8}$$

Из сравнения (2.5) с (2.8) вытекает, что рост амплитуды тока при работе ВМГ на емкостную нагрузку менее интенсивен, чем при работе на индуктивную нагрузку для $\nu < 1/2$.

Считая, что коэффициент усиления энергии $K_E = (1/2)CU^2/[(1/2)L_0I_0^2]$ есть отношение энергии конденсатора к энергии начальной запитки ВМГ, из (1.3) получим $K_E = V^2/\theta^2$. Значение K_E можно оценивать, пользуясь (2.5).

На рис. 2 представлена зависимость логарифма амплитуды напряжения в (2.5) от времени τ для различных значений ν:

$$\ln\frac{V}{\theta} = \ln\frac{U}{I_0\sqrt{L_0/C}} = \frac{1}{2}\ln K_E = \frac{1-2\nu}{4}\tau.$$

Оценивая частоту колебательного процесса по формуле (1.18), из (2.4) или (2.5) находим, что частота ω не зависит от потерь магнитного потока и имеет вид

$$\omega = \frac{1}{\tau_L} = \frac{\pi}{\ln[\pi\exp(-\tau/2)\theta^{-1}+1]}. \tag{2.9}$$

С увеличением θ или τ частота колебаний растет и ее зависимость становится аналогичной (1.19):

$$\omega = \frac{\theta}{\tau_L}\exp(\tau/2) = \frac{1}{\sqrt{L(\tau)C}},\quad L(\tau) = L_0\exp(-\tau),\quad \tau = \frac{t}{\tau_L}. \tag{2.10}$$

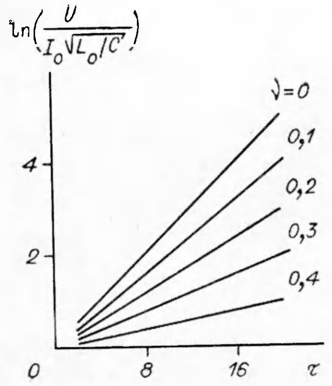

Рис. 2

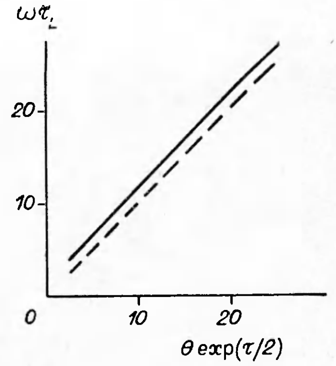

Рис. 3

На рис. 3 представлена зависимость безразмерной частоты $\omega\tau_L$ от значения $\theta \exp(\tau/2)$ согласно формулам (2.9) и (2.10) (сплошная и штриховая линии). Оценки показали, что при $\theta \exp(\tau/2) \sim 16$ абсолютная ошибка при расчете ω по формуле (2.10) не превосходит 10 %.

3. Рассмотрим ВМГ коаксиального типа (или спирального, витки которого намотаны с постоянным шагом). При этом закон вывода индуктивности запишем в форме [2, 11]

$$f = 1 - \tau, \tag{3.1}$$

где $\tau = t/\tau_L^*$, τ_L^* — характерное время, за которое индуктивность уменьшается до нуля. Тогда коэффициенты для уравнений (1.3), (1.7) следующие:

$$P_1 = \nu - \frac{2}{1-\tau},\quad Q_1 = \frac{\theta^2}{1-\tau} - \frac{\nu}{1-\tau} + \nu',\quad q_1 = \frac{\theta^2}{1-\tau} + \frac{\nu'}{2} - \frac{\nu^2}{4},$$

$$P_2 = \nu - \frac{1}{1-\tau},\quad Q_2 = \frac{\theta^2}{1-\tau},\quad q_2 = \frac{\theta^2}{1-\tau} + \frac{1}{4(1-\tau)^2} + \frac{\nu}{2(1-\tau)} - \frac{\nu^2}{4} - \frac{\nu'}{2}.$$

В соответствии с определением τ в (3.1) процесс срабатывания ВМГ происходит для $0 < \tau < 1$. Так как при $\tau \to 1$ не выполняются условия, аналогичные (1.8) [8], то ВКБ-асимптотические оценки провести нельзя. Для случая (2.2), когда $R(\tau)/L(\tau) = \alpha = \text{const}$ ($\nu = \text{const}$), решение уравнений (1.3) с учетом начальных условий (1.5) можно представить в виде вырожденных гипергеометрических функций [9]. В обозначениях [10] получаем

$$J = \nu \exp(-\nu)\,\Gamma\left(1 - \frac{\theta^2}{\nu}\right)\left\{U\left[-\frac{\theta^2}{\nu}, 1, \nu\right] M\left[1 - \frac{\theta^2}{\nu}, 2, (1-\tau)\nu\right] + M\left[-\frac{\theta^2}{\nu}, 1, \nu\right] U\left[1 - \frac{\theta^2}{\nu}, 2, (1-\tau)\nu\right]\right\}, \tag{3.2}$$

$$V = \theta^2 \exp(-\nu)\,\Gamma\left(-\frac{\theta^2}{\nu}\right)\left\{M\left[-\frac{\theta^2}{\nu}, 1, \nu\right] U\left[-\frac{\theta^2}{\nu}, 1, (1-\tau)\nu\right] + U\left[-\frac{\theta^2}{\nu}, 1, \nu\right] M\left[-\frac{\theta^2}{\nu}, 1, (1-\tau)\nu\right]\right\}$$

($\Gamma(x)$— гамма-функция). Когда потери магнитного потока малы ($\nu \to 0$, $\theta^2/\nu \to \infty$, θ фиксировано), из (3.2), согласно [10], находим решение, представленное в виде цилиндрических функций и совпадающее с [2]:

$$J = \frac{\pi\theta}{\sqrt{1-\tau}}\left[Y_0(2\theta) J_1(2\theta\sqrt{1-\tau}) - J_0(2\theta) Y_1(2\theta\sqrt{1-\tau})\right],$$

$$V = \pi\theta^2 [Y_0(2\theta) J_0(2\theta\sqrt{1-\tau}) - J_0(2\theta) Y_0(2\theta\sqrt{1-\tau})].$$

К концу работы ВМГ при $\tau \to 1$ решение (3.2) не выражается через тригонометрические функции в отличие от случая, разобранного в п. **2.**

При малых значениях емкости ($C \to 0$, $\theta^2/\nu \to \infty$, ν фиксировано) решение (3.2) упрощается и наблюдается колебательный режим:

$$J = \frac{\exp(-\nu\tau/2)}{(1-\tau)^{3/4}} \cos\left[2\theta\left(1-\sqrt{1-\tau}\right)\right], \tag{3.3}$$

$$V = \frac{\theta \exp(-\nu\tau/2)}{(1-\tau)^{1/4}} \sin\left[2\theta\left(1-\sqrt{1-\tau}\right)\right].$$

Частоту колебаний ω в решении (3.3) можно оценивать по формулам, аналогичным (1.18), (1.19):

$$\omega = 1/\sqrt{L(\tau)C}, \quad L(\tau) = L_0(1-\tau), \quad \tau = t/\tau_L^*.$$

Из (3.3) следует, что амплитуда тока при $\tau \leqslant 1 - 1/(2\nu)$ уменьшается, а при $\tau > 1 - 1/(2\nu)$ возрастает. Амплитуда напряжения имеет подобную зависимость для $\tau \lessgtr 1-3/(2\nu)$. Частота колебаний с течением времени растет.

Заметим, что характерное время τ_L^*, определенное по (3.1), значительно превосходит τ_L из (2.1). Поэтому для одинаковых значений α, начальной индуктивности и емкости контуров безразмерные параметры ν и θ в данном пункте, пропорциональные τ_L^*, согласно (1.3), значительно превосходят соответствующие параметры в п. 2. Расчеты показали, что рост частоты колебаний и амплитуды в формуле (3.3) менее интенсивен, чем у спиралей с экспоненциальным законом изменения индуктивности.

Проведенные исследования дают возможность оценить основные параметры, характеризующие режим работы ВМГ на емкостную нагрузку.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Stuetzer O. M.** Compressed magnetic flux amplifier with capacitive load.— Albuquerque, 1980.— (Sandia Lab.; SAND—79—2939).
2. **Кравченко А. С., Людаев Р. З., Мальков М. А. и др.** Работа магнитокумулятивного генератора на емкостную нагрузку // ПМТФ.— 1981.— № 5.
3. **Демидов В. А., Жаринов Е. И., Казаков С. А., Чернышев В. К.** Высокоиндуктивные взрывомагнитные генераторы с большим коэффициентом усиления энергии // ПМТФ.— 1981.— № 6.
4. **Павловский А. И., Людаев Р. З., Юрыжев А. С. и др.** Многосекционный генератор МК-2 // Сверхсильные магнитные поля: Тр. 3-й Междунар. конф. по генерации мегагауссных магнитных полей и родственным экспериментам.— М.: Наука, 1984.
5. **Чернышев В. К., Волков Г. И., Иак С. В. и др.** Влияние скорости разлета трубы на усиление энергии в небольших спиральных ВМГ // Там же.
6. **Павловский А. И., Людаев Р. З.** Магнитная кумуляция // Вопросы современной экспериментальной и теоретической физики.— Л.: Наука, 1984.
7. **Chernyshev V. K., Blinov A. V., Vakhrushev V. V. et al.** Helical generator model and voltage distribution in the coil // Megagauss fields and pulsed power systems: Proc. Intern. conf. MG — V.— N. Y.: Nova Sci. Publ., 1990.
8. **Федорюк М. В.** Обыкновенные дифференциальные уравнения.— М.: Наука, 1980.
9. **Камке Э.** Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям.— М.: Наука, 1965.
10. **Справочник** по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами // Под ред. М. А. Абрамовица и И. Стиган.— М.: Наука, 1979.
11. **Жаринов Е. И., Демидов В. А., Рябикин А. И. и др.** Предельные возможности коаксиального ВМГ с осевым инициированием заряда // Сверхсильные магнитные поля: Тр. 3-й Междунар. конф. по генерации мегагауссных магнитных полей и родственным экспериментам.— М.: Наука, 1984.

г. Москва — *Поступила 5/V 1990 г., в окончательном варианте — 5/IX 1990 г.*