

Оценка скорости массового потока газа дает величину  $v_{\max} \sim 0,6 \times 10^{-2}$  м/с, тогда как скорость дрейфа положительно заряженных конденсированных частиц окиси магния оказалась  $\sim 0,3 \cdot 10^{-2}$  м/с. Как видно, по порядку величины эти скорости сравнимы.

Таким образом, наряду с переносом конденсированных продуктов сгорания магния конвективным потоком от капли существует и перенос заряженных конденсированных частиц к капле, обусловленный их дрейфом во внутреннем электрическом поле, возникающем при горении. Учет указанного процесса может улучшить согласие расчетного и экспериментально наблюдаемого времени горения частиц магния.

Авторы выражают благодарность В. Г. Шевчуку и Я. И. Вовчуку за обсуждение результатов работы.

Поступила в редакцию 13/VIII 1982

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Н. М. Cassel, I. Leibman. Comb. Flame, 1962, 6, 3.
2. Г. Бржустовский, И. Глассмен.— В кн.: Гетерогенное горение. М.: Мир, 1967.
3. Л. А. Клячко. ФГВ, 1969, 5, 3.
4. В. М. Гремячкин, А. Г. Истратов, О. И. Лейпунский. ПМТФ, 1974, 4.
5. М. А. Гуревич, А. Я. Лукин и др. ПМТФ, 1977, 4.
6. Г. К. Ежовский, А. С. Мочалова и др.— В кн.: Горение и взрыв. М.: Наука, 1972.
7. М. А. Гуревич, Г. Е. Озерова, А. М. Степанов.— В кн.: Горение и взрыв. М.: Наука, 1972.
8. А. В. Флорко, А. И. Золотко и др. ФГВ, 1982, 18, 1.
9. Дж. Лаутон, Ф. Вайнберг. Электрические аспекты горения. М.: Энергия, 1976.
10. Г. М. Кидин, Г. М. Махвиладзе. ФГВ, 1976, 12, 6.
11. Б. С. Фиалков, Н. Д. Щербаков, В. Т. Плицын. ФГВ, 1978, 14, 3.
12. В. П. Грачуха, А. М. Степанов, А. А. Хватцев. ФГВ, 1976, 12, 4.
13. М. Е. Деревяга, Л. И. Стесик, Э. А. Федорин. ФГВ, 1978, 15, 5.
14. Методы исследования плазмы/Под ред. В. Лохте-Хольтгревена. М.: Мир, 1971.

### АНАЛИЗ ВОЗМОЖНЫХ ПРЕВРАЩЕНИЙ УГЛЕВОДОРОДНЫХ ИОНОВ В ПРОПАНО-ВОЗДУШНЫХ ПЛАМЕНАХ, ГОРЯЩИХ ПРИ АТМОСФЕРНОМ ДАВЛЕНИИ

Н. Д. Щербаков

(Караганда)

Современная теория горения не учитывает влияние заряженных частиц, хотя и очевидно, что даже в теплофизику процесса ионизационно-рекомбинационные явления должны вносить существенные коррективы. Большое количество наблюдающихся в углеводородных пламенах разновидностей молекул и атомов, радикалов и ионов [1—4], по-видимому, можно объяснить последовательностью химических реакций, включающих и ионизацию в особых зонах пламени [5, 6].

Рассмотрим предпосылки для создания схемы возможного механизма ионных превращений. Изучение распределений ионов [7] показало, что они разделены относительно структурных элементов на две группы: к первой относятся углеводородные, располагающиеся внутри «голубого» конуса, ко второй — кислородсодержащие, находящиеся вне «голубого» конуса. Прежде всего необходимо рассмотреть структурные элементы пламени развития электронно-ионных процессов и их взаимосвязи с основными физико-химическими параметрами.

Результаты хроматографического изучения распределения нейтральных молекул в пламени углеводородных топлив [8] показали, что расходование исходных молекул топлива и окислителя начинается при низких температурах перед фронтом горения с образованием при этом значительного количества  $\text{CO}_2$ ,  $\text{CO}$ ,  $\text{H}_2$  уже на ранних стадиях горения, что

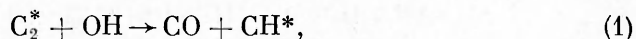
в общем случае хорошо согласуется и с массоспектрометрическими измерениями [9].

По современным представлениям в низкотемпературной области до светящейся зоны (фронта горения) в результате химических превращений молекулы топлива дробятся на простейшие осколки, промежуточными частицами которых являются возбужденные радикалы  $C_2^*$  и  $CN^*$ . Простейшие продукты превращения участвуют в окислительном процессе [9—11]. В то же время данная область отличается значительным числом углеводородных ионов [7]. Следующая область характеризуется наличием максимума возбужденных частиц  $C_2^*$ ,  $CN^*$  и образует так называемый фронт горения. Этой области соответствует минимум концентрации всех ионов, а ее внутренней и внешней границам — максимумы концентрации углеводородных и кислородсодержащих ионов соответственно.

Наибольшую протяженность по сравнению с обсуждаемыми областями имеет «фиолетовая» область, называемая обычной зоной догорания. В ней наблюдаются максимумы температуры и ионизации, располагающиеся в узком пространстве, прилегающем к светящейся зоне, причем среди ионов наибольшей концентрацией обладает  $H_3O^+$ .

Таким образом, значительное количество  $H_3O^+$  и других кислородно-водородных ионов образуется в фиолетовой области (области догорания), причем максимум концентрации иона  $H_3O^+$  примыкает к внешней границе фронта горения. Большая часть исходных молекул топлива расходуются перед тем, как достигается максимальная концентрация  $H_3O^+$ , поэтому очень небольшая доля исходного топлива может принять непосредственное участие в образовании этого иона.

Учитывая эти обстоятельства, можно предположить, что ответственными частицами за образование иона  $H_3O^+$ , по-видимому, являются широко представленные для всех углеводородных пламен радикалы  $CN^*$  или  $C_2^*$ . Перераспределение концентраций этих радикалов в процессе изменения соотношения топливо — окислитель [1] и исходного состава топлива, а также в результате протекания реакции [3]



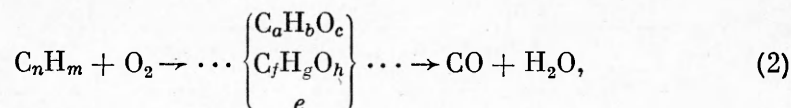
характеризует радикал  $CN^*$ , по-видимому, как наиболее важная частица в пламенах. В связи с этим данной частице отдается главенствующая роль и в ионообразовании [5, 6].

Однако описание последовательности ионно-молекулярных реакций в процессе горения углеводородных топлив, когда количество только положительных ионов, описанных в обзоре [6], превышает 40, представляет собой сложную проблему.

При анализе участия заряженных частиц в реакциях и изменениях их концентраций важно учитывать происходящие изменения энергии, поскольку это в значительной степени определяет не только кинетику, но и вообще возможность протекания данной реакции. Одним из путей нахождения механизма ионизации, предлагаемых рядом авторов, является сравнение различных комбинаций реакций промежуточных частиц по выделяющейся энергии. При этом основной упор делается на те ионно-молекулярные реакции, концентрация ионов в которых достигает высоких значений.

На основе анализа расположения идентифицированных ионов относительно структурных элементов пламени, химической структуры и термодинамических расчетов для изучаемого пламени предварительно подготовленной смеси пропан-бутана с воздухом, горящей при атмосферном давлении [11], попытаемся определить последовательность ионных превращений. При этом сделаем некоторые ограничения и допущения. Во-первых, ограничимся рассмотрением ионов с молекулярной массой 14—33, что связано с наличием экспериментальных данных [12]. Во-вторых, предположим, что конечными продуктами реакций будут молекулы  $CO$  и  $H_2O$ . В-третьих, исключим из рассмотрения все возможные реакции азота и его производных, приняв их концентрацию достаточно низкой.

После этих допущений схему реакций можно представить результатом соединений всего трех элементов (углерода, водорода и кислорода) в виде:



где  $e$  — электроны.

Опуская рассмотрение нейтральных промежуточных частиц, попытаемся первоначально провести классификацию ионов относительно структурных элементов пламени. Обращаясь к результатам идентификации ионов в работе [11], соотнесем и сравним их с ионами, обнаруженными другими авторами (табл. 1). Наблюдавшиеся нами ионы для удобства анализа разделены на две группы. К первой относятся углеводородно-кислородные ионы, ко второй — углеводородные. Расположение ионов, соответствующих данной массе, в строке слева направо указано в наиболее предпочтительном с точки зрения наличия данного вида иона в пламени порядке, хотя при этом не отрицается появление остальных. В четвертой колонке приведены ионы, идентифицированные другими авторами [6], а в скобках указано число работ, в которых они наблюдались.

Прежде всего обращает на себя внимание богатый набор ионов, по-видимому, свидетельствующий о более сложном механизме процесса горения при атмосферном давлении. Анализируя экспериментальные данные, приведенные в табл. 1, отметим разделение их на ряды. Так углеводородные ионы делятся на  $C_n H_m^+$ ,  $C_2 H_m^+$  и кислородсодержащие —  $C_n H_m O^+$ ,  $H_m O^+$ . Характерная особенность этих рядов — в различном количестве атомов водорода. Учитывая высокую активность H, целесообразно оценить на основании изложенного химические свойства этих групп. Для удобства анализа основные положительные ионы по рядам представим в виде табл. 2.

Т а б л и ц а 1

Массовое число	Эксперименты		Данные других исследователей [6]
	$C_n H_m O_h^+$	$C_n H_m^+$	
14		$CH_2^+$	$CH_2^+$ (4)
15		$CH_3^+$	$CH_3^+$ (6)
16	$O^+$	$CH_4^+$	
17	$OH^+$		$OH^+$ (1)
18	$H_2O^+$		$H_2O^+$ ; $NH_4^+$ (3)
19	$H_3O^+$		$H_3O^+$ (6)
24		$C_2^+$	$C_2^+$ (2)
25		$C_2H^+$	$C_2H^+$ (2)
26		$C_2H_2^+$	$C_2H_2^+$ ; $CN^+$ (3)
27		$C_2H_3^+$	$C_2H_3^+$ (1)
28	$CO^+$	$C_2H_4^+$	$C_2H_4^+$ ; $CO^+$ (2)
29	$CHO^+$	$C_2H_5^+$	$CHO^+$ (6)
30	$CH_2O^+$	$C_2H_6^+$	$NO^+$ (2)
31	$CH_3O^+$		$CH_3O^+$ (4)
32	$O_2^+$ ; $CH_4O^+$		$CH_4O^+$ (1)
33	$HO_2^+$ ; $CH_3O^+$		$CH_5O^+$ ; $HO_2^+$ (3)

Таблица 2

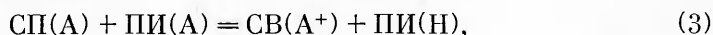
$C^+$	$C_2^+$	$O^+$	$CO^+$	$O_2^+$
$HC^+$	$HC_2^+$	$HO^+$	$HC_2O^+$	$HO_2^+$
$H_2C^+$	$H_2C_2^+$	$H_2O^+$	$H_2CO^+$	
$H_3C^+$	$H_3C_2^+$	$H_3O^+$	$H_3CO^+$	

Скорость и направление реакции обычно оцениваются реакционной способностью, определяемой относительной легкостью, с которой происходит отщепление атомов или групп атомов. Для нейтральных частиц этим критерием служит энергия связи их в молекуле. Представляется очевидным, что таким же образом можно оценить и реакционную способность ионов.

Известная высокая реакционная способность водорода будет, по-видимому, не в меньшей степени определять и химическую активность ионов. В связи с этим рассмотрим энергию связи водорода в ионах, имея в виду, что относительная оценка констант равновесия в какой-либо реакции может определяться соответствующим значением  $\Delta E$ , т. е., по существу, энергетическим фактором.

Рассмотрим возможность протекания конкретных реакций с участием ионов, содержащих водород, и нейтральных частиц по оценке энергии разрыва связи  $C-H$  и  $O-H$ . Эти процессы могут быть реализованы либо с отрывом нейтрального, либо положительно заряженного водорода. Соответствующую оценку реакционной способности иона в этих случаях можно сделать по энергетической стабильности исходного и конечного состояний, т. е. по средству к водороду и протону.

Величину средства иона к водороду  $[CB(A^+)]$  представляется возможным определить из значений средства к протону СП [13] по соотношению, приведенному в [14]



где ПИ — потенциал ионизации.

Совмещая энергии связи ионов по рядам (см. табл. 2) и таких же нейтральных частиц, рассмотрим случаи (рис. 1): нейтральных частиц и водорода; протона и нейтральных частиц; нейтрального водорода и положительно заряженных частиц.

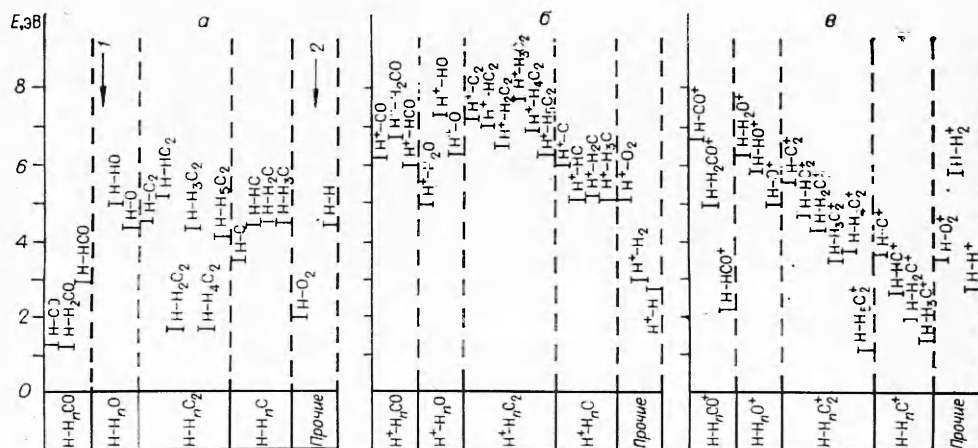
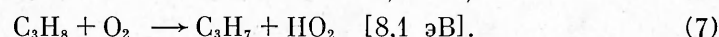
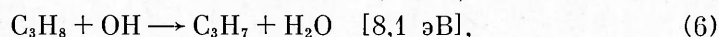
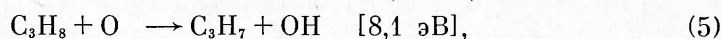
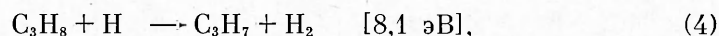


Рис. 1. Энергия разрыва связи:

а) водорода и нейтральных частиц, б) протона и нейтральных частиц, в) водорода и положительно заряженных частиц. Стрелками 1 и 2 указаны места неизвестных значений энергии связи  $H_2O$  и  $H_3$ .

Поскольку экспериментальные данные охватывают диапазон масс ионов только от 15 до 33 и не включают ионы исходных превращений топлива и окислителя (прежде чем анализировать рис. 1) попытаемся гипотетически определить механизм возможного начального образования углеводородных ионов и последующих их превращений до масс, наблюдавшихся в экспериментах.

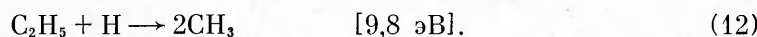
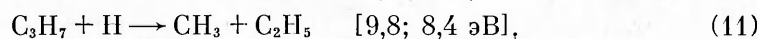
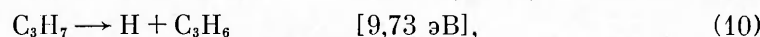
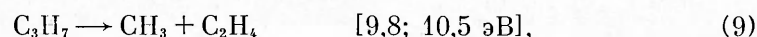
Рассматривая результаты исследований механизмов расходования топлива в пламенах, за исключением образования многочисленных перекисных радикалов, необходимо отметить первичные превращения топлива, которые могут осуществляться по двум путям. Один из них реализуется в результате атаки активных частиц молекул топлива. Для пропана он может осуществляться по реакциям [8—10]



Чтобы подчеркнуть низкое значение потенциала ионизации полученных частиц углеводородов относительно исходной топливной молекулы, величины потенциала (здесь и далее) приведены в квадратных скобках рядом с реакцией. Для сравнения в табл. 3 (по [13]) приведены потенциалы ионизации основных частиц, которые могут быть образованы в пламени пропана при горении. Другой путь расходования топлива — термическое разложение по реакции:



Дальнейшие превращения углеводородов, получаемых в результате реакций (4)—(8), могут протекать по реакциям [1, 2, 8]



Представленные реакции (4)—(12) далеко не полностью исчерпывают пути расходования исходной молекулы топлива, но, по-видимому, представляют реально возможные превращения ее в процессе горения.

Анализируя приведенные выше превращения, следует отметить факт образования углеводородных частиц с достаточно низким потенциалом ионизации (см. табл. 3), химические превращения которых могут привести к образованию положительных ионов, высокие концентрации которых обнаружены в [15—16]. Возвращаясь к рис. 1, рассмотрим ионные превращения по результатам экспериментов.

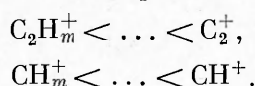
Таблица 3

Частица	Потенциал ионизации, эВ	Частица	Потенциал ионизации, эВ	Частица	Потенциал ионизации, эВ	Частица	Потенциал ионизации, эВ
H	13,6	CH	10,6	C <sub>2</sub> H	12,2	C <sub>2</sub> H <sub>6</sub>	11,5
O	13,6	CH <sub>2</sub>	10,4	C <sub>2</sub> H <sub>2</sub>	11,4	C <sub>3</sub> H <sub>6</sub>	9,73
OH	13,2	CH <sub>3</sub>	9,8	C <sub>2</sub> H <sub>3</sub>	9,5	C <sub>3</sub> H <sub>7</sub>	8,1*
H <sub>2</sub> O	12,6	CH <sub>4</sub>	12,7	C <sub>2</sub> H <sub>4</sub>	10,5	C <sub>3</sub> H <sub>8</sub>	11,07
HO <sub>2</sub>	11,53	C <sub>2</sub>	11,9	C <sub>2</sub> H <sub>5</sub>	8,4	O <sub>2</sub>	12,08
						C	11,26

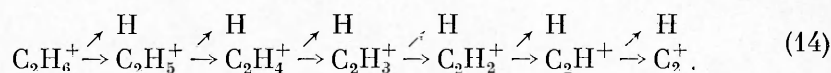
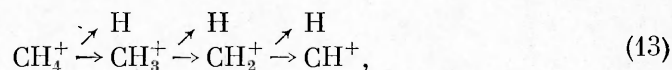
\* Значение приведено для соединения CH<sub>3</sub>CH<sub>2</sub>CH<sub>2</sub>, для соединения (CH<sub>3</sub>)<sub>2</sub>CH потенциал ионизации равен 7,55 эВ.

Поскольку перед фронтом горения зарегистрированы максимальные концентрации углеводородных ионов, они будут вносить основной вклад в ионообразование в этой зоне. Руководствуясь этим, рассмотрим прежде всего реакционную способность углеводородных ионов, участвующих в реакциях. Полагая, что ионы в своей последовательности превращений должны идти по пути упрощения, рассмотрим возможность этих превращений по энергиям связи частиц в предлагаемых конкурентных реакциях (см. рис. 1).

Реализация участия ионов в реакциях по схеме рис. 1, б видится неочевидной в силу отсутствия заряженного водорода в спектрах ионов [15, 16] и наличия высоких концентраций нейтрального атомарного водорода [8, 17]. Наиболее вероятными реакциями при этом, по-видимому, будут те, в которых реализуется разрыв связи иона и нейтрального атомарного водорода (см. рис. 1, в) в силу низких значений энергий связи по сравнению с другими вариантами (см. рис. 1, а, б) и наблюдаемой при этом последовательности изменения сродства ионов к водороду



Соответственно в предпламенной зоне, наряду с предполагающимся механизмом диффузии атомарного водорода из фронта горения [9], должен иметь место канал образования высокореакционных ионов, способных участвовать в реакциях с передачей атомарного водорода. Ниже приведена предполагаемая схема ионных превращений в химических реакциях с участием углеводородных ионов.



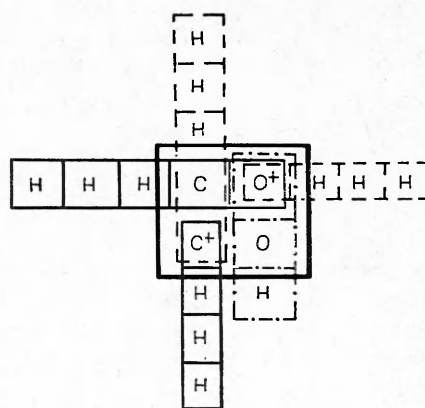
В связи с тем, что у последнего ряда энергии связи несколько ниже (см. рис. 1),  $C_2^+$  должно образоваться раньше в областях с более низкой температурой, чем  $CH^+$ . Интересно, что в ряде работ (например, [3]) обнаружено пространственное разделение возбужденных частиц  $CH^*$  и  $C_2^*$ , при этом, как и для ионов,  $CH^*$  образуется раньше. Последнему, вероятно, способствует и тот факт, что частица  $CH^+$  более устойчива по сравнению с нейтральной, свидетельством чему являются величины энергий связи, которые соответственно равны 93,8 и 79,6 ккал/моль.

В то же время для частиц  $C_2^+$  и  $C_2^*$  наблюдается обратная картина. В этом случае ионизированная частица  $C_2^+$  менее устойчива (т. е. более реакционноспособна), чем  $C_2^*$ , их энергии связи соответственно равны 126 и 144 ккал/моль. В связи с этим реакция (1) может быстрее реализоваться, когда  $C_2$  ионизирована. Наблюдаемая корреляция, по-видимому, свидетельствует о наличии взаимосвязи этих процессов и значительной роли  $CH^*$  в процессе горения.

Расходование перед фронтом горения топлива практически полностью путем деления его на осколки с соответствующими превращениями, когда один из каналов реализуется через последовательные превращения углеводородных ионов, требует определения путей превращения их с окислителем (кислородом). На основе экспериментальных данных отмечается, что эти превращения приходятся на фиолетовую область, так как здесь наблюдаются значительные концентрации кислородсодержащих ионов.

Таким образом, если ионизация продуктов исходных молекул топлива необходима для снижения затрат энергии на реализацию первичных превращений, то в зоне основных окислительных реакций происходит образование термодинамически более устойчивых сложных кислородсодержащих ионов. Вследствие же рекомбинации ионов  $HCO^+$ ,  $H_3CO^+$ ,  $HO^+$ ,  $H_2O^+$ ,

Рис. 2. Схема последовательности превращений ионов, где С — углерод, Н — водород, О — кислород (рамки, обозначенные сплошной, штриховой и штрихпунктирной линиями, означают ряды табл. 2).



$\text{H}_3\text{O}^+$  происходит ослабление связи, что ведет к повышению реакционной способности частиц  $\text{HO}$ ,  $\text{H}_2\text{O}$ ,  $\text{H}_3\text{O}$ ,  $\text{HCO}$ ,  $\text{H}_2\text{CO}$  (см. рис. 1). Казалось бы, что исключить из этого правила можно ион  $\text{H}_2\text{CO}^+$  и частицу  $\text{H}_2\text{CO}$ , однако, учитывая высокую стабильность последней, при ионизации реализуется усиление ее реакционной способности.

Впервые обнаруженное наличие двух экстремумов концентраций атомарного водорода и радикалов типа  $\text{O}_2$  и  $\text{HO}_2$  в различных областях [18], по-видимому, является следствием развития окислительных процессов, протекающих за счет подвода кислорода в эти области вместе с топливом, с одной стороны, и диффузии атмосферного кислорода — с другой. Доказательством этого служит, во-первых, наличие в этих областях положительных ионов  $\text{O}_2^+$ ,  $\text{O}^+$  и радикалов  $\text{HO}_2$ , во-вторых, единообразное перераспределение их при изменении коэффициента избытка окислителя.

Рассмотрим схему последовательности превращений ионов в общем виде (рис. 2). В результате химического дробления молекул топлива, атаки радикалов или термического разложения происходит ионизация осколков топлива. В заряженных углеводородных частицах в значительной степени ослаблены энергии связи  $\text{C}_m\text{H}^+ - \text{H}$ , что приводит к активизации атомарного водорода (вертикальные колонки). Реакции продолжают преимущественно до двух атомных ионов с сохранением заряда на  $\text{CH}^+$  и  $\text{C}_2^+$ . Параллельно этому идет процесс окисления (горизонтальные колонки) на основе ионов  $\text{C}_2^+$  или  $\text{O}^+$ . Реагирование в этом случае идет преимущественно по двум каналам образования групп типа  $\text{O}^+\text{H}_m$  и  $\text{CO}^+\text{H}_m$ , которые затем рекомбинируют и диссоциируют с выделением значительного количества тепла. Согласно предложенной модели при горении углеводородов в процессе ионообразования основными элементами, несущими электрический заряд, являются углерод и кислород.

В заключение автор приносит благодарность Б. С. Фиалкову, В. М. Мальцеву, М. Н. Чеснокову, Ю. Н. Шебеко за участие в обсуждении представленного материала и ценные замечания.

Поступила в редакцию 22/VIII 1982,  
после доработки — 23/XII 1982

#### ЛИТЕРАТУРА

1. В. Н. Кондратьев, Е. Е. Никитин. Кинетика и механизм газофазных реакций. М.: Наука, 1974.
2. А. С. Соколик. Самовоспламенение, пламя и детонация в газах. М.: Изд-во АН СССР, 1960.
3. А. Гейдон. Спектроскопия пламени. М.: ИЛ, 1959.
4. Р. Фристром, А. Вестенберг. Структура пламени. М.: Metallургия, 1969.
5. Е. М. Степанов, Б. Г. Дьячков. Ионизация в пламени и электрическое поле. М.: Metallургия, 1968.
6. Дж. Лаутон, Ф. Вайнберг. Электрические аспекты горения. М.: Энергия, 1976.
7. Б. С. Фиалков, Н. Д. Щербаков. ЖФХ, 1980, LIV, 10.
8. Т. М. Шпильман, Б. С. Фиалков. — В кн.: Люминесценция и теплофизика. Караганда, 1980.
9. Г. Н. Ксандопуло. Химия пламени. М.: Химия, 1980.
10. Н. Н. Семенов. Цепные реакции. Л.: Госхимтехиздат, 1934.
11. Ю. М. Гершензон, Л. А. Гуссак, О. Б. Рябиков. — В кн.: Горение и взрыв. М.: Наука, 1977.
12. Н. Д. Щербаков, Б. С. Фиалков. ТВТ, 1981, 1.

13. Энергия разрыва химических связей. Потенциалы ионизации и средства к электрону/Под ред. В. Н. Кондратьева. М.: Наука, 1974.
14. Р. С. Данбар.— В кн.: Реакционная способность и пути реакций/Под ред. Г. Клонмана. М., 1977.
15. H. F. Calcote, J. L. Reuter. J Chem. Phys., 1963, 38, 2.
16. J. A. Jreen, T. M. Sugden. Ninth Symp. (Intern.) on Combust. N.— Y. and London: Acad. Press, 1963.
17. В. И. Ботова, Н. Д. Щербаков, Б. С. Филалков. ФГВ. 1980, 16, 3.
18. В. И. Ботова, Г. М. Турдыбеков, Б. С. Филалков. Тез. докл. семинара по электрофизике горения. Караганда, 1980.

## О ЛИНЕЙНОЙ ДЛИННОВОЛНОВОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО СТАЦИОНАРНОГО ЛАМИНАРНОГО ПЛАМЕНИ ВО ВРАЩАЮЩЕЙСЯ СРЕДЕ

П. П. Лазарев, А. С. Плешанов  
(Москва)

В реальных течениях ламинарное пламя может распространяться по свежей смеси с закруткой. В такой ситуации на течение среды в системе координат, связанной с пламенем, действуют центробежная и кориолисова силы. В данной работе рассматривается влияние этих эффектов на устойчивость ламинарного фронта пламени. Исследование проводится в линейном (по амплитуде возмущений) приближении и для гидродинамических возмущений, так что длина их волн велика по сравнению с тепловой шириной фронта пламени. Анализ ведется на основной границе устойчивости, где частота возмущений равна нулю (течение стационарно).

Радиальное стационарное течение несжимаемой и невязкой жидкости в системе координат, вращающейся вокруг оси  $z$  с угловой скоростью  $\omega$ , описывается уравнениями неразрывности

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv_r) = 0$$

и движения [1]

$$v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} = \omega^2 r, \quad \frac{1}{\rho r} \frac{\partial p}{\partial \varphi} = -2\omega v_r,$$

где  $v$  — скорость;  $p$  — давление;  $\rho$  — плотность;  $r$  — радиус;  $\varphi$  — полярный угол; член  $\omega^2 r$  — центробежное ускорение, член  $-2\omega v_r$  — ускорение Кориолиса. Здесь предполагается, что компоненты  $v_\varphi = v_z = 0$  и  $\partial v_r / \partial \varphi = -\partial v_r / \partial z = 0$ . Решение системы имеет вид ( $Q = \text{const}$ )

$$v_r = Q/r, \quad p/\rho + 1/2 \cdot [(Q/r)^2 - (\omega r)^2] + 2\omega Q\varphi = \text{const}. \quad (1)$$

В связи с монотонной зависимостью  $p$  от  $\varphi$  данное решение возможно лишь при наличии скачка  $p$ , например, при  $\varphi = \pm\pi$ , что реализуется помещением непроницаемой стенки на луче  $\varphi = \pm\pi$ .

Возмущенная стационарная система уравнений имеет общий вид [1]

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv_r') + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\varphi'}{\partial \varphi} + \frac{\partial v_z'}{\partial z} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} (v_r v_r') + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial r} = 2\omega v_\varphi', \quad (3)$$

$$\frac{v_r}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv_\varphi') + \frac{1}{\rho r} \frac{\partial p'}{\partial \varphi} = -2\omega v_r', \quad (4)$$

$$v_r \frac{\partial v_z'}{\partial r} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial z} = 0, \quad (5)$$