

Рис. 5. Отношение полной длины пламени к длине отрыва.

Рис. 4. Критерияльное обобщение длины отрыва и полной длины пламени в канале постоянного сечения.

или

$$L_m/H_m \sim \rho_r u_r / \rho_o u_o,$$

т. е. отношение полной длины пламени к длине отрыва примерно пропорционально отношению массовых скоростей или (для постоянного отношения площадей) отношению расходов топлива и окислителя.

Авторы глубоко признательны М. Г. Кталхерману за полезные обсуждения.

Поступила в редакцию  
2/II 1975

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Л. А. Вулис, Ш. А. Ершин, Л. П. Ярин. Основы теории газового факела. М., «Энергия», 1968.
2. Ш. А. Ершин, Л. П. Ярин. Инж. ж., 1964, IV, 4, 733—742.
3. Л. А. Вулис. В сб. Теория и практика сжигания газа. Т. 3, М., «Недра», 1967.
4. P. A. Libby. ARS J., 1962, 32, 3, 388—396.
5. Н. А. Замятина. В сб. Вопросы теории горения. М., «Наука», 1970.
6. А. Г. Прудников, В. Н. Сагалович. В сб. Кинетика и аэродинамика процессов горения топлива. М., «Наука», 1969.
7. Ш. А. Ершин, Ж. Б. Серсенбаев. В сб. Проблемы теплоэнергетики и прикладной теплофизики. Вып. 8. Алма-Ата, «Наука», 1972.
8. В. Н. Строкин, Л. А. Клячко. ИФЖ, 1969, 17, 3.
9. Б. П. Леонов, С. В. Штейман, А. В. Куликов. ФГВ, 1971, 7, 4.
10. В. К. Баев, В. А. Ясаков. ФГВ, 1975, 11, 2.
11. В. К. Баев, П. К. Третьяков. ФГВ, 1968, 4, 3.
12. A. Feggi. J. Roy. Aeronaut. Soc., 1964, 68, 645.

УДК 536.46

### РАСПРОСТРАНЕНИЕ ФРОНТА ЭКЗОТЕРМИЧЕСКОЙ n-СТАДИЙНОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЙ РЕАКЦИИ

В. С. Берман

(Москва)

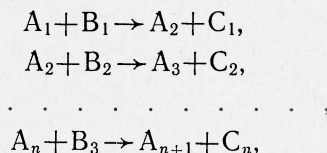
В работах [1, 2] методом сращиваемых асимптотических разложений было найдено решение стационарной задачи распространения фронта двухстадийной последовательной экзотермической реакции в

конденсированной среде и в газе. В [3] проведен численный расчет этой задачи для газа при числе Льюиса, равном единице. В [4] изучалась двухстадийная последовательная реакция, протекающая как в конденсированной фазе, так и в образующемся в ней газе. В [1, 2] выделены характерные режимы распространения волны химической реакции и приближенные решения сравниваются с результатами [3]. Показано, что приближенное решение хорошо описывает численные результаты.

По введенной в [3] удачной терминологии в случае двухстадийной последовательной реакции возможны три режима распространения реакции: слияние, управление и отрыв. В режиме слияния скорость горения в основном определяется кинетикой первой из реакций и адиабатической температурой полного превращения. На протяжении всего процесса концентрация промежуточного реагента мала. В режиме управления скорость горения определяется в основном кинетикой второй реакции и адиабатической температурой полного превращения, зоны первой и второй реакции разнесены на конечное расстояние, концентрация промежуточного реагента конечна. В режиме отрыва скорость горения определяется характеристиками и адиабатической температурой первой стадии, вторая реакция протекает в индукционном режиме.

В данной работе рассмотрено распространение фронта  $n$ -стадийной экзотермической реакции в конденсированной среде. Выделены характерные режимы распространения пламени. Определены границы режимов, которые меняются в зависимости от внешних параметров (например, от начальной температуры). Для случая распространения стационарной волны экзотермической реакции в газе при одинаковых для всех реагентов коэффициентах диффузии реализуются сходные режимы горения, аналогично как и в случае двухстадийной последовательной реакции [1, 2]. Анализ проводится при больших энергиях активации.

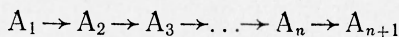
Многостадийная последовательная реакция может рассматриваться, например, как модель реакции



где реагенты  $B_i$  находятся в избытке,  $C_i$  — продукты.

#### Формулировка задачи

Стационарное распространение плоского фронта  $n$ -стадийной последовательной экзотермической реакции



в конденсированной среде может быть описано следующей системой уравнений и граничных условий

$$\frac{d}{dx} \left( \lambda \frac{dT}{dx} \right) - mc \frac{dT}{dx} + \rho \sum_{i=1}^n Q_i a_i \Phi_i(T) = 0; \quad (1)$$

$$m \frac{da_1}{dx} = -a_1 \rho \Phi_1(T); \quad (2)$$

$$m \frac{da_j}{dx} = \rho [a_{j-1} \Phi_{j-1}(T) - a_j \Phi_j(T)], \quad j = 2, 3, \dots, n; \quad (3)$$

$$m \frac{da_{n+1}}{dx} = \rho a_n \Phi_n(T); \quad (4)$$

$$\Phi_i(T) = k_i \exp(-E_i/RT), \quad i=1,2,\dots, n+1; \quad (5)$$

$$x=-\infty, a_1=1, a_i=0, T=T_-, \quad i=2, 3, \dots, n+1; \quad (6)$$

$$x=+\infty, a_i=0, \quad i=1,2,\dots, n, a_{n+1}=1, dT/dx=0. \quad (7)$$

Здесь  $x$  — координата,  $a_i$  — массовые доли вещества  $A_i$  ( $i=1,2,\dots, n+1$ ),  $T$  — температура,  $\rho$  — плотность,  $\lambda$  — теплопроводность,  $c$  — теплоемкость,  $m$  — массовая скорость горения,  $R$  — газовая постоянная,  $Q_i$  — тепловые эффекты реакций,  $k_i$  — предэкспоненциальные множители,  $E_i$  — энергии активации.

Необходимо определить  $a_i(x)$ ,  $T(x)$  ( $i=1,2,\dots, n+1$ ) и собственное значение задачи  $m$ . Для существования решения полагаем, что функция  $\Phi_1=0$  в малой окрестности  $T_-$  ( $T_- \leq T < T_*$ ). Задача (1) — (7) имеет два первых интеграла

$$\sum_{i=1}^{n+1} a_i = 1; \quad T_+ = T_- + \sum_{i=1}^n Q_i/c, \quad (8)$$

$$\lambda \frac{dT}{dx} = mc(T - T_+) + m \sum_{i=1}^n a_i \sum_{j=1}^n Q_j. \quad (9)$$

Для дальнейшего анализа удобно перейти от  $a_i$  к  $r_i$  при помощи невырожденного преобразования

$$\begin{pmatrix} 1-r_1 \\ 1-r_2 \\ 1-r_3 \\ \dots \\ 1-r_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix}$$

$$r_i = 1 - \sum_{i=1}^j a_i, \quad j=1,2,\dots, n; \quad r_j \geq r_{j+1}.$$

Используя (8) и (9) вместо (1) и в качестве независимой переменной температуры, задачу (2) — (9) можно представить в виде

$$\mu \frac{dr_1}{d\tau} = \frac{\sigma_{k-1}(1-r_1) e^{-\beta\sigma E \frac{(1+\sigma)}{\tau+\sigma}}}{\tau - \sum_{i=1}^n \sigma_{Q_i} r_i}; \quad (10)$$

$$\mu \frac{dr_i}{d\tau} = \frac{\sigma_{k_i}(r_{i-1} - r_i) e^{-\beta\sigma E_i \frac{(1+\sigma)}{\tau+\sigma}}}{\tau - \sum_{i=1}^n \sigma_{Q_i} r_i}, \quad i=2,3,\dots, n; \quad (11)$$

$$\tau=0, \quad r_i=0, \quad i=1,2,\dots, n;$$

$$\tau=1, \quad r_i=1;$$

$$\sigma_{k_i} = k_i / \sum_{j=1}^n k_j, \quad \sigma_{E_i} = E_i / \sum_{j=1}^n E_j;$$

$$\sigma_{Q_j} = Q_j / \sum_{j=1}^n Q_j,$$

$$\beta = \sum_{j=1}^n E_j/RT_+, \quad \sigma = T_-/T_+ - T_-, \quad \tau = \frac{T - T_-}{T_+ - T_-},$$

$$\mu = \frac{m^2 c}{\lambda \rho \sum_{j=1}^n k_j}, \quad \sum_{i=1}^n \sigma_{E_i} = \sum_{i=1}^n \sigma_{Q_i} \sum_{i=1}^n \sigma_{k_i} = 1,$$

где  $r_i(\tau)$  — искомые функции;  $\mu$  — собственное значение задачи.

Из условий неотрицательности концентраций и градиента температуры следуют неравенства

$$1 \geq r_1 \geq r_2 \geq \dots \geq r_n \geq 0,$$

$$\tau - \sum_{i=1}^n \sigma_{Q_i} r_i \geq 0.$$

Для анализа задачи применим метод сращиваемых асимптотических разложений [5, 6], в качестве малого параметра используем величину  $\beta^{-1}$ . При этом можно установить существование различных случаев поведения решения в зависимости от значений параметров, входящих в задачу. Далее везде полагаем  $\sigma_{Q_i}, \sigma_{k_i}, \sigma_{E_{i_0}}, \sigma \approx 0(1)$ . Разобьем аналогично [1, 2] интервал  $0 \leq \tau \leq 1$  на две области — малую окрестность  $(0(\beta^{-1})) \tau=0$  (внутреннюю область), где введем новую переменную  $\tau^* = \beta(1 - \tau)$  и оставшуюся часть интервала. В окрестности  $\tau=1$  ищем решение в виде

$$r_i(\tau^*) = r_{i_0}(r^*) + \beta^{-1} r_{i_1}(\tau^*).$$

В зависимости от того, являются ли главные члены разложений  $r_{i_0}(\tau^*)$  тождественно равными единице или нет, осуществляются различные режимы распространения волны реакции.

Рассмотрим матрицу, состоящую из  $n$  строк и  $n+1$  столбца.

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (12)$$

Каждый столбец соответствует различным случаям поведения  $r_{i_0}(\tau^* \rightarrow \infty)$ , первая строка соответствует  $r_{i_0}(\tau^* \rightarrow \infty)$ , вторая —  $r_{2_0}(\tau^* \rightarrow \infty)$  и т. д. Сначала для простоты разберем случай  $n=3$ .

### Решение при $n=3$

Будем рассматривать последовательно слева направо столбцы матрицы (12). Для краткости изложения будут рассмотрены только качественные поведения решений и приведены конечные формулы для первого члена разложения для  $\mu$ . Однако, возможно аналогично [1, 2] получить приближение решения уравнений (10) — (11) в соответствующих пограничных слоях.

**Столбец 1.** В этом случае все три величины  $r_1, r_2, r_3$  претерпевают основное изменение в узком пограничном слое, локализованном при  $\tau=1$  (рис. 1, а). Такая возможность осуществляется при

$$\sigma_{E_1} > \sigma_{E_2}; \quad \sigma_{E_1} > 1 - \sigma_{E_1} - \sigma_{E_2}.$$

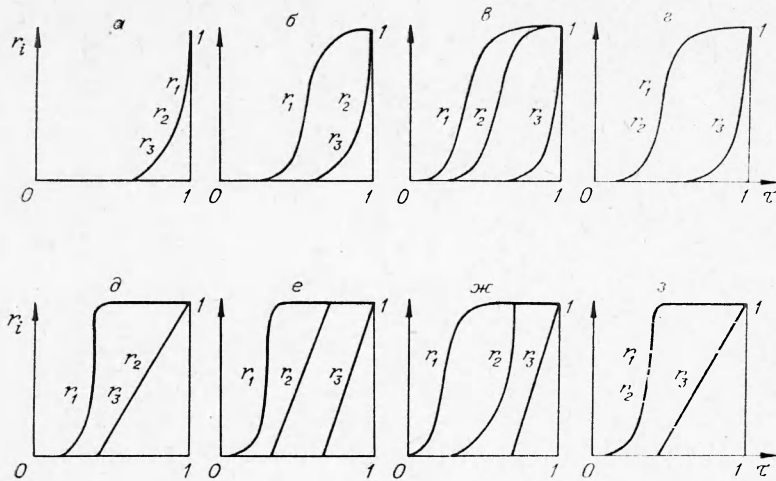


Рис. 1.

Главный член разложения

$$\mu = \frac{\sigma_{k_1}(1+\sigma)}{\sigma_{E_1}} \cdot \frac{\exp(-\sigma_{E_1}\beta)}{\beta}.$$

Обобщая обозначения, предложенные в [3], будем определять режим распространения двумя числами: первое число, равное номеру реакции, кинетические характеристики которой определяют скорость горения, второе число определяет температуру ( $T^*$ ), входящую в показатель экспоненты в разложении для скорости. В данном случае это решение (1) — (3).

$$T^* = T_+ = T_- + \sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{c}.$$

Такой режим распространения аналогичен режиму слияния для двухстадийной реакции.

Для иллюстрации возможных случаев распространения рассмотрим разбег плоскости ( $\sigma_{E_1}$ ,  $\sigma_{E_2}$ ), представленное на рис. 2.

**Столбец 2.** Этот случай аналогичен режиму отрыва [1—3]. Переход от 0 до 1 для  $r_2$  и  $r_3$  происходит в пограничном слое, локализованном у  $\tau=1$ , а  $r_1$  — в пограничном слое, расположенном у  $\tau = \frac{\sigma_{E_1}(1+\sigma)}{\sigma_{E_2}} - \sigma$  (рис. 1, в). Скорость горения равна

$$\mu = \frac{\sigma_{k_2}(1+\sigma)}{\sigma_{E_2}(1-\sigma_{Q_1})} \cdot \frac{\exp(-\sigma_{E_2}\beta)}{\beta}; \quad T^* = T_+$$

— в наших обозначениях режим 2—3. Из условия отсутствия особых точек в знаменателе (10) — (11) следует

$$\sigma_{Q_1} < \tau^0 < 1.$$

Режим 2—3 реализуется при

$$\sigma_{E_2} > \frac{1-\sigma_{E_1}}{2}; \quad \sigma_{E_2} > \sigma_{E_1}; \quad \sigma_{E_2} < \frac{(1+\sigma)\sigma_{E_1}}{(\sigma+\sigma_{Q_1})}$$

(рис. 2, б).

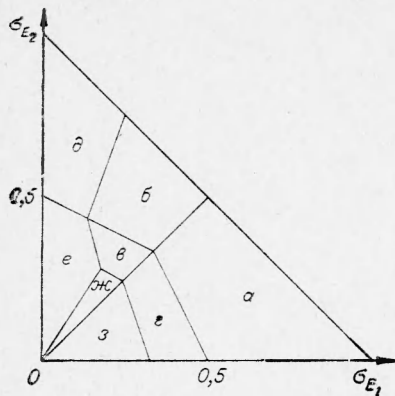


Рис. 2.

**Столбец 3.** Такая ситуация может реализоваться двумя способами. В этом случае (рис. 1, в) основные переходы от 0 до 1 для  $r_1$ ,  $r_2$ , и  $r_3$  происходят в различных пограничных слоях, расположенных соответственно у

$$\tau_2^0 = \frac{\sigma_{E_1}}{\sigma_{E_2}}(1 + \sigma) - \sigma,$$

$$\tau_1^0 = \frac{\sigma_{E_2}(1 + \sigma)}{\sigma_{E_3}} - \sigma \text{ и } \tau = 1.$$

Для регулярности решений (10)–(11) должны выполняться неравенства

$$\sigma_{Q_1} + \sigma_{Q_2} < \tau_1^0 < 1, \quad \sigma_{Q_1} < \tau_2^0 < 1,$$

$$\tau_2^0 < \tau_1^0,$$

откуда следует

$$\sigma_{E_2} < \frac{1 - \sigma_{E_1}}{2}, \quad \sigma_{E_2} > (1 - \sigma_{E_1}) \frac{(\sigma + \sigma_{Q_1} + \sigma_{Q_2})}{(1 + 2\sigma + \sigma_{Q_1} + \sigma_{Q_2})},$$

$$\sigma_{E_2} < 1 - 2\sigma_{E_1}, \quad \sigma_{E_2} > 1 - \sigma_{E_1} \frac{(1 + 2\sigma + \sigma_{Q_1})}{\sigma + \sigma_{Q_1}},$$

$$\sigma_{E_2} > \sigma_{E_1}.$$

Эта область представлена на рис. 2, в. Главный член разложения для

$$\mu = \frac{\sigma_{k_3}}{\sigma_{E_3}} \frac{(1 + \sigma)}{(1 + \sigma_{Q_1} - \sigma_{Q_2})} \cdot \frac{\exp(-\sigma_{E_3}\beta)}{\beta}; \quad T^* = T_+$$

— режим 3—3. Этой же скорости распространения соответствует и другая область разбиения плоскости  $(\sigma_{E_1}, \sigma_{E_2})$ .

Случай, показанный на рис. 2, г, описывается неравенствами

$$\sigma_{E_2} < \sigma_{E_1}, \quad \sigma_{E_2} < 1 - 2\sigma_{E_1}, \quad (13)$$

$$\sigma_{E_2} > 1 - \sigma_{E_1} \frac{(1 + 2\sigma + \sigma_{Q_1} + \sigma_{Q_2})}{\sigma + \sigma_{Q_1} + \sigma_{Q_2}}.$$

При этом на интервале  $0 \leq \tau \leq 1$  существуют две узкие зоны, одна у  $\tau^0 = \frac{\sigma_{E_1}}{\sigma_{E_3}}(1 + \sigma) - \sigma$  и другая  $\tau = 1$ ; в первой изменяются от 0 до 1  $r_1$  и  $r_2$ , во второй —  $r_3$ . Из неравенства  $\sigma_{Q_1} + \sigma_{Q_2} < \tau^0 < 1$  следуют условия (13).

**Столбец 4.** Случай распространения волны реакции, соответствующие такому поведению решений в окрестности  $\tau = 1$ , напоминают режим догорания в случае двухстадийной реакции. Возможны четыре типа поведения  $r_i$ .

Случай, предельный к режиму 2, соответствует рис. 1, д. Переход  $r_1$  происходит в окрестности  $\tau = \sigma_Q$ , вторая и третья реакции идут в режиме догорания. При этом

$$\mu = \frac{\sigma_{k_1}(\sigma_{Q_1} + \sigma)^2}{\sigma_{Q_1}\sigma_{E_1}(1 + \sigma)} \cdot \frac{\exp\left(-\beta \frac{(1 + \sigma)\sigma_{E_1}}{\sigma_{Q_1} + \sigma}\right)}{\beta}, \quad T^* = T_- + Q_1/c, \quad (14)$$

следовательно, это режим 1—1. Для реализации этого режима необходимо выполнение неравенств

$$\frac{\sigma_{E_1}}{\sigma + \sigma_{C_1}} - \frac{\sigma_{E_2}}{1 + \sigma} < 0; \quad \sigma_{E_2} < \sigma_{E_3}$$

(рис. 2, д).

В случае, отраженном на рис. 2, *e*, выполняются условия

$$\frac{\sigma_{E_1}}{\sigma + \sigma_{Q_1}} - \frac{\sigma_{E_2}}{\sigma + \sigma_{Q_1} + \sigma_{Q_2}} < 0, \quad \sigma_{E_2} < \sigma_{E_3},$$

$$\frac{\sigma_{E_1}}{\sigma + \sigma_{Q_1}} - \frac{\sigma_{E_3}}{1 + \sigma} < 0,$$

а скорость горения, как и в предыдущем случае, определяется равенством (14). Сначала происходит догорание  $r_2$ , а затем  $r_3$  (рис. 1, *e*).

Область рис. 2, *ж* аналогична рис. 2, *в*. В пограничном слое, расположенном у  $\tau_1^0 = \sigma_{Q_1} + \sigma_{Q_2}$ , переход от 0 до 1 претерпевает  $r_2$ , на интервале  $\sigma_{Q_1} + \sigma_{Q_2} < \tau < 1$  происходит догорание  $r_3$ . Переход  $r_1$  происходит в пограничном слое у  $\tau_2^0 = \frac{\sigma_{E_1} (\sigma + \sigma_{Q_2} + \sigma_{Q_1})}{\sigma_{E_2}} - \sigma$ ;  $\sigma_{Q_1} < \tau^0 < \sigma_{Q_2} + \sigma_{Q_1}$  (рис. 1, *ж*). Скорость горения определяется второй реакцией

$$\mu = \frac{\sigma_{k_2}}{\sigma_{E_2}} \cdot \frac{(\sigma + \sigma_{Q_1} + \sigma_{Q_2})^2}{(1 + \sigma)} \cdot \frac{\exp \left( - \frac{\beta \sigma_{E_2} (\sigma + 1)}{\sigma + \sigma_{Q_1} + \sigma_{Q_2}} \right)}{\beta};$$

$$T^* = T_- + \left( \frac{Q_1 + Q_2}{c} \right).$$

Режиму 2—2 соответствует область (рис. 2, *ж*) плоскости  $(\sigma_{E_1}, \sigma_{E_2})$

$$\sigma_E < \frac{(1 - \sigma_{E_1}) (\sigma + \sigma_{Q_1} + \sigma_{Q_2})}{(1 + 2\sigma + \sigma_{Q_1} + \sigma_{Q_2})},$$

$$\sigma_{E_2} > \sigma_{E_1},$$

$$\sigma_{E_2} < \sigma_{E_1} \frac{(\sigma + \sigma_{Q_1} + \sigma_{Q_2})}{(\sigma + \sigma_{Q_1})}.$$

В области рис. 2, *з* как  $r_1$ , так и  $r_2$  претерпевают переход из 0 в 1 у  $\tau = \sigma_{Q_1} + \sigma_{Q_2}$ , а  $r_3$  — догорает

$$\mu = \frac{\sigma_{k_1} (\sigma + \sigma_{Q_1} + \sigma_{Q_2})}{\sigma_{E_1} (1 + \sigma) \beta} e \left( - \frac{\beta \sigma_{E_1} (1 + \sigma)}{\sigma + \sigma_{Q_1} + \sigma_{Q_2}} \right),$$

режим 1—2. При этом

$$\sigma_{E_2} < \sigma_{E_1},$$

$$\sigma_{E_2} < 1 - \frac{\sigma_{E_1} (1 + 2\sigma + \sigma_{Q_1} + \sigma_{Q_2})}{\sigma + \sigma_{Q_1} + \sigma_{Q_2}}.$$

Отметим, что скорость горения полностью не характеризует режим горения (как, например, в случаях рис. 2, *в*, *з*). Необходимо также указывать распределение пограничных слоев, в которых происходит переход  $r_i$  от 0 до 1.

### Решение при произвольном $n$

Как и в предыдущем случае могут реализоваться все возможные режимы горения  $i-j$  ( $1 \leq i \leq j \leq n$ ), т. е. всего возможно  $\frac{n(n+1)}{2}$  режима.

Рассмотрим последовательно столбцы матрицы (12). Первому столбцу соответствует режим (1— $n$ ) распространения. При этом

$$\sigma_{E_1} = \max_i \sigma_{E_i}.$$

Для второго столбца (режим 2— $n$ ) выполняются условия

$$\sigma_{E_2} = \max_i \sigma_{E_i}, \quad \sigma_{E_2} < \frac{\sigma_{E_1}(1 + \sigma)}{\sigma + \sigma_{Q_1}};$$

переход  $r_1$  осуществляется в окрестности

$$\tau^0 = \frac{\sigma_{E_1}}{\sigma_{E_2}}(1 + \sigma) - \sigma > \sigma_{Q_1}.$$

Вообще  $l$ -столбцу ( $1 \leq l \leq n$ ) соответствует  $l$ - $n$ -режим распространения, причем

$$\sigma_{E_l} = \max_j \sigma_{E_j}. \quad (15)$$

Другие ограничения, которые накладываются на  $\sigma_{E_i}$ , определяются из условия особых точек в знаменателях (10)—(11). Так для четвертого

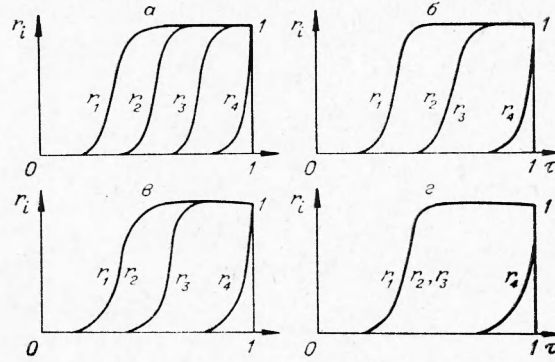


Рис. 3.

столбца матрицы (12) при  $n \geq 4$  имеем четыре возможных предельных случая:

Рис. 3, а

$$\begin{aligned} \sigma_{Q_1} < \tau_1^0 &= \frac{\sigma_{E_1}}{\sigma_{E_4}}(1 + \sigma) - \sigma < 1, \\ \sigma_{Q_1} + \sigma_{Q_2} < \tau_2^0 &= \frac{\sigma_{E_2}}{\sigma_{E_4}}(1 + \sigma) - \sigma < 1, \\ \sigma_{Q_1} + \sigma_{Q_2} + \sigma_{Q_3} < \tau_3^0 &= \frac{\sigma_{E_3}(1 + \sigma)}{\sigma_{E_4}} - \sigma < 1, \\ \tau_1^0 < \tau_2^0 < \tau_3^0; \end{aligned}$$

Рис. 3, б

$$\sigma_{Q_1} < \tau_1^0 = \frac{\sigma_{E_1}}{\sigma_{E_4}}(1 + \sigma) - \sigma < 1, \quad \sigma_{E_4} > \sigma_{E_3},$$

$$\sigma_{Q_1} + \sigma_{Q_2} + \sigma_{Q_3} < \tau_2^0 = \frac{\sigma_{E_2}}{\sigma_{E_4}}(1 + \sigma) - \sigma < 1, \quad \tau_1^0 < \tau_2^0;$$

Рис. 3, в

$$\sigma_{Q_2} + \sigma_{Q_1} < \tau_1^0 = \frac{\sigma_{E_1}}{\sigma_{E_4}}(1 + \sigma) - \sigma < 1, \quad \tau_1^0 < \tau_2^0,$$

$$\sigma_{E_1} > \sigma_{E_2}, \quad \sigma_{Q_1} + \sigma_{Q_2} + \sigma_{Q_3} < \tau_2^0 = \frac{\sigma_{E_3}}{\sigma_{E_4}}(1 + \sigma) - \sigma < 1;$$



Рис. 3, з

$$\sigma_{Q_1} + \sigma_{Q_2} + \sigma_{Q_3} < \tau_1^0 = \frac{\sigma_{E_1}}{\sigma_{E_4}} (1 + \sigma) - \sigma < 1,$$

$$\sigma_{E_1} > \sigma_{E_2}, \quad \sigma_{E_1} > \sigma_{E_3}.$$

Эти неравенства вместе с (15) определяют область разделения пространства  $(\sigma_{E_1}, \sigma_{E_2}, \dots, \sigma_{E_{n-1}})$ .

Режиму  $(B-n)$  соответствует скорость горения

$$u = \frac{e^{-\sigma_{E_1} \beta}}{\beta} \frac{\sigma_k l}{\sigma_{E_1} l} \frac{(1 + \sigma)}{\sum_{j=l}^n \sigma_{Q_j}}$$

или в размерном виде

$$m^2 = \frac{k_l RT_+^2 \lambda \rho}{c E_l (T_+ - T_-) \sum_{j=l}^n \sigma_{Q_j}} \exp(-E_l / RT_+).$$

Однако скорость горения не полностью характеризует режимы распространения волны горения; одной и той же скорости горения соответствует различное распределение концентраций реагентов; аналогично случаю, соответствующему столбцу 3 матрицы (12). Можно показать, что в случае  $l$ -го столбца ( $2 \leq l \leq n$ ) возможны  $2^{l-2}$  различных распределений  $r_i$ . Всего первым  $n$ -м столбцам матрицы (12) соответствуют

$$1 + 1 + 2 + 4 + \dots + 2^{l-2} + \dots + 2^{n-2} = 2^{n-1} \quad (16)$$

разбиений пространства  $(\sigma_{E_1}, \sigma_{E_2}, \dots, \sigma_{E_n})$ ,  $\sigma_{E_i} \in [0, 1]$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ ,  $2 \leq n$ .

При рассмотрении  $n+1$ -го столбца матрицы (12) возникает ситуация, аналогичная столбцу 4, рассмотренного выше. В окрестности  $\tau = 1$  главные члены разложения для  $r_i$  равны единице. Переход от 0 до 1 для  $r_i$  происходит внутри интервала  $0 \leq \tau \leq 1$ .

Рассмотрим режим  $1-s$  ( $1 \leq s \leq n-1$ ). Если  $s=1$ , то  $r_1$  претерпевает переход в окрестности  $\sigma_{Q_1}$ , а последующие реакции происходят в режиме догорания, здесь также возможны несколько случаев распределения  $r_i$  ( $2 \leq i \leq n$ ) (аналогично рис. 2, д, е), всего возможных

$$N_{1-s} = 2^{n-2}$$

распределений концентраций.

При  $1 \leq s \leq n-1$  (режим 1-3) в окрестности  $\tau^0 = \sum_{i=1}^s \sigma_{Q_i}$  претерпевают переход  $r_i$  ( $1 \leq i \leq s$ ), все остальные  $n-s$ -реакций проходят в режиме догорания, возможно

$$N_{1-s} = 2^{n-s-1} \quad (17)$$

случаев распределения  $r_i$ . Всего в случае режима  $1-s$  ( $1 \leq s \leq n-1$ ) возможно

$$\sum_{s=1}^{n-1} N_{1-s} = 2^{n-1} - 1 \quad (18)$$

разбиений пространства  $(\sigma_{E_1}, \sigma_{E_2}, \dots, \sigma_{E_n})$ .

В случае режима  $l-s$  ( $2 \leq l \leq s \leq n-1$ ) в окрестности  $\tau^0 = \sum_{i=1}^s \sigma_{Q_i}$  претерпевают переход  $(s-l+1)$  концентраций  $r_i$  ( $l \leq i \leq s$ );  $n-s$ -реакции догорают на интервале  $\tau_0 < \tau < 1$ , при этом количество возможных вариантов определяется выражением (17). На интервале  $0 \leq \tau < \tau^0$  пре-

терпевают переход  $l-1$  концентрация  $r_i$ ; эти переходы могут осуществляться  $2^{l-2}$  способами, т. е.  $l-s$ -режиму соответствуют

$$N_{l-s} = 2^{l+n-s-3}$$

распределений концентраций  $r_i$  ( $1 \leq i \leq n-1$ ).

Всего для  $2 \leq l \leq s \leq n-1$

$$\sum_{s=2}^{n-1} \sum_{l=2}^{s+1} 2^{l+n-s-3} = \sum_{s=2}^{n-1} 2^{n-s-1} (2^{s-1} - 1) = \sum_{s=2}^{n-1} \sum_{l=2}^s N_{l-s} = 2^{n-2} (n-3) + 1. \quad (19)$$

Складывая (16), (18) и (19), получаем полное число всех возможных типов распределений  $r_i$  ( $1 \leq i \leq n$ )

$$N = 2^{n-2} (n+1).$$

Эта формула справедлива при  $n \geq 1$ . С ростом  $n$  быстро возрастает  $N$ .

Поступила в редакцию  
20/IX 1974

#### ЛИТЕРАТУРА

1. В. С. Берман, Ю. С. Рязанцев. ПМТФ, 1973, 1.
2. В. С. Берман, Ю. С. Рязанцев. ПММ, 1973, 37, 6.
3. Б. И. Хайкин, А. К. Филоненко, С. И. Хайкин. ФГВ, 1968, 4, 4.
4. А. Г. Мержанов, А. И. Руманов, Б. И. Хайкин. ПМТФ, 1972, 6.

УДК 662.311.1

### ВЛИЯНИЕ КОНДЕНСИРОВАННЫХ ДОБАВОК НА СКОРОСТЬ ГОРЕНИЯ ПОРОХА В ПОЛЕ УСКОРЕНИЙ

А. Д. Марголин, В. Г. Крупкин

(Москва)

Приложение инерционных сил к горящему веществу в ряде случаев приводит к значительному увеличению скорости горения [1—10] благодаря тому, что инерционные силы прижимают к горячей поверхности конденсированные частицы, которые образуются в процессе горения. В поле массовых сил может происходить накопление этих частиц вблизи поверхности горящего вещества. В течение периода накопления скорость горения в ряде случаев сначала возрастает, затем уменьшается, по-видимому, приближаясь к постоянной величине [3—8].

В настоящей работе исследовалось влияние различных конденсированных добавок —  $\text{Fe}_2\text{O}_3$ , Fe, Ni,  $\text{PbO}_2$ ,  $\text{Al}_2\text{O}_3$ , которые помещались на поверхность пороха перед поджиганием, на скорость горения в поле массовых сил.

#### Методика эксперимента

Измерялась скорость горения баллиститного пороха Н в поле перегрузок. Образцы, имеющие площадь поперечного сечения  $0,8 \text{ см}^2$  и длину  $1,5 \text{ см}$ , вклеивались на эпоксидной смоле в кварцевые трубки. Перед