

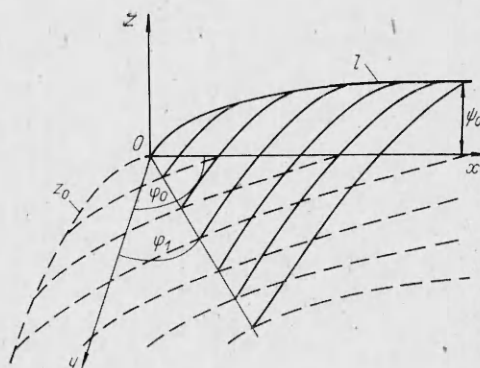
Решение поставленной задачи легко находится в замкнутой форме

$$l = r^{\frac{\alpha-1}{2(\alpha+1)}} \psi_0, \quad \psi_0 < 1,$$

$$f(\eta) = \eta^{\frac{\alpha-1}{2(\alpha+1)}},$$

$$\eta_0 = \operatorname{ctg} \varphi_0, \quad \eta_1 = \operatorname{ctg} \varphi_1,$$

$$\varphi_0 \leq \frac{\pi}{2}, \quad \varphi_1 = \arccos \left[\frac{2(\alpha+1)}{\alpha-1} \right].$$



На рисунке сплошными линиями показана поверхность ледника, штриховыми — ложе ледника.

Представляет интерес нахождение решения для существенно двумерных задач со сложным ложем. Была сделана попытка построения его на ложе $z_0 = x^2/y^4 + \text{const}/y^2$. Однако подобные задачи не являются тривиальными, при решении их встречаются определенные трудности. Поэтому существенно двумерные задачи со сложным ложем заслуживают особого внимания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Григорян С. С., Шумский П. А. Простейшая математическая модель трехмерного нестационарного ледника. — В сб.: Научные труды Ин-та механики МГУ. М.: Изд-во МГУ, 1975, № 42.
2. Григорян С. С., Красс М. С., Шумский П. А. Математические модели основных типов ледников. — В сб.: Механика ледников. М.: Изд-во МГУ, 1977.
3. Шумский П. А. Динамическая гляциология. — Итоги науки и техники. Сер. География. Гидрология суши. Гляциология. М.: ВИНТИ, 1969.
4. Красс М. С. Математические модели и численное моделирование в гляциологии. — М.: Изд-во МГУ, 1981.
5. Вербицкий М. Я. Численное моделирование эволюции покровного оледенения. — ДАН СССР, 1981, т. 256, № 6.
6. Саламатин А. Н. Анализ простейших математических моделей куполовидных ледников. — В кн.: Исследования по прикладной математике. Казань: Казан. ун-т, 1979, вып. 7.
7. Овсянников Л. В. Групповой анализ дифференциальных уравнений. — М.: Наука, 1978.
8. Чугунов В. А. О групповых свойствах уравнения, описывающего течение ледников. — Изв. вузов. Математика, 1982, № 10.
9. Камин S. Continuous groups of transformations of differential equations: applications to free boundary problems. — In: Free Boundary Probl.: Proc. Semin., Pavia, 1979. Roma, 1980, v. 2.

Поступила 5/VII 1985 г.

УДК 533.6.011.8

МАКРОСКОПИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ЭВОЛЮЦИИ ЖИДКИХ КАПЕЛЬ В СОБСТВЕННОМ ПАРЕ

А. Л. Иткин

(Москва)

При изучении многих процессов в метеорологии, физической химии, газовой динамике возникает необходимость определить скорость конденсационного роста или испарения жидких капель. В настоящее время экспериментальное изучение такой величины затруднено, особенно для малых капель, состоящих из нескольких тысяч молекул. Существующие теоретические методы [1—3] позволяют вычислить скорость роста сферических капель при некоторых специальных ограничениях, накладываемых на характер изучаемого процесса. К сожалению, ни в одной из указанных работ авторы не анализируют влияние сделанных ими предположений на окончательный результат.

В настоящей работе решена задача об определении скорости роста сферических капель, находящихся в среде собственного пара. Особое внимание уделено выяснению

вопроса о том, как изменение внутренней энергии капли со временем и теплопроводность капли влияют на ее скорость роста и температуру.

1. Основные уравнения. Рассмотрим сферическую каплю, окруженную собственным паром. Температура T_0 и давление пара p_0 на бесконечном удалении от капли постоянны. В начальный момент времени $t = 0$ капля имеет радиус R_0 . Введем сферическую систему координат r, φ, θ с началом в центре капли и будем считать профиль температуры в капле и в паре сферически-симметричным. Таким образом, температура внутри капли меняется по некоторому закону $T = T(r)$.

Запишем соотношения баланса массы и энергии. Примем, учитывая малую сжимаемость жидкости, что ее плотность ρ зависит лишь от температуры. Тогда

$$(1.1) \quad dM/dt = S\Pi_M, \quad dU/dt + pdV/dt = S\Pi_Q,$$

$$M = \int_0^R 4\pi r^2 \rho(r) dr, \quad U = \int_0^R 4\pi r^2 e(r) \rho(r) dr + S[\sigma - T_s d\sigma/dT_s],$$

$$V = (4/3)\pi R^3, \quad S = 4\pi R^2, \quad \Pi_M = m_1(N^+ - N^-), \quad \Pi_Q = m_1(Q^+ - Q^-),$$

где M, U, e, V — масса, внутренняя и удельная внутренняя энергия и объем капли; S, T_s — площадь и температура ее поверхности; σ — коэффициент поверхностного натяжения; m_1 — масса молекулы пара; Π_M, Π_Q, N^\pm и Q^\pm — результирующие и удельные потоки массы и энергии на поверхность капли. Индексы $+$ и $-$ относятся к молекулам, летящим на и от капли соответственно. При выводе (1.1) считалось, что жидкая капля содержит достаточно молекул, чтобы имели смысл понятия температуры, давления, плотности и ее можно было бы разделить на объемную и поверхностную части.

Для построения профиля температуры в капле найдем автомодельное квазистационарное решение уравнения теплопроводности

$$\frac{\partial T}{\partial t} - \frac{\alpha_T}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} r^2 \frac{\partial T}{\partial r} = 0.$$

Примем, что жидкость, составляющая каплю, покоится. Введем безразмерную переменную $\tau = T/T_*(t)$ ($T_* = (1/V) \int_0^R 4\pi r^2 T dr$ — средняя по объему температура капли) и будем считать, что $d\tau/dt = 0$ [4]. Граничные условия поставим в центре и на поверхности капли. Поскольку с физической точки зрения центр капли не является особой точкой, в ней должно выполняться условие регулярности $\partial\tau/\partial r|_{r=0} = 0$. Градиент температуры на поверхности капли связан с тепловым потоком Π_Q законом Фурье $\lambda \partial T/\partial r = \Pi_Q$. Тогда можно показать, что профиль температуры для такого режима задается соотношениями

$$(1.2) \quad T(r) = \Pi_Q R^2 \operatorname{sh} lr / [(lR \operatorname{ch} lR - \operatorname{sh} lR)r\lambda], \quad \mu^2 < 0, \\ T(r) = \Pi_Q R^2 \sin lr / [(lR \cos lR - \sin lR)r\lambda], \quad \mu^2 \geq 0.$$

Здесь $\mu^2 = -3\Pi_Q/(R\lambda T_*)$, а l определяется из решения трансцендентного уравнения

$$(1.3) \quad \lambda T_s = \Pi_Q(R, T_s)R \operatorname{sh} lR / (lR \operatorname{ch} lR - \operatorname{sh} lR), \quad \mu^2 < 0.$$

Таким образом, зная T_s, R, Π_Q и коэффициент теплопроводности λ , можно вычислить температуру $T(r)$ в любой точке капли.

Используя (1.2), находим систему дифференциальных уравнений для определения зависимости R и T_s от времени. Будем считать, что $\rho = \rho_1 - \rho_2 T$ (ρ_1 и ρ_2 — const). Тогда можно получить, обозначив через L удельную теплоту конденсации:

$$(1.4) \quad e = c_p T - L - \rho_2 p T / \rho^2 \approx c_p T - L,$$

где учтено, что вдали от критической точки $\rho_2 p T / \rho^2 \ll L$, а c_p — удельная теплоемкость пара при постоянном давлении. Воспользовавшись определениями M , U и T_* из (1.1) и (1.2), имеем

$$(1.5) \quad M = V(\rho_1 - \rho_2 T) = V\rho(T_*).$$

Аналогично из (1.1)—(1.4) в предположении $L = \text{const}$

$$(1.6) \quad U = S\Sigma - LM + V\{c_p T_* \rho_1 - (3/2)c_p \rho_2 \Gamma^2 (\text{sh } 2lR/2lR - 1)/R^2\} = \\ = S\Sigma - LM + VF.$$

Здесь $\Gamma = \Pi_Q R^2 (lR \text{ch } lR - \text{sh } lR)^{-1/\lambda} = RT_s / \text{sh } lR$; F означает выражение в фигурных скобках; $\Sigma = \sigma - T_s d\sigma/dT_s$. Наконец, заметим, что давление p в капле можно найти из условия равновесия $p = p_v + 2\sigma/R$, где p_v — давление пара над каплей.

Теперь в явном виде можно выразить $\dot{R} = dR/dt$ и $\dot{T}_s = dT_s/dt$:

$$(1.7) \quad \dot{R} = (z_1 y_2 - z_2 y_1) / \varphi, \quad \varphi = x_1 y_2 - x_2 y_1, \\ \dot{T}_s = (x_1 z_2 - x_2 z_1) / \varphi, \quad z_1 = \Pi_M, \quad z_2 = \Pi_Q + L\Pi_M, \\ x_1 = \rho(T_*) + (R/3) \partial \rho(T_*) / \partial T_* \cdot \partial T_* / \partial R, \quad T_* = 3T_s / (lR)^2 (lR \text{cth } lR - 1), \\ x_2 = F + (R/3) \partial F / \partial R + p + 2/R(\Sigma - \sigma), \quad y_1 = (R/3) \partial \rho(T_*) / \partial T_* \cdot \partial T_* / \partial T_s, \\ y_2 = (R/3) \partial F / \partial T_s + \partial \Sigma / \partial T_s.$$

Производные $\partial U / \partial R$ и $\partial U / \partial T_s$ найдем, дифференцируя (1.3) по R и по T_s , а l — из решения (1.3).

Сделаем замечание. В [2, 3] вместо уравнения энергии, входящего в (1.1), используется соотношение

$$(1.8) \quad \Pi_Q + L\Pi_M = 0.$$

Выведем его из (1.1), пренебрегая работой расширения капли ($pdV/dt = 0$), поверхностными эффектами ($\sigma = 0$) и полагая $\rho = \text{const}$. Так как из (1.4) $e \approx c_p T - L$, то

$$U = \int 4\pi r^2 e \rho dr = \rho(c_p T - L)V = M(c_p T - L), \\ S\Pi_Q = dU/dt = dM/dt(c_p T - L) + Mc_p dT/dt.$$

При небольших температурах $c_p T \ll L$, отсюда

$$(1.9) \quad S\Pi_Q + LS\Pi_M = Mc_p dT/dt \quad \text{или} \quad \Pi_Q + L\Pi_M = \rho R/3 \cdot c_p dT/dt.$$

Нетрудно видеть, что (1.8) следует из (1.9), если $\Pi_Q + L\Pi_M \gg \rho R/3 \cdot c_p dT/dt$. Однако такое предположение неочевидно.

2. Вычисление потоков массы и энергии. Для решения (1.7) необходимо знать потоки N^\pm , Q^\pm и давление пара над каплей p_v . Будем считать пар одноатомным газом. Тогда указанные величины можно найти из решения уравнения Больцмана, которое в сферических координатах имеет вид

$$\partial f / \partial t + v_r \partial f / \partial r + (v_\varphi^2 + v_\theta^2) / r \cdot \partial f / \partial v_r - (v_\varphi v_\theta / r \text{ctg } \theta + v_r v_\varphi / r) \partial f / \partial v_\varphi + \\ + (v_\varphi^2 / r \text{ctg } \theta - v_r v_\theta / r) \partial f / \partial v_\theta = \int (j' f'_1 - f f_1) d\Omega.$$

Рассмотрим процесс роста капли в квазистационарном приближении $\dot{R} \ll 2kT_0/m_1$, считая, что $(T_s - T_0)/T_0 \ll 1$. В этом случае $\partial f / \partial t = 0$ и задача допускает линеаризацию.

Для решения линеаризованного стационарного уравнения Больцмана используем моментный метод Лиза [5], в котором функция распределения молекул по скоростям предполагается разрывной в каждой точке пространства скоростей. Коническая поверхность с центром в данной точке и образующими, касательными к поверхности капли, разбивает все пространство скоростей на два подпространства. Будем считать, что в

каждом подпространстве f есть линеаризованная локально максвелловская функция, а индексами $-$ и $+$ обозначим области внутри и вне введенной конической поверхности. Таким образом,

$$(2.1) \quad f^\pm = f_0(1 + \varphi) = f_0 [1 + v^\pm + (C^2 - 3/2)\tau^\pm],$$

где φ^+ и φ^- — линейные поправки к функции распределения;

$f_0 = (\rho_0/m_1)(\eta/\pi)^{3/2} \exp(-C_0^2)$; $\rho_0 \doteq p_0/(AT_0)$; $C_0^2 = \eta(v-u)^2$; $\eta = m_1/2kT_0$; τ^\pm и v^\pm — поправки к температуре и плотности: $\tau^\pm = T^\pm/T_0 - 1$; $v^\pm = \rho_v^\pm/\rho_0 - 1$. В последних соотношениях T^\pm и ρ_v^\pm есть температура и плотность пара в соответствующих подпространствах.

Умножая последовательно уравнение Больцмана на m_1 , $m_1 v_r$, $m_1 v^2/2$ и $m_1 v^2 v_r/2$ и интегрируя по всему пространству скоростей, можно получить систему четырех моментных уравнений относительно неизвестных поправок v^\pm и τ^\pm [2, 6]. При этом интеграл по всему пространству скоростей представляется как сумма интегралов по соответствующим подпространствам и считается, что $u = O(\tau^2)$.

При вычислении моментов от интеграла столкновения использовались два подхода. В первом функция f в подинтегральном выражении разлагалась в ряд по полиномам Сонина $S_{3/2}^p$, умноженным на C_r , а коэффициенты ряда выбирались из условия равенства моментов от такого разложения моментам от исходной функции распределения [7]. В данной работе сохранялись первые два члена ряда, а для определения коэффициентов при них брались моменты u_r и q_r (q_r — радиальная компонента вектора потока тепла). Во втором случае использовалась эллипсоидальная модель [8]. Можно показать, что первые три момента Δm_1 , $\Delta m_1 v_r$, $\Delta m_1 v^2/2$ равны нулю в силу законов сохранения, а

$$(2.2) \quad \Delta m_1 v^2 v_r/2 = [2(v^+ - v^-) - 7(\tau^+ - \tau^-)]D/r^2.$$

При этом для эллипсоидальной модели оператора столкновений $D = -(4/15)k p_0 T_0 R^2/(m_1 \pi \lambda_c)$, а для модели [7] $D = -(2/15) \rho_0^2 R^2 \Omega^{(2,2)}/(m_1^2 \eta^{3/2} \sqrt{\pi})$, где λ_c — средняя длина свободного пробега молекулы, $\Omega^{(2,2)}$ — стандартное обозначение из [8], значение $\Omega^{(2,2)}$ зависит от выбора потенциала взаимодействия молекул пара.

В качестве граничных условий используется то, что при $r \rightarrow \infty$ температура и давление пара равны T_0 и p_0 и $u = 0$. На поверхности капли зададим коэффициенты аккомодации массы и энергии

$$(2.3) \quad \alpha_m = (N^+ - N^-)/(N^+ - N_s^-), \quad \alpha_Q = (Q^+ - Q^-)/(Q^+ - Q_s^-).$$

Здесь N_s^- и Q_s^- — потоки массы и энергии тех молекул, которые после отражения от капли или испарения с ее поверхности имеют температуру T_s и плотность ρ_{sv} , равную равновесной плотности насыщенных паров над каплей заданного радиуса R . Так как рассматривается идеальный газ, то $\rho_{sv} = p_e/(AT_s)$, где A — газовая постоянная, p_e — равновесное давление пара у поверхности капли, которое можно найти из уравнения Кельвина $p_e = p_\infty(T_s) \exp[2\sigma/(\rho A T_s R)]$.

Известно, что капля, находящаяся в равновесии с окружающим паром, называется критическим зародышем, радиус которого обозначим через r_* . Таким образом,

$$(2.4) \quad R = r_*(T_s, p_e).$$

Решая систему моментных уравнений с заданными граничными условиями, получим

$$(2.5) \quad \tau^+ = j/(2r), \quad v^+ = -\tau^+, \quad \tau^- = \tau^+ + C_1, \quad v^- = v^+ + C_2,$$

где

$$j = d(2C_2 - 7C_1); \quad d = (4/5)m_1 D/(k p_0 T_0);$$

$$v^+(R) = -aC_2 - bC_1; \quad a = d/R, \quad b = -(7/2)d/R;$$

$$C_1 = [(1-a)\tau_s - av_s]/(1+b-a);$$

$$C_2 = [b\tau_s + (1+b)v_s]/(1+b-a);$$

$$\tau_s = T_s/T_0 - 1; v_s = \rho_{sv}/\rho_0 - 1.$$

Можно показать, что выражение $1+b-a$ обращается в нуль только при $R < 0$, т. е. система моментных уравнений всегда имеет единственное решение.

Из кинетической теории следует [9]

$$(2.6) \quad N^\pm = \int f^\pm v_r dv, \quad Q^\pm = \int f^\pm (1/2) v^2 v_r dv.$$

Подставляя (2.5) в (2.6) и полагая $r = R$ (так как нас интересуют потоки на поверхности капли), окончательно имеем

$$(2.7) \quad N_s^- = N_* (1 + v_s + \tau_s/2), \quad Q_s^- = Q_* (1 + v_s + (3/2) \tau_s), \quad Q_* = 2AT_0 N_*,$$

$$N_* = p_0/(2\pi m_1 k T_0)^{1/2}, \quad N^+ = N_* (1 + v^+(R) + (1/2) \tau^+(R)),$$

$$Q^+ = Q_* (1 + v^+(R) + (3/2) \tau^+(R)), \quad \Pi_M = \alpha_m m_1 N_* (v^+ - v_s + (1/2) \tau^+ - (1/2) \tau_s),$$

$$\Pi_Q = \alpha_Q m_1 Q_* (v^+ - v_s + (3/2) \tau^+ - (3/2) \tau_s), \quad \rho_{sv} = p_e/(AT_s).$$

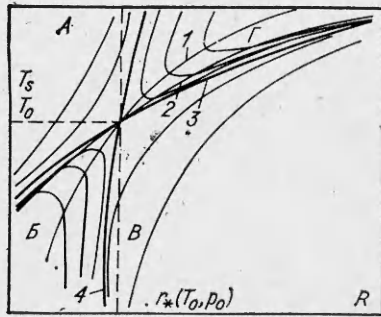
Из (2.5) при $R \rightarrow \infty$ $\tau^+ \rightarrow \text{const}$ и $v^+ \rightarrow \text{const}$. При этом пространство скоростей из разрывного вырождается в непрерывное. Таким образом, метод Лиза становится непригодным для решения подобных задач при больших размерах капли.

3. Устойчивость и предельные случаи. Рассмотрим устойчивость системы (1.7). Этот вопрос тесно связан с выяснением границ применимости развиваемой модели. Установим, всегда ли уравнения (1.1) разрешимы в виде (1.7). Для этого необходимо и достаточно, чтобы якобиан $\varphi = x_1 y_2 - x_2 y_1$ был отличен от нуля. Положим $\sigma = \sigma_1 - \sigma_2 T_s$, где $\sigma_1, \sigma_2 = \text{const}$. Рассмотрим частные случаи: в первом (ЧС1) $\rho_2 = 0$, $T(r) = \text{const}$, а $\varphi = c_p \rho_1^2 > 0$, во втором (ЧС2) при $T(r) = \text{const}$ $\varphi = c_p \rho^2 R/3 + (p + 2\sigma_2 T/R) R \rho_2/3 > 0$. В общем случае в силу сложной зависимости φ от R и T_s этот факт неочевиден. Однако численное исследование для воды и аргона, показало, что $\varphi > 0$ во всем диапазоне температур и давлений, при которых возможно раздельное существование жидкой и газообразной фаз. Значения констант, входящих в теплофизические зависимости для воды и аргона приведены в таблице, где μ — молекулярный вес, d и p_1 — константы уравнения Клапейрона — Клазиуса для определения давления насыщенных паров $p_\infty(T) = p_1 \exp(d - L/(AT))$, $\Omega_*^{(2,2)} = \Omega^{(2,2)}/(2\sigma_0^2 \sqrt{AT_0 \pi})$, σ_0 — параметр потенциала взаимодействия твердых сфер. При этом $\Omega^{(2,2)}$ выбиралось для потенциала Леннарда — Джонса (6-12) (аргон) и для потенциала Кеезома (вода) и считалось не зависящим от T_0 .

Найдем стационарные точки системы (1.7), для чего необходимо решить систему уравнений $\dot{R} = 0$ и $\dot{T}_s = 0$.

3.1. Зародыши критического размера. Легко видеть, что условие $\dot{R} = 0$, $\dot{T}_s = 0$ выполняется при $z_1 = z_2 = 0$, что соответствует $\Pi_M = \Pi_Q = 0$ или $\tau_s = v_s = 0$. Отсюда имеем $T_s = T_0$, а из (2.4) $p = p_0$, $R = r_*(T_0, p_0)$. Точка T_0, r_* отвечает случаю, когда капля есть критический зародыш, находящийся в равновесии с окружающим паром.

Среда	μ , кг/кмоль	ρ_1 , кг/м ³	ρ_2 , кг/(м ³ ·К)	$\sigma_1 \cdot 10^3$, Н/м	$\sigma_2 \cdot 10^3$, Н/(м·К)	b , К	d	$p_1 \cdot 10^6$, Па	λ , Дж/(м·с·К)	$\Omega_*^{(2,2)}$	$\sigma_0 \cdot 10^{10}$, М
Вода	18,02	1110	0,4	128,0	0,19	5338	28,26	1	0,681	2,50	2,52
Аргон	39,95	2620	13,8	29,5	0,196	685,4	7,85	10 ⁶	0,126	1,75	3,40



Р и с. 1

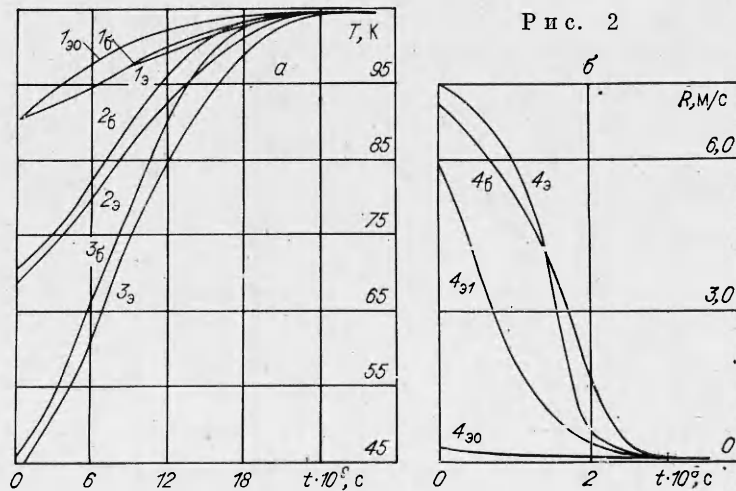
точные расчеты подтверждают такое их поведение. Из п. 3.1 следует, что оба графика пересекаются в точке $T = T_0, R = r_*(T_0, s_0)$. Таким образом, все возможные состояния, в которых капля имеет радиус R и температуру поверхности T_s , делятся на четыре области. В области $A \dot{T}_s < 0, \dot{R} < 0$, $B - \dot{T}_s < 0, \dot{R} > 0$, $\Gamma - \dot{T}_s > 0, \dot{R} > 0$. Проведенное исследование показало, что точка T_0, r_* — особая точка типа «седло». Сепаратриса 3 разделяет указанные области и практически совпадает с кривой 2 ($\dot{T}_s = 0$), сепаратриса 4 есть линия критических радиусов. Все капли, начальный размер которых на рис. 1 лежит слева от этой линии, испаряются, а справа — растут. Таким образом, можно обобщить понятие критического размера на случай, когда температуры капли и пара отличаются.

Анализ поведения интегральных кривых позволяет сделать несколько замечаний:

- при неизменных внешних условиях в паре ($T_0, p_0 = \text{const}$) существуют капли с $R < r_*$, которые в процессе их эволюции растут до бесконечности;
- существуют капли с $R > r_*$, которые в процессе эволюции испаряются.

Таким образом, учет неизотермичности может привести к изменению характера протекания процесса роста или испарения капли.

4. Тестовые расчеты и сравнение моделей. В тестовых расчетах система (1.7) интегрировалась численно при заданных T_0, p_0 , а также R_0 и T_{s0} в момент $t = 0$. Предполагалось, что $\alpha_m = \alpha_Q = 1$ для аргона, а остальные необходимые константы брались из таблицы.



Р и с. 2

На рис. 2, а, б приведены полученные из решения систем ЧС1, ЧС2 и (1.7) зависимости T_s , T_* , T_N и \dot{R} (линии 1—4) от t (T_N — температура в центре капли, индекс э — эллипсоидальная модель оператора столкновений, б — модель [7], 0 — ЧС1, 1 — ЧС2). Начальные условия для этого расчета: $T_0 = 90$ К, $s_0 = 3$, $p_0 = 3 \cdot 10^5$ Па, $r_*(T_0, p_0) = 8,42 \cdot 10^{-7}$ мм, $R_0 = 1000r_* = 8,42 \cdot 10^{-7}$ мм, $T_{s0} = T_0 = 90$ К. Как следует из расчетов, неравномерность профиля температуры в такой капле может составлять 14 К. В этом случае учет теплопроводности приводит к заметному изменению \dot{R} , причем результат может отличаться на порядок. На временах порядка 10^{-7} с профиль температуры в такой капле выравнивается.

На рис. 3 представлены результаты расчетов с теми же начальными данными, выполненных по модели [2] (кривая 1 — T_s , 2 — \dot{R}). Результаты сильно отличаются от представленных на рис. 2, что связано с использованием уравнения энергии (1.8).

Из рис. 2 видно, что замена эллипсоидальной модели оператора столкновений на модель [7] приводит к изменениям в T_s на 2—3% и изменению в \dot{R} до 40%.

Аналогичные расчеты, выполненные с теми же начальными данными, но с $R_0 = 9r_*$, показали, что учет теплопроводности для таких малых капель несуществен.

Представляет интерес выяснить, какое влияние на \dot{R} и T_s оказывает выбор тех или иных теплофизических зависимостей. Из рис. 2 видно, что учет зависимости плотности жидкости от температуры приводит к изменению T_s на 2—5%, а \dot{R} почти в 30 раз. Таким образом, для точных расчетов \dot{R} необходимо учитывать реальные теплофизические свойства капли.

Автор выражает благодарность В. А. Волкову за ценные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Hatakeyama M., Ogychi H. A kinetic approach to non-linear condensation and/or evaporation processes. ISAS Report, 572. Tokyo, 1979, v. 44, N 5.
2. Ивченко И. Н. Приближенные методы решения граничных задач для уравнения Больцмана. — М.: МЭСИ, 1979.
3. Черняк В. Г., Маргилевский А. Е. Кинетическая теория испарения и конденсационного роста сферических частиц. — ТВТ, 1980, № 5.
4. Волков В. А., Муслиев А. В. О неравномерности прогрева аэрозольных частиц в двухфазных потоках. — В кн.: Тез. IV Всесоюз. конф. по аэрозолям. Ереван, 1983.
5. Lees L. Kinetic theory description of rarefied gas flow. — J. Soc. Industr. Appl. Math., 1965, v. 13, N 1.
6. Иткин А. Л. Исследование скорости роста сферических частиц в среде собственного пара при произвольных числах Кнудсена. — В кн.: Математические аспекты задач охраны воздушного бассейна. М.: МАИ, 1984.
7. Яламов Ю. И., Ивченко И. И., Мурадян С. М. Теория испарения сферических капель при произвольных числах Кнудсена. — ДАН СССР, 1981, т. 258, № 5.
8. Черчиньяни К. Теория и приложения уравнения Больцмана. — М.: Мир, 1978.
9. Гиршфельдер Дж., Кертис Ч., Берд Р. Молекулярная теория газов и жидкостей. — М.: ИЛ, 1961.

Поступила 1/XI 1985 г.

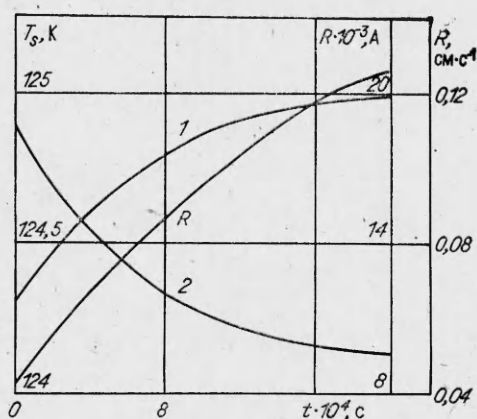


Рис. 3