

## ГЕОМЕХАНИКА

УДК 539.3

### ОЦЕНКА ДЕФОРМИРОВАНИЯ УГОЛЬНОГО ПЛАСТА С ВЫРАБОТКОЙ НА ОСНОВЕ ИДЕНТИФИКАЦИИ ПАРАМЕТРОВ ОБРУШЕНИЯ ПОРОД КРОВЛИ

**М. В. Курленя, В. Е. Миренков**

*Институт горного дела им. Н. А. Чинакала СО РАН,  
E-mail: mirenkov@misd.ru, Красный проспект, 54, 630091, г. Новосибирск, Россия*

Рассмотрено напряженно-деформированное состояние кусочно-однородного массива горных пород с горизонтальной очистной выработкой, характеризуемое исходным полем напряжений и механическими константами пород и пласта. Разработан алгоритм последовательных приближений определения параметров массива пород с выработкой, который объединяет все известные частные алгоритмы в класс труднорешаемых задач. Предложено решение обратных задач по идентификации параметров обрушения пород кровли при очистных работах на основе численного эксперимента и дополнительной информации о геомеханическом состоянии обрабатываемого пласта впереди забоя.

*Порода, пласт, выработка, параметр, обратная задача, некорректность, уравнение, решение*

DOI: 10.15372/FTPRPI20200401

Обратные задачи некорректны и имеют общее условие — необходимость преодоления некорректности через регуляризацию [1, 2] или получение точных уравнений, связывающих граничные значения компонент напряжений и смещений. Когда численные расчеты отсутствуют, перебор различных функций напряжений как возможное решение упругой задачи давал определенный результат, но решение обладает дефектом в виде бесконечно больших напряжений или смещений в сингулярных точках, что не допускается основами теории упругости. К ним относятся решения для областей с угловыми точками, для которых нарушались условия малости деформаций, существовали бесконечные напряжения в угловых точках и рассматривались области с нулевыми граничными условиями [3]. Теория разрушения, построенная на коэффициентах интенсивности напряжений, не удовлетворяет требованиям практики. Классическое решение задачи о трещине не имеет физического смысла [4–7].

Число некорректных задач возросло, когда появилась возможность использовать программы, осуществляющие расчет деформирования около ослаблений с произвольным контуром методом конечных элементов, но без контроля за формулировкой граничных условий. Решения таких задач публикуются во всем мире, и посчитать общее количество невозможно [8–11].

В настоящей работе описывается процесс идентификации параметров породного массива начиная с распространенного случая одного параметра, при нахождении которого используются возможности дополнительной информации. В предлагаемом примере уточнения параметров, характеризующих массив пород с выработкой, приняты дополнительные экспериментальные данные о смещениях. Будем последовательно усложнять ситуацию, применяя статический подход при расчете напряженно-деформированного состояния около выработок. В дальнейшем исследовании учитывается собственный вес пород и возрастающее число параметров. Переход к описанию в рамках квазистатики динамики процесса ведения очистных работ делает проблему идентификации труднорешаемой задачей из-за большого количества новых параметров.

### ИДЕНТИФИКАЦИЯ ОДНОГО ПАРАМЕТРА

Замеры смещений обеспечивают большую устойчивость решения по отношению к неточностям исходных данных. В механике горных пород простейшая конструкция — кусочно-однородный блок пород, для которого формулируются обратные задачи. В [8] обратная задача предполагает определение одного параметра для составного блока пород при сжатии на прессе (рис. 1). Выписаны выражения для нормальных  $\sigma_n$  и касательных напряжений  $\tau_n$ , компоненты смещений на периметре блока и граничные условия с учетом симметрии. Блок пород сжимается плитами прессы по граням  $\Gamma_{13}$  и  $\Gamma_{21}$ , а боковые грани свободны от напряжений. Переопределены граничные условия  $u = u_0$ ,  $v = v_0$  на  $\Gamma_{22} + \Gamma_{12}$  и  $\Gamma_{14} + \Gamma_{24}$  на боковых гранях и неизвестные смещения на  $\Gamma_{21}$  и  $\Gamma_{13}$ . Нахождение условий на контактах с прессом для компонент смещений проводилось последовательными приближениями после восстановления условий по смещениям под штампом, которые в качестве исходных данных позволят однозначно уточнить, например, модули Юнга. Использование точных уравнений при расчетах помогло получить сходящийся процесс последовательных приближений к точному решению.

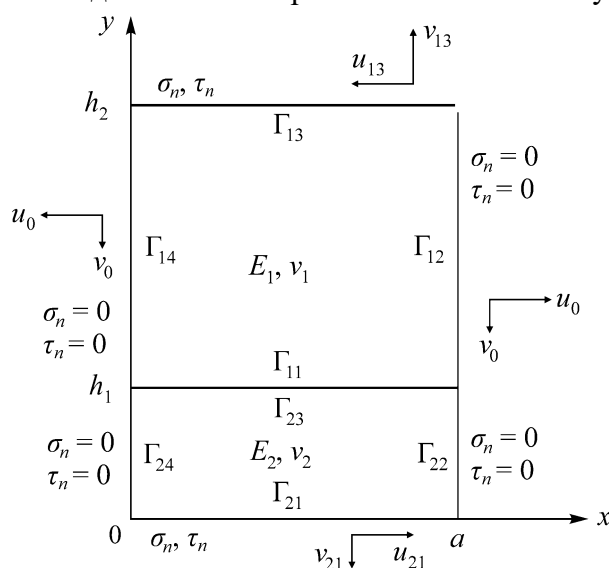


Рис. 1. Кусочно-однородный блок пород [8]

Другой пример формулировки обратной задачи предложен в [9], где решена граничная обратная задача определения горизонтальных компонент внешнего поля напряжений по найденному распределению с привлечением эмпирических зависимостей скоростей упругих волн от напряжений, устанавливаемых по результатам лабораторных экспериментов. При рассмотрении обратных задач, возникающих в механике горных пород, анализу и решению подвергаются различные частные случаи. Исследования ограничиваются установлением одного из параметров, характеризующих конструкцию. Такой подход неприемлем, так как определяющие конструкцию параметры задаются изначально, и точность идентификации одного параметра не подтверждена.

Использование некорректных аналитических или численных решений для новых обратных задач лишено физического смысла. Целевая функция строится на основе экспериментальных данных (переопределенных граничных условий) и расчетных значений, поэтому необходимо исключить такие решения при вычислениях. Во всех известных решениях обратных задач не учитывается собственный вес пород, поэтому нет данных об устойчивости, однозначности и сходимости решения.

### СТАТИЧЕСКИЙ И КИНЕМАТИЧЕСКИЙ ПОДХОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ НАПРЯЖЕНИЙ И СМЕЩЕНИЙ В ОКРЕСТНОСТИ ОЧИСТНОЙ ВЫРАБОТКИ

Рассмотрим случай массива пород с горизонтальной заглубленной очистной выработкой по пласту полезного ископаемого (рис. 2). Механические характеристики вмещающих пласт пород (модуль Юнга и коэффициент Пуассона) обозначим соответственно  $E_i, \nu_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ), а пласта —  $E_4, \nu_4$  и  $E_5, \nu_5$ . Удельные веса пород обозначены как  $j_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ), предполагается их отличие от усредненного значения  $j$  для массива пород. Штриховой линией показана область влияния выработки. Рассматривается дополнительная задача, решение для которой существует, единственно и корректно [4]. Исходное поле напряжений на глубине  $H$  от дневной поверхности имеет вид

$$\sigma_y = -\gamma(H - y), \quad \sigma_x = -\lambda H(H - y),$$

где  $\sigma_y, \sigma_x$  — вертикальная и горизонтальная составляющие;  $\lambda$  — боковой распор.

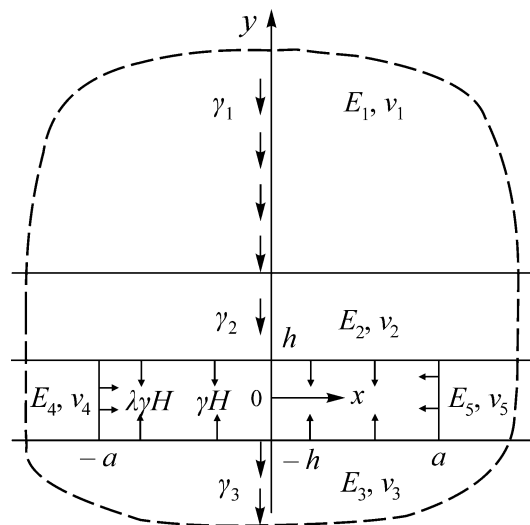


Рис. 2. Очистная выработка в массиве пород

Систему сингулярных интегральных уравнений, связывающую граничные значения компонент напряжений и смещений, запишем следующим образом:

$$f(t_0) + 2\mu g(t_0) = \frac{1}{\pi i} \int_{\Gamma} \frac{f(t) + 2\mu g(t)}{t - t_0} dt, \quad (1)$$

$$\overline{\kappa f(t_0) - 2\mu g(t_0)} = \frac{1}{\pi i} \int_{\Gamma} \frac{\overline{\kappa f(t) - 2\mu g(t)}}{t - t_0} dt + \int_{\Gamma} [f(t) + 2\mu g(t)] d \frac{\bar{t} - \bar{t}_0}{t - t_0}.$$

Здесь  $\kappa = 3 - 4\nu$ ,  $\mu = E[2(1 + \nu)]^{-1}$ ,

$$f(t) = i \int_0^t (X_n + iY_n) ds, \quad (2)$$

$X_n, Y_n$  — компоненты усилий в направлении осей  $x$  и  $y$ ;  $g = u + iv$ ;  $u, v$  — компоненты смещений в направлении осей  $x$  и  $y$ ;  $i$  — мнимая единица; черточка над функцией — комплексно-сопряженное значение;  $\Gamma$  — граница рассматриваемой области;  $t_0$  — аффикс точки границы  $\Gamma$ .

Система (1), (2) позволяет выписать решение для компонент напряжений и смещений в квадратурах и исключить процесс регуляризации. Статический (классический) подход сводится к изначальному заданию всех параметров, обозначенных на рис. 2, и расчету напряженно-деформированного состояния около выработки с выделением области влияния, представленной штриховой линией. На рис. 3 приведены смещения в результате статического расчета методом конечных элементов кровли  $v_{11}$  и почвы  $v_{12}$ , которые зависят от механических параметров, но симметричны относительно оси  $y$ . Кинематический подход, согласно феноменологической теории учета собственного веса, использует натурные замеры смещений пород кровли и почвы и определяет смещения кровли  $v_{21}$  и почвы  $v_{31}$ . В результате окончательные смещения кровли  $v_1$ , а почвы —  $v_2$ , которые симметричны относительно оси  $y$ , но различны по величине.

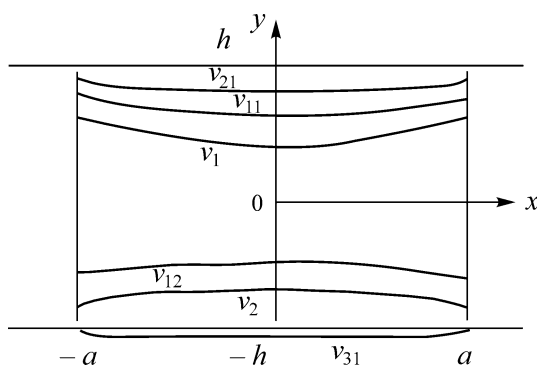


Рис. 3. Смещения кровли и почвы выработки

Использование статического расчета напряженно-деформированного состояния при идентификации параметров, характеризующих массив с выработкой, неперспективно. Учет собственного веса пород уточняет статический расчет, и их сумма позволяет однозначно восстанавливать параметры, характеризующие горный массив с выработкой, когда динамическим влиянием на смещения кровли и почвы можно пренебречь. Экспериментально установлено на многих шахтах, что при подвигании забоя на 20 м динамика подвигания секций крепи не сказывается на смещениях.

## **ВЛИЯНИЕ РАЗМЕРОВ ВЫРАБОТАННОГО ПРОСТРАНСТВА НА ПРОЦЕСС ДЕФОРМИРОВАНИЯ ГОРНЫХ ПОРОД**

При увеличении выработанного пространства до 30 м начинает реализоваться динамическое приращение смещений. В массиве пород с выработкой появляются участки, где нарушается упругость и возникают нелинейные процессы. В такой ситуации расчет деформирования массива в рамках упругости становится невозможным. Наблюдения за деформированием в окрестности забоя установили характер разрушения пласта (отжим) и участок, где наблюдается нелинейность. Для аналитического описания деформирования пласта за счет переменного модуля Юнга в окрестности забоя, например  $E_4 = E_4(x)$ , или отпора пласта при разрушении необходимы дополнительные натурные данные. Для этого следует знать протяженность зоны разрушения и степень разрушенности пласта, в частности по выходу штыва при бурении разведочных шпуров.

Целесообразным является сведение нелинейной задачи для массива пород с выработкой к упругой, но несимметричной проблеме определения напряжений и смещений. При неупругом деформировании пород необходимо идентифицировать параметры, характеризующие массив пород, и следить за их изменением при увеличении выработанного пространства. Рассмотрение обратных задач на этом этапе состояния массива сопровождается расчетом максимальных значений смещений кровли и координат точек и значений растягивающих напряжений  $\sigma_x$  в этих точках. В результате становится возможным следить за подготовкой разрыва пород кровли и переходом к новому состоянию массива и к классу обратных задач. Поскольку при решении рассматривалась дополнительная задача, учитывался собственный вес пород и динамика процесса в квазистатической постановке, то при расчетах методом конечных элементов на разных стадиях решения существуют, единственны и корректны.

Влияние подвигания забоя на смещения нарушает симметрию деформирования пород кровли, развивающуюся с увеличением выработанного пространства и сопровождаемую ростом значений смещений и сдвигом положения их максимума к забою. Именно координаты максимальных смещений определяют возможность обрушения, если исключить побочные факторы дефекта строения пород или неучета технологических факторов взаимовлияния выработок.

## **АЛГОРИТМ РАСЧЕТА ПАРАМЕТРОВ МАССИВА ГОРНЫХ ПОРОД ПРИ ПОДВИГАНИИ ЗАБОЯ**

Алгоритм расчета параметров массива пород с очистной выработкой связан с подвиганием забоя и разбивается на временные этапы. Первый этап — очистные работы до 30 м пролета выработанного пространства, когда несимметрией смещений можно пренебречь. Второй этап представляет развитие очистных работ от 30 м до первого обрушения и характеризуется возрастающим влиянием подвигания забоя на рост смещений кровли. Третий и последующие связаны с вторичной и дальнейшими посадками кровли. При переходе от одного этапа к другому появляются новые параметры, характеризующие массив с выработкой, и необходимо уточнять предыдущие значения. При реализации такого алгоритма выполняется большой объем вычислений, меняющийся во времени, и конкретизируется физика явления.

На рис. 4 приведена схема возможного обрушения кровли выработанного пространства. Свод обрушения и параметры подпора в зоне обрушения неизвестны. Рассмотрим математическую модель данной ситуации. Для численной реализации обратимся к дополнительной задаче, когда на своде обрушения задаются растягивающие напряжения, характеризующие положение свода. Чтобы учесть влияние свода, передающего давление на обрабатываемый пласт, зададим геометрию обрушения свода и среднее значение вертикальных напряжений:

$$\sigma_y = \frac{\gamma H}{A}, \quad 0 \leq x \leq L_1, \quad (3)$$

где  $A$  — константа, устанавливаемая при решении.

Свод обрушения подобен смещениям кровли до первого обрушения и характеризуется параметром  $H_1$  (рис. 4). Знание слоистости пород кровли выработки позволяет определить модуль Юнга  $E_1$  и коэффициент Пуассона  $\nu_1$  нависающих пород после обрушения (рис. 2). Задавая произвольно свод обрушения и осредняя распределение напряжений на нем в виде (3), можно получить усреднение геометрии и нагрузок, параметр  $A$  подбирается из наилучшего выполнения требований, согласованных с экспериментом на обрабатываемом пласте.

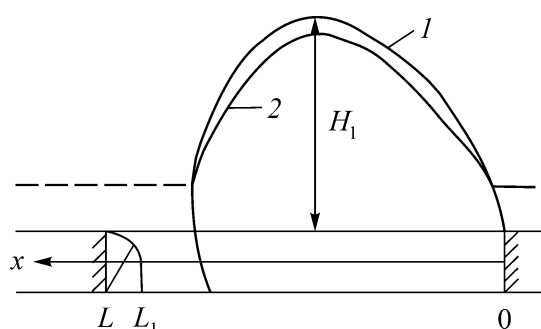


Рис. 4. Расчет деформирования массива пород после первой посадки кровли: 1 — свод обрушения; 2 — граница обрушенных пород ( $H_1$  — максимальная высота свода обрушения)

Все реальные значения параметров, характеризующих массив после обрушения, создают давление на пласт, переводя его в новое состояние, характеризуемое модулем Юнга  $E_4(x)$ . Решение дополнительной задачи определяет соответствующее давление на пласт, контролируемое экспериментально. По заданным характеристикам массива пород подбирается значение  $A$ , наиболее близко соответствующее эксперименту. Возможно, что положение свода обрушения будет ниже или выше предполагаемого первого приближения. Тогда  $A$  из (3) становится меньше или больше для нового свода и вычисляется как новое дополнительное напряжение на пласт. Если получается более близкое приближение к экспериментальному состоянию пласта, то можно перебором уточнить ситуацию в массиве при обрушении.

Предложенная модель расчета позволяет подобрать параметр  $A$  из (3), обосновывающий зависимость  $E_4(x)$ . Увеличение выработанного пространства описывается новой функцией  $E_4(x)$  и другим значением  $A$  до очередной посадки кровли. Характерные изменения состояния обрабатываемого пласта фиксируются и характеризуют следующее обрушение. На каждом шаге подвигания забоя решается обратная задача по идентификации параметров обрушения, влекущих деформирование пласта, что уменьшает число необходимых итераций для достижения требуемой точности.

#### ЗАМЕЧАНИЕ ОТНОСИТЕЛЬНО ЕДИНСТВЕННОСТИ РЕШЕНИЯ

Рассматриваемые задачи сводились к несимметричным, но упругим решениям, которые существуют, единственны и корректны, поэтому процесс последовательных приближений обеспечивает единственность. Сведение нелинейной задачи к линейной может допускать неединственность, но знание процесса обрушения позволит выбрать единственность. Две воз-

возможности связаны тем, что результат счета может быть близким при большом своде обрушения и малых напряжениях либо малом своде, но больших напряжениях. По обрушению можно определить, какой результат будет решением. Перед посадкой давление на пласт зафиксировано, а после изменяется. Знание этого изменения в состоянии пласта помогает уточнить результаты расчета, уменьшая число контролируемых параметров.

Свод обрушения и граница разрушенных пород могут совпадать. В этом случае подпор, создаваемый обрушенными породами, уменьшит напряжения на своде.

## ВЫВОДЫ

Представлен алгоритм расчета напряженно-деформированного состояния массива при ведении очистных работ, учитывающий последовательность перехода от упругой стадии (выработанное пространство до 20–30 м) к нелинейности процесса, отнесенной к обрабатываемому пласту (сведение к упругому), и первую, вторую и последующие посадки кровли. Переход пласта в разные фазы физического состояния в процессе его обработки сопровождается увеличением числа характеризующих параметров и требует повышения вычислительных ресурсов при реализации растущего числа обратных задач.

Разработан алгоритм последовательных приближений при идентификации параметров, характеризующих массив пород с выработкой, который объединяет все известные частные и который можно отнести к классу труднорешаемых задач. Данный алгоритм состоит из набора частных расчетов, описывающих стадии процесса ведения очистных работ. Каждый из алгоритмов строго обоснован, устойчив к погрешностям в исходных данных и быстро сходится к решениям с наперед заданной точностью. Предложен метод последовательных приближений по расчету деформирования горных пород в окрестности очистной выработки с учетом обрушения кровли. Расчеты проводятся путем циклического варьирования параметров, характеризующих обрушение кровли. Данный метод позволяет перенести необходимые эксперименты по определению параметров, характеризующих обрушение пород, на численный эксперимент по их идентификации перебором. В основе решения обратных задач лежит необходимость наблюдения за деформированием обрабатываемого пласта. Как показал анализ смещений, это единственный эксперимент, который необходимо выполнять при ведении очистных работ.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. — М.: Наука, 1979. — 317 с.
2. Колмогоров А. Н. Теория информации и теория алгоритмов. — М.: Наука, 1987. — 431 с.
3. Тимошенко С. П., Гудьер Дж. Теория упругости. — М.: Наука, 1975. — 576 с.
4. Журавлев А. Б., Устинов К. Б. О величинах, характеризующих степень анизотропии трансверсально-изотропных горных пород; роль сдвигового модуля // Изв. РАН. МТТ. — № 4. — 2019. — С. 129–140.
5. Мирсалимов В. М. Максимальная прочность выработки в горном массиве, ослабленном трещиной // ФТПРПИ. — 2019. — № 1. — С. 12–21.
6. Пожарский Д. А. Периодические системы трещин в трансверсально-изотропном теле // Изв. РАН. МТТ. — 2019. — № 3. — С. 54–63.
7. Миренков В. Е. О некорректных задачах геомеханики // ФТПРПИ. — 2018. — № 3. — С. 3–10.

8. **Behrooz Chabraie, Gang Pen, Xiangyang Zhang, and John Smith.** Physical modeling of subsidence from sequential extraction of partially longwall panels and study of substrata movement characteristics, *Int. J. of Coal Geol.*, 2015, Vol. 140. — P. 71–83.
9. **Wang J., Zhang J., Song Z., and Li Z.** Three-dimensional experimental study of loose top-coal drawing law for longwall top-coal caving mining technology, *J. Rock Mech. Geotech. Eng.*, 2015, Vol. 7, Issue 3. — P. 318–326.
10. **Basarir H., Oge I. F., and Aydin O.** Prediction of the stresses around main and tail gates during top-coal caving by 3D numerical analysis, *Int. J. Rock Mech. and Min. Sci.*, 2015, Vol. 76. — P. 88–97.
11. **Мухелишвили Н. И.** Некоторые основные задачи математической теории упругости. — М.: Наука, 1966. — 708 с.
12. **Красновский А. А., Миренков В. Е.** Восстановление граничных условий при сжатии пород // ФТПРПИ. — 2009. — № 4. — С. 14–22.
13. **Захаров В. Н., Назарова Л. А., Протасов М. И., Назаров Л. А., Панов А. В., Аверин А. П.** Оценка горизонтальных компонент внешнего поля напряжений шахты “Воркутинская” по данным сейсмической томографии // ФТПРПИ. — 2017. — № 6. — С. 23–31.

*Поступила в редакцию 07/V 2020*

*После доработки 08/VII 2020*

*Принята к публикации 09/VII 2020*