

УДК 539.3

ВЛИЯНИЕ ФОРМЫ ИМПУЛЬСНОЙ НАГРУЗКИ НА ОСТАТОЧНЫЕ ПРОГИБЫ ЖЕСТКОПЛАСТИЧЕСКИХ ПЛАСТИН СЛОЖНОЙ ФОРМЫ

Ю. В. Немировский, Т. П. Романова

*Институт теоретической и прикладной механики СО РАН,
630090 Новосибирск*

Пластины со сложным контуром широко используются в конструкциях, подвергающихся интенсивным импульсным нагрузкам. Для прогнозирования степени повреждения пластин под действием динамического нагружения важно знать влияние характера изменения нагрузки во времени на окончательные перемещения.

Все известные решения этого вопроса касаются только жесткопластических круглых свободно опертых пластин [1–4]. В [1, 4] сделан вывод о незначительной зависимости остаточного прогиба пластины от формы импульсной нагрузки при постоянном полном импульсе, однако он сделан на основании частных расчетов при ограниченном изменении величин действующих нагрузок. В [2, 3] после рассмотрения всего возможного диапазона нагрузок установлено, что форма нагрузки может оказывать существенное влияние на остаточные прогибы круглых шарнирно опертых пластин. В [5–8] изучалось динамическое поведение шарнирно опертых или защемленных жесткопластических пластин со сложным контуром под действием произвольной кратковременной нагрузки.

В настоящей работе на основе результатов [5, 6] получены простые аналитические выражения для максимального остаточного прогиба жесткопластической пластины со сложным контуром. Изучено влияние формы импульса нагрузки на остаточный прогиб пластины. Предлагается простая методика, позволяющая оперативно оценивать повреждаемость пластин сложной формы при воздействии на них произвольной динамической нагрузки высокой интенсивности.

Рассмотрим идеальную жесткопластическую пластину под действием равномерно распределенной по поверхности произвольной динамической кратковременной нагрузки интенсивности $P(t)$. По форме это может быть правильная полигональная пластина, круглая пластина, правильная полигональная пластина со скругленными вершинами или пластина, по-

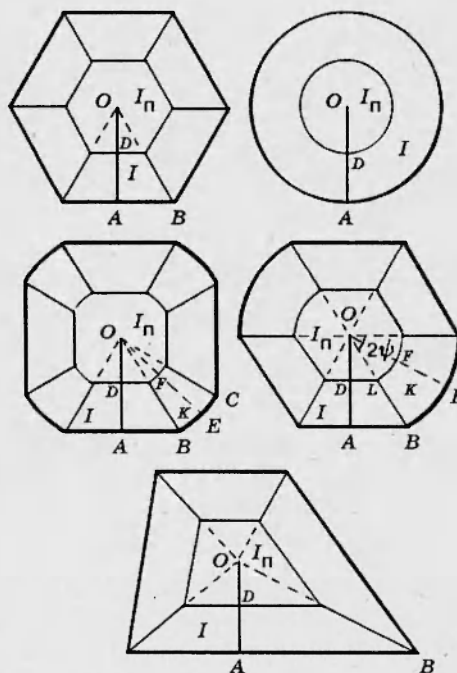


Рис. 1

лученная из последней изменением взаимного расположения круговых и прямолинейных участков контура, а также неправильная полигональная пластина, в контур которой можно вписать окружность (рис. 1). Считаем, что контур пластины шарнирно оперт или защемлен. Все эти пластины имеют сходное динамическое поведение, которое подробно рассмотрено в [5, 6]. При достаточно высоком уровне нагрузок динамика пластин может сопровождаться возникновением, развитием и исчезновением зоны интенсивного пластического деформирования I_{II} , движущейся поступательно. Уравнения, описывающие динамическое поведение такой пластины, имеют вид [5, 6]

$$\delta^3(4 - 3\delta)\ddot{\alpha} = 2p_1(\tau)\delta^2(3 - 2\delta) - m_0; \quad (1)$$

$$(\delta\dot{\alpha})' = p_1(\tau), \quad (2)$$

где $p_1 = P/r$; r — радиус окружности, вписанной в полигональный контур, или радиус круглой пластины; точка обозначает дифференцирование по безразмерному времени $\tau = t/t_0$; t_0 — характерное время; $m_0 = 12 M_0 t_0^2(2 - \eta)/(\rho r^3)$ для правильных полигональных пластин, круглых и неправильных пластин, в контур которых можно вписать окружность; $m_0 = 12 M_0 t_0^2(\text{ctg } \varphi + \psi)(2 - \eta)/[(\text{ctg } \varphi + \psi/\sin^2 \varphi)\rho r^3]$ для полигональных пластин со скругленными вершинами; ρ — поверхностная плотность материала пластины; M_0 — предельный изгибающий момент; $\eta = 0$ при защемлении контура; $\eta = 1$ при его шарнирном опирании; α — угол отклонения жесткой области I от горизонтали; $\delta = \delta(\tau)$ — безразмерный параметр, характеризующий размер центральной пластической области I_{II} (рис. 1, где $|AO| = r$, $|AD| = \delta r$, $\angle OBA = \varphi$, $\angle BOC = \psi$, $\angle OAB = 90^\circ$).

Прогиб W в центре окружности, вписанной в полигональный контур (точка O , рис. 1), определяется из соотношения

$$\dot{w} = \delta\dot{\alpha} \quad (w = W/r). \quad (3)$$

Начальные условия для α , w следующие:

$$\alpha(0) = \dot{\alpha}(0) = w(0) = \dot{w}(0) = 0. \quad (4)$$

Для определения предельной статической нагрузки в уравнении (1) надо принять $\ddot{\alpha} = 0$. Тогда предельную нагрузку определим из условия

$$p_1^0 = \min_{0 < \delta \leq 1} p_1 = \min_{0 < \delta \leq 1} m_0/[2\delta^2(3 - 2\delta)] = m_0/2. \quad (5)$$

При этом пластическая зона I_{II} вырождается в точку O .

Пусть на отрезке времени $0 \leq \tau \leq \tau_1$ (первая фаза) имеем $p_1(\tau) \leq p_1^0$ (низкие нагрузки), тогда в течение этого периода времени пластина сохраняет недеформированное состояние и остается в покое.

Определим состояние пластины в момент начала ее движения. Интегрируя (2) с учетом обозначений $\dot{\alpha}(\tau_k) = \dot{\alpha}_k$, $\alpha(\tau_k) = \alpha_k$, $\delta(\tau_k) = \delta_k$, находим

$$\delta\dot{\alpha} = J_k(\tau) + \delta_k\dot{\alpha}_k, \quad J_k = \int_{\tau_k}^{\tau} p_1(s) ds, \quad k = 0, 1, 2, \dots,$$

где τ_k — время, при котором пластическая зона I_{II} существует в невырожденном виде. Пользуясь этим равенством и исключая $\ddot{\alpha}$ из (1), (2), получим

$$[\delta^2(2 - \delta)(J_k + \delta_k\dot{\alpha}_k)]' = m_0 = 2p_1^0,$$

откуда

$$\delta^2(2 - \delta) = [2p_1^0(\tau - \tau_k) + \delta_k^3(2 - \delta_k)\dot{\alpha}_k](J_k + \delta_k\dot{\alpha}_k)^{-1}. \quad (6)$$

Из (6) следует, что при $k = 1$

$$\lim_{\tau \rightarrow \tau_1} \delta^2(2 - \delta) = \delta_1^2(2 - \delta_1) = 2p_1^0/p_1(\tau_1).$$

Отсюда видно, что $\delta_1 < 1$ при $p_1(\tau_1) > 2p_1^0$ и $\delta_1 \geq 1$ при $p_1(\tau_1) \leq 2p_1^0$. Значит, если нагрузка такова, что $p_1(\tau_1) > 2p_1^0$ («высокая» нагрузка), то движение пластины начнется с развитой пластической зоной I_{II} и будет описываться системой (1)–(3) при начальных условиях $\delta = \delta_1$ и (4).

При нагрузке $p_1^0 < p_1(\tau_1) \leq 2p_1^0$ (поскольку по смыслу δ не может превышать значения, равные единице) следует считать, что движение пластины начнется при отсутствии пластической зоны и будет описываться уравнением (1) при $\delta = 1$.

Рассмотрим подробно движение пластины под действием нагрузки «ударного» типа, возрастающей от нуля, а затем спадающей. В этом случае во второй фазе ($\tau_1 \leq \tau \leq \tau_2$) при учете начальных условий $\alpha(\tau_1) = \dot{\alpha}(\tau_1) = 0$, $\delta = 1$ имеем

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}(\tau) &= 2J_1(\tau) - 2p_1^0(\tau - \tau_1), & \alpha(\tau) &= 2Y_1(\tau) - p_1^0(\tau - \tau_1)^2, \\ \dot{w}(\tau) &= \dot{\alpha}(\tau), & w(\tau) &= \alpha(\tau), \end{aligned} \quad (7)$$

где $Y_k(\tau) = \int_{\tau_k}^{\tau} J_k(s) ds$ ($k = 1, 2, \dots$).

Определим конец этой фазы, соответствующий началу образования зоны I_{II} . Из (6) при $k = 2$, $\delta_2 = 1$ находим

$$\delta \delta (4 - 3\delta) = \frac{2p_1^0(J_2 + \dot{\alpha}_2) - [2p_1^0(\tau - \tau_2) + \dot{\alpha}_2]p_1(\tau)}{(J_2 + \dot{\alpha}_2)^2},$$

откуда следует, что при $p_1(\tau_2) = 2p_1^0$ выполняется равенство $\delta(\tau_2) = 0$, а при $p_1(\tau) > 2p_1^0$ и $\delta(\tau) < 1$ справедливо неравенство $\delta(\tau) < 0$. Поскольку $\delta \leq 1$, то δ начнет убывать, что соответствует росту зоны I_{II} , в момент времени τ_2 , удовлетворяющий условию $p_1(\tau_2) = 2p_1^0$. При $\tau = \tau_2$

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}(\tau_2) &= 2J_1(\tau_2) - 2p_1^0(\tau_2 - \tau_1), & \alpha(\tau_2) &= 2Y_1(\tau_2) - p_1^0(\tau_2 - \tau_1)^2, \\ \dot{w}(\tau_2) &= \dot{\alpha}(\tau_2), & w(\tau_2) &= \alpha(\tau_2). \end{aligned} \quad (8)$$

Во время третьей фазы ($\tau_2 < \tau \leq \tau_3$) движение происходит с развитой пластической зоной I_{II} , которая может увеличиваться, достигая своего максимального размера, а затем начинает сжиматься до полного ее исчезновения. Движение описывается системой (1)–(3) при начальных условиях $\delta(\tau_2) = 1$, $\dot{\alpha}(\tau_2) = \dot{\alpha}_2$, $\alpha(\tau_2) = \alpha_2$, $\dot{w}(\tau_2) = \dot{w}_2$, $w(\tau_2) = w_2$.

В результате получим

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}(\tau) &= \delta^{-1}[\dot{\alpha}_2 + J_2(\tau)], & \alpha(\tau) &= \int_{\tau_2}^{\tau} [\dot{\alpha}_2 + J_2(s)]\delta^{-1}ds + \alpha_2, \\ \delta^2(2 - \delta) &= [2p_1^0(\tau - \tau_2) + \dot{\alpha}_2](J_2 + \dot{\alpha}_2)^{-1}, & (9) \\ \dot{w}(\tau) &= \dot{w}_2 + J_2(\tau), & w(\tau) &= \dot{w}_2(\tau - \tau_2) + Y_2(\tau) + w_2. \end{aligned}$$

Из (9) видно, что при $\tau > \tau_2$ и $G(\tau) < 0$, где

$$G(\tau) = 2p_1^0[J_2(\tau) + \dot{\alpha}_2] - [2p_1^0(\tau - \tau_2) + \dot{\alpha}_2]p_1(\tau),$$

имеем $\dot{\delta}(\tau) < 0$, и, следовательно, пластическая зона I_{II} возрастает, а при $G(\tau) > 0$ зона I_{II} убывает, и в момент $\tau_m > \tau_2$, когда $G(\tau_m) = 0$, пластическая область достигает своего максимального размера.

В момент τ_3 происходит стягивание зоны I_{II} к точке O , когда $\delta(\tau_3) = 1$. Тогда время τ_3 в соответствии с (9) определяется из условия

$$J_2(\tau_3) = 2p_1^0(\tau_3 - \tau_2). \quad (10)$$

В конце третьей фазы движения

$$\dot{\alpha}(\tau_3) = \dot{\alpha}_2 + J_2(\tau_3), \quad \alpha(\tau_3) = \int_{\tau_2}^{\tau_3} [\dot{\alpha}_2 + J_2(\tau)] \delta^{-1}(\tau) d\tau + \alpha_2.$$

Для прогиба в точке O , учитывая (8), (10) и соотношение

$$Y_k(\tau) = \int_{\tau_k}^{\tau} \left(\int_{\tau_k}^{\theta} p_1(s) ds \right) d\theta = \tau J_k(\tau) - \int_{\tau_k}^{\tau} s p_1(s) ds,$$

имеем

$$\begin{aligned} \dot{w}(\tau_3) &= \dot{w}_2 + J_2(\tau_3) = J_1(\tau_2) + J_2(\tau_3) - 2p_1^0(\tau_2 - \tau_1), \\ w(\tau_3) &= w_2 + \dot{w}_2(\tau_3 - \tau_2) + Y_2(\tau_3) = - \int_{\tau_1}^{\tau_2} s p_1(s) ds - \int_{\tau_1}^{\tau_3} s p_1(s) ds - p_1^0(\tau_2 - \tau_1)^2 + \\ &\quad + 2\tau_2 J_1(\tau_2) + \tau_1 J_2(\tau_3) + J_2(\tau_3)[J_1(\tau_2) + J_1(\tau_3)] / (2p_1^0). \end{aligned}$$

Четвертая фаза ($\tau_3 < \tau \leq \tau_4$) происходит с вырожденной зоной I_{II} до полной остановки пластины. Движение описывается системой (1)–(3) при $\delta = 1$. В результате получим

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}(\tau) &= \dot{\alpha}_3 + 2J_3(\tau) - 2p_1^0(\tau - \tau_3), \\ \alpha(\tau) &= \alpha_3 + 2Y_3(\tau) - p_1^0(\tau - \tau_3)^2 + \dot{\alpha}_3(\tau - \tau_3), \\ \dot{w}(\tau) &= \dot{w}_3 + 2J_3(\tau) - 2p_1^0(\tau - \tau_3), \\ w(\tau) &= w_3 + 2Y_3(\tau) - p_1^0(\tau - \tau_3)^2 + \dot{w}_3(\tau - \tau_3). \end{aligned}$$

Из условия $\dot{\alpha}(\tau_4) = 0$ определяется время остановки $\tau_4 = \tau_1 + J_1(\tau_4)/p_1^0$ ($J_1(\tau_4)$ — полный импульс нагрузки). Видно, что время окончания движения не зависит от вида функции нагружения и определяется ее полным импульсом.

Остаточный прогиб в точке O

$$\begin{aligned} w_f = w(\tau_4) &= J_1^2(\tau_4)/p_1^0 - J_2^2(\tau_3)/(4p_1^0) - \\ &\quad - 2 \int_{\tau_1}^{\tau_4} (\tau - \tau_1) p_1(\tau) d\tau + \int_{\tau_2}^{\tau_3} (\tau - \tau_2) p_1(\tau) d\tau \quad (11) \end{aligned}$$

и в случае шарнирно опертой круглой пластины совпадает с прогибом, полученным в [3].

Для «средних» нагрузок $p_1^0 < p_1(\tau) \leq 2p_1^0$ время τ_2 соответствует моменту остановки пластины и движение описывается формулами (7). Время τ_2 , определяемое из условия $\dot{\alpha}(\tau_2) = 0$, удовлетворяет соотношению

$$\tau_2 = \tau_1 + J_1(\tau_2)/p_1^0$$

и, как видно, не зависит от формы импульса. Остаточный прогиб в точке O

$$w_f = w(\tau_2) = J_1^2(\tau_2)/p_1^0 - 2 \int_{\tau_1}^{\tau_2} (\tau - \tau_1) p_1(\tau) d\tau \quad (12)$$

и для шарнирно опертой круглой пластины совпадает с результатом [3].

В случае прямоугольного импульса «средней» нагрузки $p_1 = \text{const}$, $p_1^0 < p_1 \leq 2p_1^0$ при $0 \leq \tau \leq \tau_k$ остаточный прогиб в точке O

$$w_f = [p_1^2(1 - p_1^0/p_1)/p_1^0] \tau_k^2.$$

При динамической нагрузке высокой интенсивности, мгновенно возникающей в начальный момент и затем убывающей («взрывного» типа), $p_1(0) > 2p_1^0$ пластическая зона I_n образуется и имеет максимальный размер в начальный момент. При этом в описанной выше структуре решения первую и вторую фазы движения следует отбросить, принять $\tau_1 = \tau_2$, $\dot{\alpha}(\tau_2) = \alpha(\tau_2) = \dot{w}(\tau_2) = w(\tau_2) = 0$ и определить начальное значение $\delta_0 = \delta(\tau_1)$ из равенства

$$\delta_0^2(2 - \delta_0) = 2p_1^0/p_1(\tau_1),$$

получающегося из (6) предельным переходом $\tau \rightarrow \tau_1$ при $k = 1$. Остаточный прогиб в точке O

$$w_f = 3J^2/(4p_1^0) + \tau_1 J - \int_{\tau_1}^{\tau_4} \tau p_1(\tau) d\tau, \quad (13)$$

где $J = \int_{\tau_1}^{\tau_4} p_1(\tau) d\tau$ — полный импульс нагрузки.

В случае произвольной динамической кратковременной нагрузки с очень большой амплитудой можно пренебречь действием нагрузки на интервалах времени $\tau_1 \leq \tau \leq \tau_2$ и $\tau_3 \leq \tau \leq \tau_4$, тогда можно считать, что

$$\tau_2 \sim \tau_1, \quad J_2(\tau_3) \sim J, \quad \int_{\tau_2}^{\tau_3} (\tau - \tau_2) p_1(\tau) d\tau \approx \int_{\tau_1}^{\tau_4} (\tau - \tau_1) p_1(\tau) d\tau,$$

а максимальный остаточный прогиб (11) приблизительно определится также по формуле (13).

Для прямоугольного импульса «высокой» нагрузки $p_1 = \text{const}$, $p_1 > 2p_1^0$ в течение всего времени действия импульса $\delta(\tau) = \delta_0$, а момент τ_m соответствует моменту снятия нагрузки τ_k . При этом максимальный остаточный прогиб

$$w_f = [p_1^2(1,5 - p_1^0/p_1)/(2p_1^0)] \tau_k^2.$$

Рассмотрим подробно выражение (13) для максимального остаточного прогиба. Будем считать, что $\tau_1 = 0$ и нагрузка снимается в момент $\tau = T$. Тогда

$$w_f = 3J^2/(4p_1^0) - J^*. \quad (14)$$

Здесь $J = \int_0^T p_1(\tau) d\tau$ — полный импульс; $J^* = \int_0^T \tau p_1(\tau) d\tau$.

Видим, что максимальный остаточный прогиб зависит не только от полного импульса J , но и от J^* . Эта зависимость максимального остаточ-

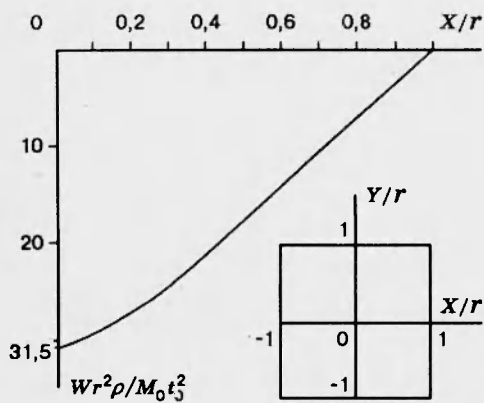


Рис. 2

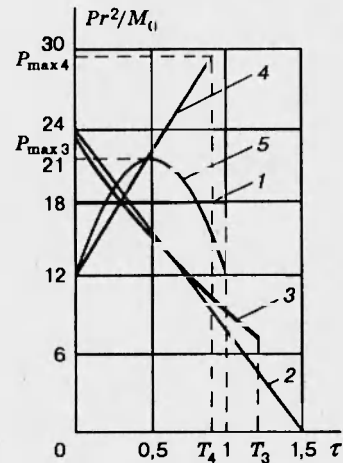


Рис. 3

ного прогиба от J , J^* для круглых шарнирно опертых пластин отмечена в [3].

Таким образом, если разные формы импульса таковы, что имеют одинаковые интегральные характеристики J и J^* , то рассматриваемые пластины сложных форм после воздействия на них такими импульсными нагрузками будут иметь одинаковые максимальные остаточные прогибы, вычисленные по формуле (14). Более того, расчеты на ЭВМ показали, что будут совпадать и остаточные прогибы во всех точках пластины. Прогибы во всех точках пластины $w(x, y, \tau)$ вычисляются по формулам

$$\bar{w}(x, y, \tau) = w(\tau), \quad (x, y) \in I_n,$$

$$\bar{w}(x, y, \tau) = d(x, y)r^{-1} \int_{\tau_k}^{\tau} \dot{\alpha}(s) ds + \bar{w}(\tau_n), \quad (x, y) \in I, \quad n = 0, 1, 2, \dots,$$

где $d(x, y)$ — расстояние от точки (x, y) до опорной стороны области I (рис. 1). В области K для пластин со скругленными вершинами прогиб на линии EF равен прогибу на линии LB области I (рис. 1).

На рис. 2 приведен остаточный прогиб квадратной шарнирно опертой пластины при различных видах функций нагружения, имеющих одинаковые

интегральные характеристики $\bar{J} = 18$, $\bar{J}^* = 9$ ($\bar{J} = \frac{r^2}{M_0} \int_0^1 P(\tau t_0) d\tau$,

$\bar{J}^* = \frac{r^2}{M_0} \int_0^1 \tau P(\tau t_0) d\tau$) и соответствующих линиям 1-5 на рис. 3:

$$1) \quad \frac{r^2}{M_0} P(\tau t_0) = \begin{cases} 18, & 0 \leq \tau \leq 1, \\ 0, & \tau > 1; \end{cases}$$

$$2) \quad \frac{r^2}{M_0} P(\tau t_0) = \begin{cases} 24(1 - 2\tau/3), & 0 \leq \tau \leq 1, \\ 0, & \tau > 1; \end{cases}$$

$$3) \quad \frac{r^2}{M_0} P(\tau t_0) = \begin{cases} P_{\max 3} e^{-\tau/T_3}, & 0 \leq \tau \leq T_3, \\ 0, & \tau > T_3, \end{cases}$$

$$P_{\max 3} = 36e(e-2)/(e-1)^2 \approx 23,8, \quad T_3 = (e-1)/[2(e-2)] \approx 1,2;$$

$$4) \quad \frac{\tau^2}{M_0} P(\tau t_0) = \begin{cases} (P_{\max 4} - 12)\tau/T_4 + 12, & 0 \leq \tau \leq T_4, \\ 0, & \tau > T_4, \end{cases}$$

$$P_{\max 4} = 12(1 + \sqrt{2}) \approx 28,97, \quad T_4 = 3/(2 + \sqrt{2}) \approx 0,879;$$

$$5) \quad \frac{\tau^2}{M_0} P(\tau t_0) = \begin{cases} 12(-3\tau^2 + 3\tau + 1), & 0 \leq \tau \leq 1, \\ 0, & \tau > 1. \end{cases}$$

В случае «средней» нагрузки выражение (12) для максимального остаточного прогиба (если считать $\tau_1 = 0$, а T — временем снятия нагрузки) примет вид

$$w_f = J^2/p_1^0 - 2J^*. \quad (15)$$

Для нагрузки любой формы всегда можно подобрать эквивалентную ей нагрузку с прямоугольным импульсом такую, чтобы остаточные прогибы во всех точках пластины после воздействия этих нагрузок совпадали. При этом амплитуда прямоугольного импульса $p_1 = J^2/(2J^*)$, а время действия нагрузки $T = 2J^*/J$. Максимальные остаточные прогибы будут вычисляться по формуле (14) для «высокой» нагрузки и по формуле (15) для «средней» нагрузки.

Из формулы (14) следует, что при условии постоянного полного импульса J наибольший остаточный прогиб получим для нагрузки идеального импульса, когда нагрузка описывается функцией Дирихле:

$$\lim_{T \rightarrow +0} p_1(\tau) = \begin{cases} +\infty, & \tau = 0, \\ 0, & \tau \neq 0 \end{cases} \quad \text{при} \quad \lim_{T \rightarrow +0} \int_0^T p_1(\tau) d\tau = J.$$

Действительно, в этом случае для J^* имеем

$$0 \leq J^* = \int_0^T \tau p_1(\tau) d\tau \leq T \int_0^T p_1(\tau) d\tau = TJ \xrightarrow{T \rightarrow 0} 0, \quad J^* = 0.$$

Тогда из (14) получим

$$w_f = 3J^2/(4p_1^0). \quad (16)$$

При импульсном нагружении шарнирно опертых круглых и квадратных пластин формула (16) совпадает с результатами, полученными в [9, 10].

Покажем, что для произвольной динамической нагрузки и постоянного полного импульса J не существует прямой зависимости величины остаточного прогиба от максимального значения нагрузки. Рассмотрим две функции с одинаковыми J и максимальными значениями нагрузки $p_{1 \max}$ (линии a и b на рис. 4):

$$1) \quad p_{1a}(\tau) = \begin{cases} p_{1 \max} - \tau(p_{1 \max} - p_{1T})/T, & 0 \leq \tau \leq T, \\ 0, & \tau > T, \end{cases}$$

$$p_{1T} = p_{1a}(T) > 2p_1^0, \quad p_{1 \max} = p_{1a}(0) > 2p_1^0;$$

$$2) \quad p_{1b}(\tau) = \begin{cases} p_{1T} + \tau(p_{1 \max} - p_{1T})/T, & 0 \leq \tau \leq T, \\ 0, & \tau > T. \end{cases}$$

Тогда

$$J_a^* = \int_0^T \tau p_{1a}(\tau) d\tau = (p_{1\max} + 2p_{1T})T^2/6,$$

$$J_b^* = \int_0^T \tau p_{1b}(\tau) d\tau = (2p_{1\max} + p_{1T})T^2/6,$$

и поскольку $p_{1T} < p_{1\max}$, то $J_a^* < J_b^*$, а следовательно, в силу (14) остаточный прогиб в случае 1 будет больше, чем в случае 2.

В работе [11] для шарнирно опертой балки, шарнирно опертой круглой пластины и подкрепленной жесткими кольцами круговой цилиндрической оболочки, нагруженных изменяющимся во времени равномерно распределенным внешним давлением, предложена методика оценки степени повреждаемости конструкций для различных форм импульса нагрузки, основанная на единой характеристической кривой параметров $(p_e/p_1^0, J/J_0)$ (рис. 5):

$$\begin{aligned} 6(J/J_0)^2(1 - p_1^0/p_e)/5 &= 1, & 1 \leq p_e/p_1^0 \leq 2, \\ (J/J_0)^2[1 - 4p_1^0/(5p_e)] &= 1, & p_e/p_1^0 > 2. \end{aligned} \quad (17)$$

Здесь p_1^0 — предельная нагрузка для рассматриваемой конструкции; p_e — эффективное усилие, вычисляемое по формуле

$$p_e = J^2 \left[2 \int_{\tau_0}^{\tau_f} (\tau - \tau_0) p_1(\tau) d\tau \right]^{-1}; \quad (18)$$

J — полный импульс нагрузки:

$$J = \int_{\tau_0}^{\tau_f} p_1(\tau) d\tau; \quad (19)$$

τ_0 и τ_f — время начала и конца деформации конструкции; J_0 — идеальный импульс, после воздействия которого на конструкцию она приобретает интересующий нас критический максимальный прогиб w_c .

Чтобы определить, достигает ли конструкция критического максимального прогиба w_c после воздействия на нее произвольной нагрузки, необходимо вычислить значения величин p_e, p_1^0, J, J_0 . Если точка

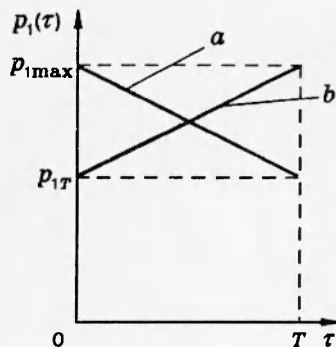


Рис. 4

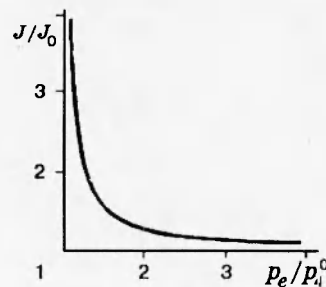


Рис. 5

$(p_e/p_1^0, J/J_0)$ лежит ниже характеристической кривой, то остаточный максимальный прогиб будет меньше критического w_c .

Поскольку выражения для максимального остаточного прогиба рассматриваемой пластины со сложным контуром (11), (12), находящейся под действием произвольной динамической нагрузки, совпадают с выражением для остаточного прогиба в центре круглой пластины, то это позволяет расширить класс конструкций, для которых построена единая характеристическая кривая (17).

Таким образом, для того чтобы оценить, достигает ли максимальный остаточный прогиб w_f рассматриваемой пластины со сложным контуром критической заданной величины w_c в результате воздействия динамической нагрузки $p_1(\tau)$, нужно по w_c определить идеальный импульс J_0 по формуле (16), вызывающий такой прогиб. Затем вычислить полный импульс действующей нагрузки по (19) и эффективное усилие p_e по формуле (18). Если точка $(p_e/p_1^0, J/J_0)$ лежит ниже характеристической кривой (рис. 5), то остаточный прогиб w_f будет меньше критического w_c .

Этот метод предварительной оценки степени повреждаемости конструкций может быть успешно применен для широкого класса инженерных расчетов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Perzyna P. Dynamic load carrying capacity of circular plate // Arch. Mech. Stosow. 1958. V. 10, N 5. P. 635–647.
2. Янгдал. Корреляционные параметры для исключения влияния кривой нагрузка — время на динамические пластические перемещения // Тр. Америк.-о-ва инж.-мех. Сер. Е. Прикл. механика: Пер. журн. J. Appl. Mech. 1970. № 3. С. 172–181.
3. Yungdahl C. K. Influence of pulse shape on the final plastic deformation of a circular plate // Int. J. Solids and Struct. 1971. V. 7, N 9. P. 1127–1142.
4. Мазинг Р. И. Влияние формы импульсов на прогибы круглой пластинки // Изв. АН СССР. ОН. Механика и машиностроение. 1960. № 6. С. 143–145.
5. Немировский Ю. В., Романова Т. П. Динамический изгиб пластических полигональных плит // ПМТФ. 1988. № 4. С. 149–156.
6. Немировский Ю. В., Романова Т. П. Динамика пластических полигональных пластин со скругленными вершинами // Пробл. прочности. 1991. № 9. С. 62–66.
7. Немировский Ю. В., Романова Т. П. Динамическое поведение двусвязных полигональных пластических плит // Прикл. механика. 1987. Т. 23, № 5. С. 52–59.
8. Немировский Ю. В., Романова Т. П. Динамика двусвязных пластин в пластическом состоянии с кусочно-гладкими опорными контурами // Прикл. механика. 1992. Т. 28, № 4. С. 24–31.
9. Wang A. J. The permanent deflection of a plastic plate under dynamic loads // Arch. Mech. Stosow. 1958. N 10. P. 375–376.
10. Cox A. D., Morland L. W. Dynamic plastic deformations of simply-supported square plates // J. Mech. and Phys. Solids. 1959. V. 7, N 4. P. 229–241.
11. Zhu Guogi, Huang Yonggang, Yu Tongxi, Wang Ren. The characteristic curves of plastic response of structures to general pulse loading // Proc. Int. Symp. on Intense Dynamic Loading and its Effects., Beijing, June 3–7, 1986. Oxford etc., 1988. P. 564–569.

Поступила в редакцию 7/VI 1994 г.,
в окончательном варианте — 21/IX 1994 г.