

УДК 536.33

## **Численный расчет радиационно-конвективного теплообмена при обтекании полупрозрачной пленки расплава**

**Н.А. Рубцов, В.А. Сеницын**

*Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск*

E-mail: beam@itp.nsc.ru

Проведены численные расчеты нестационарного радиационно-конвективного теплообмена при турбулентном обтекании полупрозрачной пленки расплава на плоской поверхности смесью газов и твердыми частицами. Движущаяся пленка подвергается интенсивному радиационному нагреву внешним источником, излучающим в ограниченном спектральном диапазоне. Рассчитаны поля температуры и скорости в пограничном слое и пленке. Результаты расчета позволяют определить влияние температуры источника и начального разогрева пленки на динамику температурного и скоростного поля среды в системе пограничный слой–пленка.

**Ключевые слова:** излучение, турбулентность, пограничный слой, пленка, рассеяние.

В работах [1–3] изучался процесс радиационно-конвективного теплообмена на пористой пластине, через которую производился вдув среды. При этом вдуваемый поток массы не зависел от температуры пластины и задавался априори. В статье [4] процесс массоподвода через поверхность в пограничный слой исследовался во взаимосвязи с теплообменом, при этом использовалась модель абляционной пластины. Расчет теплообмена при обтекании полупрозрачной пластины в отсутствие частиц в пограничном слое и абляции на поверхности изучался в работе [5]. В настоящей статье представлено решение задачи о нестационарном радиационно-конвективном теплообмене в пограничном слое и движущейся пленке расплава на поверхности твердого тела, которое обтекается высокотемпературным потоком газодисперсной среды.

Вследствие значительно большей вязкости расплава скорость его движения много меньше скорости набегающего потока. Поэтому влиянием движения расплава на течение в пограничном слое набегающего потока можно пренебречь [6]. По этой же причине толщину пленки можно считать практически неизменной. Процессы испарения не учитываются. Принимается, что частицы в потоке не влияют на теплофизические свойства среды, но определяют ее оптические свойства. Размер частиц не меняется в процессе теплообмена. Оптические свойства среды зависят от температуры и длины волны излучения. Теплоемкость считается постоянной; вязкость и теплопроводность зависят от температуры линейно,

а плотность — обратно пропорционально. В пленке учитывается перенос тепла излучением и теплопроводностью в поперечном к ее поверхности направлении и конвекцией — в продольном. Оптические свойства материала пленки зависят от длины волны, а вязкость и теплопроводность изменяются с температурой. Предполагается, что время прогрева пограничного слоя много меньше времени прогрева пластины, поэтому теплообмен в пограничном слое можно рассматривать в квазистационарном приближении. Начальное значение температуры пленки  $T_{w0}$ , причем на участке  $0 < x < x_0$  это значение поддерживается постоянным в течение всего процесса нагрева. Нижняя поверхность пленки обменивается теплом с твердым телом.

Источник излучения, представляющий собой абсолютно черное тело с температурой  $T_s$ , расположен вне пограничного слоя и излучает в ограниченном диапазоне спектра  $\Delta$ . Поверхность источника параллельна поверхности пленки.

Среда пограничного слоя излучает, поглощает и рассеивает, а пленки — излучает и поглощает.

Поле скорости в пограничном слое описывается дифференциальным уравнением

$$((1 + \bar{\mu}_t) f'')' + \frac{1}{2} f f'' = \xi \left( f' \frac{\partial f'}{\partial \xi} - f'' \frac{\partial f}{\partial \xi} \right). \quad (1)$$

Как указывается в работе [6], из-за большой вязкости расплава влиянием движения пленки на течение в пограничном слое в рассматриваемых условиях можно пренебречь, поэтому на поверхности пленки с достаточной точностью можно поставить краевое условие вида

$$\eta = 0: f = 0, f' = 0.$$

Здесь  $f$  — безразмерная функция тока, связанная с размерной функцией тока соотношением

$$\eta \rightarrow \infty: f' \rightarrow 1,$$

$$\psi(x, y) = \rho_\infty u_\infty \int_0^y \frac{\rho}{\rho_\infty} f' dy, \quad \text{индекс } \infty \text{ соответствует условиям во внешнем течении,}$$

$$\eta = \left( \frac{\rho_\infty u_\infty}{\mu_\infty x} \right)^{1/2} \int_0^y \frac{\rho}{\rho_\infty} dy; \quad \xi = x/L \text{ — поперечная и продольная безразмерные координаты, } x \text{ и } y \text{ — соответствующие размерные координаты, } u \text{ — продольная компонента скорости, } \rho \text{ — плотность, } \mu \text{ — вязкость, } \bar{\mu}_t = \mu_t / \mu_\infty, \mu_t \text{ — турбулентная вязкость, } L \text{ — длина расчетного участка пленки индекс } \infty \text{ относится к условиям во внешнем течении, штрих означает дифференцирование по координате } \eta.$$

Течение в расплаве предполагается безградиентным, слоистым и ламинарным. Поле скорости описывается следующим уравнением движения и краевыми условиями:

$$\frac{\partial}{\partial \zeta} \left[ \bar{\mu}_w(\theta_w) \frac{\partial U}{\partial \zeta} \right] = 0, \quad (2)$$

$$\zeta = 0, \xi_0 \leq \xi \leq \xi_1 : \bar{\mu}_w \frac{\partial U}{\partial \zeta} = 1; \quad (2a)$$

$$\zeta = -1, \quad \xi_0 \leq \xi \leq \xi_1 : U = 0.$$

Здесь  $\overline{\mu_w} = \mu_w / \mu_{w\infty}$ ,  $\zeta = y/H$ ,  $H$  — толщина пленки,  $\theta_w = T_w/T_\infty$ ,  $T_w$  — температура в пленке,  $U = u_w/u_{w\infty}$ ,  $u_w$  — скорость течения внутри пленки, масштаб скорости течения пленки  $u_{w\infty} = \tau_w H / \mu_{w\infty}$  имеет смысл скорости течения верхней поверхности изотермической пленки с температурой  $T_\infty$ ,  $\tau_w$  — касательное напряжение на верхней поверхности пленки (задается из решения динамической задачи в пограничном слое),  $\mu_{w\infty}$  — вязкость расплава при температуре  $T_\infty$ , индекс  $w$  относится к условиям в расплаве. Граничное условие (2а) представляет собой безразмерную форму условия непрерывности касательного напряжения на верхней поверхности пленки.

Тепловая часть задачи состоит из уравнений энергии и краевых условий, описывающих теплоперенос в пограничном слое:

$$\frac{\partial}{\partial \eta} \left( \left( \frac{1}{\text{Pr}} + \frac{\overline{\mu}_t}{\text{Pr}_t} \right) \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \right) + \frac{f}{2} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} - \xi f' \frac{\partial \theta}{\partial \xi} - \frac{\text{Sk}}{\text{Re Pr}} \xi \Psi = 0, \quad (3)$$

$$\xi_0 < \xi < \xi_1, \quad 0 < \eta < \infty,$$

$$\xi = \xi_0 : \theta = \theta_0,$$

$$\eta = 0 : \theta = \theta_w, \quad \eta \rightarrow \infty : \theta \rightarrow 1;$$

и в пленке расплава:

$$\frac{\partial \theta_w}{\partial \text{Fo}} + \text{Re}_w \text{Pr}_w \Delta U \frac{\partial \theta_w}{\partial \xi} = \frac{\partial}{\partial \zeta} \left( \Lambda \frac{\partial \theta_w}{\partial \zeta} \right) + \text{Sk}_w \frac{\partial \Phi_w}{\partial \zeta}, \quad (4)$$

$$0 > \zeta > -1, \quad \xi_0 < \xi < \xi_1, \quad \text{Fo} > 0.$$

$$\zeta = 0, \quad \xi_0 \leq \xi \leq \xi_1, \quad \text{Fo} > 0 : \quad \Lambda \frac{\partial \theta_w}{\partial \zeta} = \text{Sk}_w (Q - \Phi_w); \quad (5)$$

$$\zeta = -1, \quad \xi_0 \leq \xi \leq \xi_1, \quad \text{Fo} > 0 : \quad -\Lambda \frac{\partial \theta_w}{\partial \zeta} = \text{Sk}_w (Q_b - \Phi_w);$$

$$\xi = \xi_0, \quad 0 \geq \zeta \geq -1, \quad \text{Fo} > 0 : \quad \theta_w = \theta_{w0}.$$

Начальное условие:

$$\text{Fo} = 0, \quad 0 \geq \zeta \geq -1, \quad \xi_0 \leq \xi \leq \xi_1 : \quad \theta_w = \theta_{w0}.$$

Здесь и далее  $\theta = T/T_\infty$ ,  $T$  — температура в пограничном слое,  $\theta_w = T_w/T_\infty$ ,  $T_w$  — температура в пленке,  $\theta_{w0} = T_{w0}/T_\infty$ ,  $T_{w0}$  — начальная температура пленки,  $\theta_0(\eta)$  — автомодельное решение уравнения энергии (3) без учета излучения;  $Q_b = q_b / \sigma T_\infty^4$ ,  $q_b$  — плотность потока тепла из пленки в твердое тело,  $\Phi_w = E_w / (4\sigma T_\infty^4)$ ,  $E_w$  — интегральное по спектру значение плотности потока результирующего излучения в пленке,  $\text{Re} = \rho_\infty u_\infty L / \mu_\infty$  — число Рейнольдса в пограничном слое,  $\text{Re}_w = \rho_w u_w H / \mu_{w\infty}$  — число Рейнольдса в пленке,  $\text{Fo} = a_w t / H^2$  — число Фурье

в пленке,  $\Delta = H/L$ ,  $Pr = \mu_\infty / (\rho_\infty a_\infty)$ ,  $Pr_w = \mu_w / (\rho_w a_w)$  — числа Прандтля в пограничном слое и пленке соответственно,  $Sk = 4\sigma T_\infty^3 L / \lambda_\infty$ ,  $Sk_w = 4\sigma T_\infty^3 H / \lambda_w$  — числа Старка в пограничном слое и пленке соответственно,  $t$  — время,  $Pr_t$  — турбулентное число Прандтля,  $\Lambda = \lambda_w / \lambda_w$ ,  $\lambda_w, \lambda_w$  — коэффициент теплопроводности материала пленки при локальной температуре  $T_w$  и температуре  $T_\infty$  соответственно,  $a_w$  — коэффициент температуропроводности материала пленки,  $a_\infty$  — коэффициент температуропроводности среды во внешнем течении,  $\xi_0 = x_0/L$ ,  $\xi_1 = x_1/L$ ,  $x_0, x_1$  — границы расчетного участка пластины,  $\sigma$  — постоянная Стефана–Больцмана. Безразмерная плотность суммарного теплового потока на поверхности пленки  $Q$  в уравнении (5) определяется выражением

$$Q = -\frac{1}{Sk} \left( \frac{Re}{\xi} \right)^{1/2} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \Big|_{\eta=0} + \Phi_w.$$

Выражение для безразмерной дивергенции плотности лучистого потока в уравнении (3) имеет вид

$$\Psi = \int_{\Delta} \frac{\tau_{\lambda L} (E_{0\lambda} - E_{*\lambda})}{4\sigma T_\infty^4} d\lambda,$$

где  $E_{0\lambda}(T)$  — объемная плотность потока равновесного излучения,  $E_{*\lambda} = 2\pi \int_{-1}^1 I_\lambda(\tau_\lambda, \chi) \chi d\chi$  — объемная плотность потока падающего излучения,  $I_\lambda$  — интенсивность излучения,  $\chi$  — косинус угла между осью ординат и направлением распространения излучения,  $\lambda$  — длина волны,  $\tau_{\lambda L} = k_\lambda L$  — характерная оптическая толщина,  $k_\lambda$  — коэффициент ослабления среды; индексом  $\lambda$  обозначены спектральные величины. Оптическая толщина в сечении  $\xi$  пограничного слоя является функцией длины волны и температуры и имеет вид

$$\tau_\lambda = \left( \frac{\xi}{Re} \right)^{1/2} \int_0^\eta \frac{\tau_{\lambda L}}{\theta} d\eta.$$

Рассматриваемая радиационная система представляет собой два плоских слоя: один слой, заключенный между поверхностями внешнего источника излучения и пленки, содержит излучающе-поглощающую и рассеивающую среду пограничного слоя, второй слой — полупрозрачная излучающе-поглощающая пленка. Граница раздела между слоями предполагается прозрачной диффузно зеркально отражающей. Для решения уравнения переноса излучения, описывающего радиационное поле, использовался метод средних потоков [7]. На границе раздела пограничный слой–пленка учитывались эффекты преломления и полного внутреннего отражения на внутренней границе пленки [5]. Поле скорости в турбулентном пограничном слое рассчитано с использованием двухслойной модели

Себеси–Смита [8]. Совместным решением уравнений (1)–(4) и уравнения переноса излучения определялись поля скорости и температуры. Расчет проводился итерационно-разностным методом.

Зависимость вязкости от температуры записывалась в следующей безразмерной форме, характерной для расплавленного стекла [9]

$$\bar{\mu}_w(\theta_w) = \exp \left[ C_0 \left( \frac{1}{\theta_w} - 1 \right) \right], \quad (6)$$

где  $C_0 = 6000/T_\infty$ .

Исследовавшаяся среда являлась газодисперсной и представляла собой смесь углекислого газа, водяного пара и частиц твердой фазы. Пренебрегая рассеянием в газовой фазе, коэффициент ослабления рассматриваемой модельной среды можно представить в виде

$$k_\lambda = k_{\lambda p} + \kappa_{\lambda g},$$

где  $k_{\lambda p}$ ,  $\kappa_{\lambda g}$  — коэффициент ослабления излучения частиц и коэффициент поглощения газа соответственно.

Учет селективного поглощения излучения в газовой фазе проводился с использованием модели узкой полосы, основанной на применении статистической модели Гуди из работы [10]. В этой модели линии поглощения распределены в спектре частот случайным образом, а интенсивность линий — по экспоненциальному закону. При таком подходе спектральный коэффициент поглощения при невысоких давлениях может быть представлен в виде

$$\kappa_{\lambda g} = P(\gamma_{\lambda \text{CO}_2} C_{\text{CO}_2} + \gamma_{\lambda \text{H}_2\text{O}} C_{\text{H}_2\text{O}}),$$

где  $P$  — полное давление газа,  $C$  — молярные концентрации компонентов смеси,  $\gamma_\lambda$  — средняя интенсивность линии в полосе поглощения, зависящая от температуры [11–13].

В расчете переноса излучения для  $\text{NO}_2$  учитывались вращательная полоса и полосы 7250, 5331, 3755  $\text{см}^{-1}$ , для  $\text{CO}_2$  — полосы 667 и 3715  $\text{см}^{-1}$ . Оптические свойства частиц заимствовались из работы [14], а коэффициент поглощения расплава стекла — из работы [9].

Расчеты проводились при следующих значениях определяющих параметров:  $\text{Pr} = 0,7$ ,  $\text{Pr}_w = 1$ ,  $\text{Pr}_t = 0,9$ ,  $\text{Re} = 10^6$ ,  $\text{Re}_w = 0,5$ ,  $\text{Sk} = 10^4$ ,  $\text{Sk}_w = 0,5$ ,  $Q_b = 0$ ,  $\Delta \text{Fo} = 0,025$ . Принято, что концентрация углекислого газа  $C_{\text{CO}_2} = 0$ , а концентрация водяных паров  $C_{\text{H}_2\text{O}} = 1$ . Полное давление газа составляло 1 атм, в качестве твердых частиц в потоке рассматривались частицы угля среднего диаметра  $10^{-4}$  м. Представленные ниже результаты расчетов относятся к последнему поперечному сечению системы пограничный слой–пленка.

Предполагалось, что поверхность пленки является идеальной. Для этого случая из формулы Уолша–Данкла [15] для значений коэффициентов прелом-

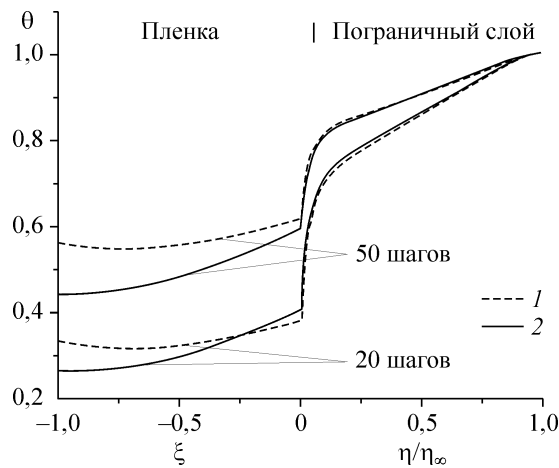


Рис. 1. Динамика распределения температуры в пограничном слое и пленке в зависимости от температуры внешнего источника  $T_s = 1000$  (1),  $1700$  (2) К.  $\theta_{w0} = 0,2$ ,  $\Delta Fo = 0,025$ .

ления  $n/n_0 = 1,5$ , где  $n_0 = 1$  — показатель преломления газа в пограничном слое, полусферическая отражательная способность на границе раздела пограничный слой–пленка со стороны пограничного слоя равнялась  $0,092$ . Используя соотношение баланса энергии излучения на границе раздела [16], можно получить значение полусферической отражательной способности границы раздела со стороны пленки равное  $0,6$ . Значение полусферической отражательной способности нижней поверхности пленки принято равным  $0,06$ .

На рис. 1 представлены результаты расчета температурного распределения, иллюстрирующие развитие во времени температурного поля в системе пограничный слой–пленка для различных значений температуры внешнего источника излучения  $T_s$ . Видно, что увеличение температуры источника, как и следовало ожидать, приводит к росту температуры поверхности пленки. Характер температурного распределения по толщине пленки существенно связан с малой отражательной способностью нижней поверхности пленки.

Динамику поля скорости в пленке при переменной температуре  $T_s$  можно наблюдать на рис. 2. Отмечается значительное увеличение скорости при увеличении температуры внешнего источника, что связано с более интенсивным нагревом пленки (см. рис. 1).

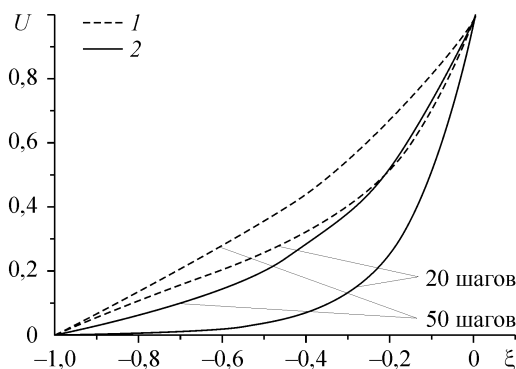


Рис. 3 иллюстрирует влияние начального разогрева пленки, характеризуемого значением начальной температуры  $\theta_{w0}$ , на распределение температуры в системе

Рис. 2. Влияние температуры внешнего источника  $T_s = 1000$  (1),  $1700$  (2) К на распределение скорости в пленке при  $\theta_{w0} = 0,2$ ,  $\Delta Fo = 0,025$ .

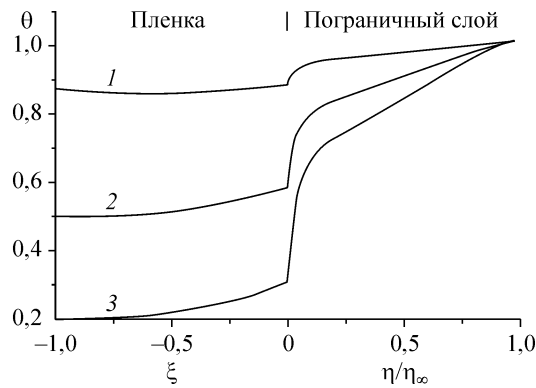


Рис. 3. Температурное распределение в пленке и в пограничном слое в зависимости от начальной температуры  $\theta_{w0} = 0,85$  (1),  $0,5$  (2),  $0,2$  (3): 50 шагов по времени,  $\Delta Fo = 0,0025$ .

пограничный слой–пленка в различные моменты времени. Отмечается увеличение температуры по всей толщине пленки с ростом начальной температуры. Причина этого связана с ростом доли собственного излучения в радиационном потоке.

На рис. 4 представлены результаты расчета распределения скорости в пленке в различные моменты времени (те же, что на рис. 3) для различных значений  $\theta_{w0}$ . Как видно, с ростом начальной температуры происходит увеличение скорости пленки за счет убывания вязкости при ее нагреве.

Предварительный анализ показывает, что предлагаемая модель, являясь развитием моделей в работах [4–5], позволяет исследовать основные закономерности процессов тепломассообмена в пограничном слое и полупрозрачной пленке расплава на поверхности твердого тела, обтекаемого потоком высокотемпературной газодисперсной среды с внешним источником излучения.

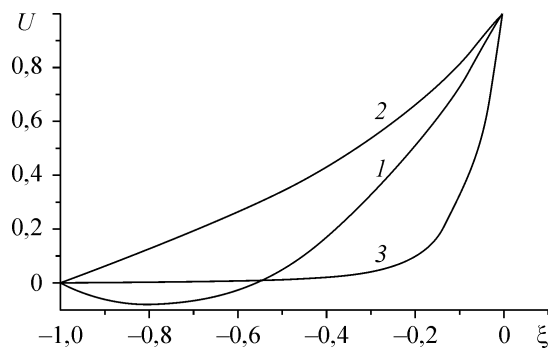


Рис. 4. Распределение скорости в пленке в зависимости от начальной температуры  $\theta_{w0} = 0,85$  (1),  $0,5$  (2),  $0,2$  (3): 50 шагов по времени,  $\Delta Fo = 0,0025$ .

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Rubtsov N.A., Sinitsyn V.A., Timofeev A.M. Conjugate problems of unsteady radiation-convection heat exchange in scattering media on a permeable plate // Russ. J. Engng Thermophys. 1991. Vol. 1, No. 3. P. 211–223.
2. Рубцов Н.А., Синицын В.А., Тимофеев А.М. Нестационарная сопряженная задача радиационно-конвективного теплообмена на проницаемой пластине // Сиб. физ.-техн. журн. 1991. Вып. 1. С. 57–61.
3. Рубцов Н.А., Синицын В.А., Тимофеев А.М. Сопряженная задача радиационно-конвективного теплообмена для сжимаемой среды // Сиб. физ.- техн. журн. 1992. Вып. 5. С. 25–31.
4. Рубцов Н.А., Синицын В.А. Исследование нестационарного радиационно-конвективного теплообмена при обтекании аблирующей пластины потоком излучающе-поглощающей и рассеивающей среды // ПМТФ. 2004. Т. 45, № 3. С. 129–135.
5. Рубцов Н.А., Синицын В.А., Тимофеев А.М. Сопряженная задача радиационно-конвективного теплообмена на тонкой полупрозрачной пластине // Теплофизика высоких температур. 1998. Т. 36, № 4. С. 631–638.
6. Полежаев Ю.В., Юревич Ф.Б. Тепловая защита. М.: Энергия, 1976.
7. Рубцов Н.А., Тимофеев А.М., Пономарев Н.Н. О поведении коэффициентов переноса в прямых дифференциальных методах теории радиационного теплообмена в рассеивающих средах // Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук. 1987. Т. 18, вып. 5. С. 3–8.
8. Sebeci T., Smith A.M. Analyses of turbulent boundary layers. N.Y.: Acad. Press, 1974.
9. Рубцов Н.А., Шварцбург А.М. Расчет влияния спектра излучения факела на теплопередачу в ванной стекловаренной печи // Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук. 1976. Вып. 1, № 3. С. 90–94.
10. Гуди Р. Атмосферная радиация. М.: Мир, 1969. 522 с.
11. Soufiani A., Hartmann J.M., Tain J.A. Validity of band model calculations for CO<sub>2</sub> and H<sub>2</sub>O applied to radiative properties and conductive-radiative transfer // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. 1985. Vol. 33, No. 3. P. 243–257.
12. Hartmann J.M., Levi di Leon R., Tain J.A. Line by line and narrow band statistical model calculations for H<sub>2</sub>O // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. 1984. Vol. 32, No. 2. P. 119–127.
13. Tain J.A. Line by line calculation of low resolution radiative properties of CO<sub>2</sub>-CO transparent non-isothermal gases mixtures up to 3000 K // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. 1983. Vol. 30, No. 4. P. 371–379.
14. Changsik Kim, Noam Lior. Easily computable good approximations for spectral radiative properties of particle-gas components and mixture in pulverized coal combustors // Fuel. 1995. Vol. 74, No. 12. P. 891–1902.
15. Оцисик М.Н. Сложный теплообмен. М.: Мир, 1976. 616 с.
16. Сергеев О.А., Мень А.А. Теплофизические свойства полупрозрачных материалов. М.: Изд-во стандартов, 1977. 288 с.

*Статья поступила в редакцию 25 декабря 2008 г.*