ПМТФ, № 1, 1970

СРЕДНИЕ КОЭФФИЦИЕНТЫ ПОГЛОЩЕНИЯ ДЛЯ ОПТИЧЕСКИ ТОНКИХ СРЕД

С. П. Детков

(Свердловск)

Рассмотрены модификации среднего планковского коэффициента поглощения для смежного участка поглощающей среды, учитывающие неравенство температур черного луча и участка поглощения среды, а также влияние длины этого участка, если она невелика. Приведены формулы для аналогичного коэффициента, определяющего поглощение собственного излучения газа.

Средние по спектру коэффициенты поглощения вводятся с целью использования в расчетах лучистого теплообмена уравнений серого излучения. В частности, пропускательная способность среды описывается экспоненциальным законом.

Однако требование выполнения этого закона приводит к тому, что средние коэффициенты поглощения получают зависимость от длины луча x. Оценка ее позволит уточнить и расширить так называемое приближение оптически тонкого газа.

Другой факт, который необходимо учитывать — влияние различия температур источника луча T_i и поглощающей среды T_k. В литературе используется средний планковский коэффициент поглощения α_c. Он определяет поглощение черного потока тонким слоем газа. В работах [1, 2] учтено различие температур черного источника и среды. Величина α_c с поправочным множителем названа модифицированным средним планковским коэффициентом поглощения. В известном приближении серого газа [2] и др. поглощение собственного излучения газа описывается тем же коэффициентом. Также известно, что в этом случае действительный коэффициент поглощения α_* превышает α_c более чем на порядок.

Задача состоит в определении величин α_c, α_*, учете влияния на них в форме поправок величин T_i, T_k, x_k, x_i. При этом рассматриваются основные продукты горения углеводородных топлив CO_2 и H_2O. Их спектр представлен упрощенно в виде группы неперекрывающихся полос.

Ограничиваясь задачами с оптически тонкими средами, любое направление по ходу луча представим в виде двух смежных изотермических участков i и k. Источник i может быть черной точкой. Участок k — отрезок в газе. Общее давление принято постоянным, поле парциальных давлений излучающего компонента — неизменным. В качестве аргумента принят приведенный по парциальному давлению p путь луча $x = \int p dl$, *мат*. Поэтому все коэффициенты, обозначенные α, имеют размерность $(мат)^{-1}$. Допускается локальное термодинамическое равновесие.

В более корректных уравнениях теплообмена используется непосредственно поглощательная способность участка k для излучения участка i

$$a_{ik} = \pi I_{ik} / \varepsilon_i \sigma T_i^4, \qquad I_{ik} = \varepsilon_i \sigma T_i^4/\pi - I_{ik}''$$

Здесь ε_i — степень черноты участка i; σT^4 — плотность черного излучения; I_{ik} *вт/м*^{2} · *стер* — разность интенсивностей на концах участка k; I_{ik}'' — интенсивность излучения участка (точки) i, пропущенного участком k.

Если a_{ik} определяется не по прямой формуле, одна из которых выведена ниже, а используются коэффициенты поглощения α, то

$$a_{ik} = 1 - \exp(-\alpha_{ik}\, x_k), \quad a_{ik}{}^* = 1 - \exp(-\alpha_{ik}{}^* x_k) \qquad (1)$$

Апостроф отмечает величины для собственного излучения среды. Можно показать, что для черного луча значительно точнее формула

$$a_{ik} = \frac{\alpha_{ik}}{\alpha_{ik}{}^*}\,[1 - \exp(-\alpha_{ik}{}^* x_k)]$$

Приведенные формулы применимы лишь для достаточно тонких слоев. С известной погрешностью допустимо разложение $\exp(-u) \approx 1 - u$. Тогда величины α_{ik} можно оценить по формулам

$$\alpha_{ik} \approx a_{ik}/x_k, \quad \alpha_{ik}{}^* \approx a_{ik}{}^*/x_k \qquad (2)$$

Дальнейшая работа проводится по плану: 1) на основе простейшей модели спектра выводится формула $a_{ik}{}^*$, 2) по приближенным формулам (2) оцениваются зависимости коэффициентов α_{ik} и $\alpha_{ik}{}^*$ от параметров, 3) полученные коэффициенты рекомендуются для использования в простейших формулах (1).

Для группы неперекрывающихся полос формула $a_{ik}{}^*$ имеет вид

$$a_{ik}{}^* = \frac{\pi}{\varepsilon_i \sigma T_i^4} \sum_j I_{0j}(T_i) \int\limits_{\Delta\omega_{*j}} \varepsilon_{\omega i}(T_i,\, x_i)\, \varepsilon_{\omega k}(T_k,\, x_k)\, \alpha\omega, \qquad (3)$$

$$\varepsilon_\omega = 1 - \exp(-\alpha_\omega x)$$

Здесь ω (*см*$^{-1}$) — волновое число; ε_ω и α_ω — спектральные значения степени черноты и коэффициента поглощения; $\Delta\varphi_{*j}$ — ширина наиболее узкой полосы, принятая потому, что вне ее пределов поглощения нет.

Если i — черная точка, то $\varepsilon_i = \varepsilon_{\omega i} = 1$. Из (3) получается частная формула a_{ik}. Единственный источник погрешности формулы (3) связан с выбором дискретного значения функции Планка (I_{0j}).

Использование дискретного значения функции Планка дает возможность перестроить полосу так, чтобы коэффициент α_ω изменялся монотонно. После этого следует выбрать контур полосы. Анализ показывает, что при достаточно толстых слоях поглощение сравнительно слабо зависит от контура полосы, но положение может стать иным в рассматриваемом здесь случае $x_i \approx x_k \approx 0$. Используем три различных контура: прямоугольный, треугольный и симметричный экспоненциальный

$$\alpha_\omega^* = \alpha_0, \quad \alpha_\omega = \alpha_0(1 - \nu/\Omega), \quad \alpha_\omega = \alpha_0 \exp\,(-2\nu/\Omega),$$
$$\nu = |\omega - \omega_0|$$

Здесь и далее Ω — либо ширина контура, либо величина пропорциональная ей; ω_0 — положение центра контура, в котором спектральный коэффициент поглощения максимальный α_0.

Соответствующие интегральные интенсивности полос имеют вид

$$S = \alpha_0\Omega, \quad S = \frac{1}{2}\alpha_0\Omega, \quad S = \alpha_0\Omega \qquad (4)$$

Соотношения (4) дают возможность определить функцию $\alpha_0(T)$ по двум независимым функциям: $S(T)$ и $\Omega(T)$. Согласно последним экспериментальным данным в [3–5] и др. можно использовать степенную зависимость $S \sim T^{\varkappa-1}$, где $\varkappa > 0$ — показатель, устанавливающий зависимость интенсивности от температуры в расчете на одну частицу; единица в показателе учитывает изменение числа частиц в связи с изобарическим расширением. В тонких слоях исключительную роль играют полосы с фундаментальными частотами. Для них $\varkappa \approx 0$. Для полуширины или ширины всех полос принята зависимость $\Omega \sim T^m$. По спектроскопическим данным $m \approx 0.5$.

В результате получается одинаковая температурная зависимость для величин α_0. Независимо от контура

$$\alpha_0 \sim T^u, \qquad u = \varkappa - m - 1 \quad (\varkappa \approx 0)$$

или

$$\alpha_{0k}(T_k) = \alpha_{0i}(T_i)\,\xi^u, \qquad \xi = T_k / T_i \tag{5}$$

В дальнейшем используются соотношения

$$\alpha_c = \frac{\pi}{\sigma T^4} \sum_j I_{0j} \int\limits_{\Delta\omega_j} \alpha_\omega \, d\omega, \qquad S_j = \int\limits_{\Delta\omega_j} \alpha_\omega \, d\omega$$

$$\alpha_c \alpha_* = \frac{\pi}{\sigma T^4} \sum_j I_{0j} \int\limits_{\Delta\omega_j} \alpha_\omega^2 \, d\omega, \qquad \frac{S_j^2}{\Omega_j} \sim \int\limits_{\Delta\omega_j} \alpha_\omega^2 \, d\omega \tag{6}$$

Здесь $\Delta\omega_j$ (в отличие от Ω_j) — полная ширина полосы.

Рассмотрим поглощение черного луча. Величина a_{ik} получится из (3) при условиях

$$\varepsilon_i = \varepsilon_{i\omega} = 1, \qquad x_k \approx 0, \qquad \varepsilon_{\omega k} \approx \alpha_{\omega k} x_k - {}^1/_2\, \alpha_{\omega k}^2 x_k^2$$

Тогда

$$a_{ik} \approx \frac{\pi}{\sigma T_i^4} \sum_j I_{0j}(T_i) \int\limits_{\Delta\omega_j} \left[\alpha_{\omega k} x_k - \frac{1}{2} \alpha_{\omega k}^2 x_k^2\right] d\omega$$

Использование соотношений (2), (4)—(6) приводит к результату

$$\frac{\alpha_{ik}(T_i, T_k, x_k)}{\alpha_c(T_i)} \approx \xi^{u+m} \left(1 - \frac{1}{2} \alpha_*(T_i)\, x_k \xi^u\right) \tag{7}$$

Замечательно, что величина α_{ik} не зависит от формы контура и неравенства $T_i \gtreqless T_k$.

Перейдем к расчету поглощения собственного излучения газа. Нетрудно показать, что если контуры полос более нагретого участка прямоугольные, то контуры полос другого участка не играют роли. При контурах, одинаковых для обоих участков, результаты различны.

При выводе α_{ik}^* по (3) в разложениях $\varepsilon_{\omega i}$ и $\varepsilon_{\omega k}$ ограничимся двумя членами ряда. В этом случае

$$\varepsilon_{\omega i} \varepsilon_{\omega k} \approx \alpha_{\omega i} \alpha_{\omega k} x_i x_k$$

Соответственно представим $\varepsilon_i \approx \alpha_c x_i$. Формула (3) с учетом (2) упрощается

$$\alpha_c(T_i)\, \alpha_{ik}^* \approx \frac{\pi}{\sigma T_i^4} \sum_j I_{0j}(T_i) \int\limits_{\Delta\omega_{*j}} \alpha_{\omega i} \alpha_{\omega k} \, d\omega$$

Предел интегрирования $\Delta\omega_{*j}$ имеет ту особенность, что в случае ограниченной полосы (прямоугольной, треугольной) интегрирование проводится по наиболее узкой полосе после их совмещения по максимумам. Получаются следующие результаты:

$$\frac{\alpha_{ik}^*(T_i, T_k)}{\alpha_*(T_i)} = \xi^{u+m} f_1(\xi) \quad \text{при } \xi \leqslant 1 \tag{8}$$

$$\frac{\alpha_{ik}^*(T_i, T_k)}{\alpha_*(T_i)} = \xi^u f_2(\xi) \qquad \text{при } \xi \geqslant 1$$

Приведем выражения для функций f_1 и f_2 к формулам (8) при различных контурах полос:

прямоугольный $f_1 = 1, \quad f_2 = 1$
треугольный $f_1 = {}^1/_2\,(3 - \xi^m),\ f_2 = {}^1/_2\,(3 - \xi^{-m})$
экспоненциальный $f_1 = 2(1 + \xi^m)^{-1},\ f_2 = 2\xi^m(1 + \xi^m)^{-1}$

При $\xi = 1$ с любым контуром получается правильный результат $\alpha_{ik}^* = \alpha_*$. При $\xi^m \ll 1$ или $\xi^m \gg 1$ треугольный и экспоненциальный контуры дают результат в 1.5 и 2 раза больше по сравнению с прямоугольным контуром. В случае $\xi^m \gg 1$ это может не иметь существенного значения из-за слабого поглощения ($u \approx -1.5$, $\xi^u \ll 1$, $\alpha_{ik}^* \ll \alpha_*$). В отличие от прямоугольного и треугольного экспоненциальный контур имеет далекие крылья, подобно реальному контуру. Но он имеет и недостаток, состоящий в том, что зависимость α_{ik}^* / α_* от ξ не изменяет вида при переходе через точку $\xi = 1$. Такое изменение дожно быть в соответствии с представлением об «окнах» спектра, которое приближенно отражает действительность. Возможно, что наиболее реалистичным, из рассмотренных в условиях нашей задачи, является треугольный контур.

Оценка зависимости $\alpha_{ik}^*(x_k)$ значительно усложняется, так как ряд для $\varepsilon_{\omega k}$ следует взять как минимум с тремя членами.

В основу формул α_{ik} и α_{ik}^* положены коэффициенты α_c и α_*. Их можно определить по формулам (6) с привлечением спектроскопических данных. Другой путь состоит в использовании интегральных степеней черноты $\varepsilon(x, T)$, представленных для CO_2 и H_2O известными монограммами [6]. Используются формулы

$$\alpha_c = (\partial\varepsilon / \partial x)_{x=0}, \qquad \alpha_c\alpha_* = -(\partial^2\varepsilon / \partial x^2)_{x=0}$$

Сведения по α_c даны в [6-8] и др. Величины α_* в неявном виде имеются в [6]. Точность величин α_c и, особенно, α_* для CO_2 и H_2O недостаточная.

В заключение отметим, что зависимость α_{ik} $(T_i,\ T_k)$, представленная в (7) при $x_k = 0$, получена в полном согласии с [1,2,9]. Отметим также, что показатель m не играет роли, так как $u + m = \varkappa - 1$. Оценка влияния длины луча по (7) получена впервые. Оценки зависимости $\alpha_{ik}^*(T_i,\ T_k)$, представленные формулами (8), также получены впервые.

Поступила 13 V 1969

ЛИТЕРАТУРА

1. Cess R. D., Mighdoll P. Modified Plank mean coefficients for optically thin gaseous radiation. Internat. J. Heat Mass Transfer, 1967, vol. 10, № 9, p. 1291.
2. Cess R. D., Mighdoll P., Tiwari S. N. Infrared radiative heat transfer in nongray gases. Internat. J. Heat Mass Transfer, 1967, vol. 10, № 11, p. 1521.
3. Breeze J. C., Ferriso C. C., Ludwig C. B., Malkmus W. Temperature dependence of the total integrated intensity of vibrational-rotational band Systems. J. Chem. Phys., 1965, vol., 42, № 1, p. 402.
4. Breeze J. C., Ferriso C. C. Shock wave integrated Intensity measurements of the 2.7 micron CO_2 band between 1200° and 3000° K. J. Chem. Phys., 1963, vol. 139, № 10, p. 2619.
5. Ferriso C. C., Ludwig C. B. Spectral emissivities and integrated intensities of the 1.87—, 1.38—, and 1.14— micron H_2O bands between 1000° and 2400° K. J. Chem. Phys. 1964, vol. 41, No 6, p. 1668.
6. Невский А. С. Теплопередача в мартеновских печах. М., Металлургиздат, 1963.
7. Детков С. П., Гирс В. Н. К механизации расчетов излучения углекислого газа. Изв. вузов, Черная металлургия, 1967, № 2, стр. 162.
8. Abu-Romia M. M., Tien C. L. Appropriate mean absorption coefficients for infrared radiation of gases. Trans. ASME, Ser. C. J., Heat Transfer, 1967, vol. 89, № 4. (Рус. перев.: Приведенные средние коэффициенты поглощения инфракрасного излучения газов. Теплопередача, 1967, т. 89, № 4, стр. 46.)
9. Пеннер С. С. Количественная молекулярная спектроскопия и излучательная способность газов. М., Изд-во иностр. лит., 1963.