

где $1/\mu_R$ — значение усредненного по Ройссу обратного модуля сдвига без учета корреляционных эффектов:

$$1/\mu_R = 1/5 [4(s_{11} - s_{12}) + 3s_{44}] \quad (4.10)$$

Приведем для сопоставления результаты расчета корреляционной добавки в схеме Фойгта [5]

$$\mu_V^* = \mu_V \left\{ 1 - \frac{(c_{11} - c_{12} - 2c_{44})^2}{25\mu_V^2} \left[1 - \frac{2}{5} \frac{3c_{12} + 2c_{11} + c_{44}}{3c_{11} + 2c_{12} + 4c_{44}} \right] \right\} \quad (4.11)$$

Здесь значение усредненного модуля μ_V без учета корреляций равно

$$\mu_V = 1/5 (c_{11} - c_{12} + 3c_{44}) \quad (4.12)$$

Приведем в качестве примера численные данные усредненных модулей сдвига с учетом и без учета корреляционных добавок

Металл	μ_V	μ_V^*	μ_R^*	$\mu_R, 10^{11} \text{ дн/см}^2$	$\Delta\mu_V/2\mu_V$	$\Delta\mu_R/2\mu_R, \%$	μ (эксп)
Cu	5.46	4.91	4.80	4.0	10	10	4.83
Ag	3.38	3.06	3.01	2.55	9.5	9.0	3.03
Au	3.10	2.84	2.83	2.41	8.4	8.7	2.78
Pb	1.01	0.89	0.83	0.67	12	12	0.56
K	0.174	0.14	0.14	0.085	20	18	—

Как видно из таблицы, корреляционные добавки в обеих схемах расчета примерно одинаковы. Их учет существенно сокращает интервал между усредненными значениями модуля сдвига, в котором находится точное значение μ .

Поступила 12 IV 1965

ЛИТЕРАТУРА

1. Voigt W. Lehrbuch der Kristallphysik. Berlin, S. 962, 1928.
2. Reuss A. Berechnung der Fließgrenze von Mischkristallen auf Grund der Plastizitätsbedingung für Einkristalle. Z. Angew. Math. und Mech., В. 9, № 49, 1929.
3. Флимен И., Динс Г. Дж. Механические свойства металлов. Сб. «Реология», 1962, Изд. иностр. лит., стр. 249.
4. Эшелби Дж. Континуальная теория дислокаций. Изд. иностр. лит., 1963.
5. Лифшиц И. М., Розенцвейг Л. И. К теории упругих свойств поликристаллов. Ж. эксперим. и теор. физ., 1946, т. 16, № 11, стр. 967.
6. Даринский Б. М., Шермергор Т. Д. Температурная релаксация в поликристаллах с кубической структурой. Физ. металлов и металловедение, 1964, т. 18, № 5, стр. 645.

ВЛИЯНИЕ НАЧАЛЬНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ НА ХАРАКТЕР РАЗВИТИЯ ХРУПКОЙ ТРЕЩИНЫ

И. А. Маркузон

(Москва)

Значение растягивающих начальных (остаточных) напряжений как фактора, благоприятствующего хрупкому излому, было отмечено давно. Очевидно, что начальные напряжения, суммируясь с напряжениями от внешней нагрузки, могут уменьшить значение разрушающей внешней нагрузки. Однако роль начальных напряжений при хрупком изломе не ограничивается этим. Опасность наличия начальных напряжений заключается в том, что они могут создать условия, благоприятствующие неустойчивому развитию трещины, находящейся в зоне их действия. Поэтому, в частности, наличие остаточных напряжений вблизи сварочного шва может привести при неблагоприятных условиях (низкая температура окружающей среды, наличие трещины, случайные внешние нагрузки и т. п.) к катастрофическому хрупкому излому. Описанные в литературе [1, 2] случаи внезапного разрушения корпусов судов, крупных резервуаров и других сооружений, изготовленных с применением сварки, происходили при сравнительно низких напряжениях от внешней нагрузки путем внезапного развития трещины. При этом распространение трещины начиналось вблизи сварочного шва. В ряде экспериментальных работ [3, 4], проведенных в связи с этими авариями, исследовалось влияние остаточных напряжений на величину разрушающей нагрузки при хрупком изломе.

В предлагаемой работе проводится оценка влияния начальных (в частности сварочных) напряжений на устойчивость трещины, имеющейся в зоне начальных напряжений.

§ 1. Начальные напряжения постоянной интенсивности. Предположим, что в поле начальных растягивающих напряжений имеется прямолинейная трещина. Критическая длина $2l^*$ трещины определяется в этом случае следующим соотношением [5]:

$$l^* = \frac{2K^2}{\pi^2 Q^2}$$

Здесь K — модуль сцепления материала, Q — интенсивность начального растягивающего поля начальных напряжений вдоль оси трещины.

Начальные трещины полудлиной $l_0 < l^*$ являются неподвижно-равновесными и, следовательно, устойчивыми. Трещины полудлиной $l_0 > l^*$ в данном поле напряжений существовать не могут. Наибольшую опасность представляют трещины, длина которых близка к критической.

Очевидно, что в поле сжимающих начальных напряжений могут существовать нераскрывшиеся трещины любой длины.

Картина поведения трещин меняется, если в зоне расположения трещины возникает дополнительное изменяющееся поле напряжений от внешних нагрузок, возрастающих, например, пропорционально некоторому параметру λ .

Предположим, что внешняя нагрузка такова, что при отсутствии поля начальных напряжений развитие трещины происходило бы устойчиво. Для определенности рассмотрим случай приложения двух уравновешенных сил, расклинивающих трещину (фиг. 1). Зависимость между параметром λ и l в этом случае имеет вид [5]

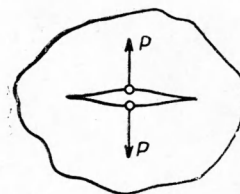
$$\lambda_0(l) = K \sqrt{2l}$$

Наличие начального поля напряжений постоянной интенсивности Q учитывается определяющей функцией

$$r(l) = -\frac{\pi Q}{2K} \sqrt{2l}$$

которая не зависит от типа изменяющейся внешней нагрузки [6]. Тогда

$$\lambda(l) = \lambda_0(l) [1 + r(l)] = K \sqrt{2l} \left(1 - \frac{\pi Q}{2K} \sqrt{2l}\right)$$



Фиг. 1

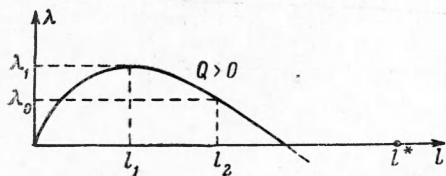
На фиг. 2 показана соответствующая зависимость между λ и l для этого случая. Если полудлина начальной трещины

$$l_2 = l_0 > l_1 = \frac{K^2}{2Q^2\pi^2} = \frac{1}{4} l^*$$

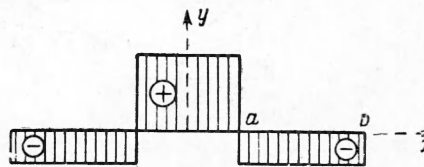
то трещина полностью раскрывается при $\lambda = \lambda_0$ и становится неустойчивой при дальнейшем увеличении параметра λ . Если, в частности, длина начальной трещины $2l_0 = 2l_1$, то величина критической силы

$$P_1 = \lambda_1 = K^2 / 2\pi Q$$

т. е. с увеличением интенсивности начального поля напряжений значение величины критической силы резко уменьшается.



Фиг. 2



Фиг. 3

Если длина начальной трещины $2l_0 < 2l_1$, то с увеличением λ начинается устойчивое развитие трещины. Это имеет место до тех пор, пока длина ее не достигнет $2l_1$ (при $\lambda = \lambda_1$). После этого трещина становится неустойчивой. При дальнейшем увеличении параметра λ начинается быстрое распространение трещины, и ее длина может превзойти $2l^*$. В этом случае прекращение действия внешней нагрузки не остановит распространения трещины: ее развитие будет обеспечиваться одним полем начальных напряжений.

§ 2. Влияние сварочных напряжений на развитие трещины. Для оценки влияния сварочных напряжений на характер развития трещины схематически изобразим на фиг. 3 эпюру сварочных напряжений. Пусть в центральной области вдоль оси x действуют растягивающие напряжения постоянной интенсивности Q , на примыкающих участках — сжимающие напряжения интенсивности $T = Q/n$. Кроме того, предположим, что в этой же области имеется однородное растягивающее поле напряжений интенсивности $Q_0 = Q/m$ (n и m — действительные числа). Тогда вдоль оси симметрии x интенсивность нормальных напряжений $p_0(x)$ выражается так:

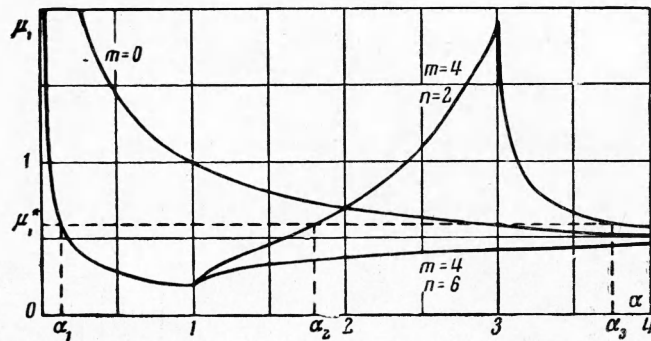
$$p_0(x) = \begin{cases} (m+1)Q_0 & (0 \leq x \leq a) \\ -\frac{m-n}{n}Q_0 & (a \leq x \leq b) \\ Q & (b \leq x < \infty) \end{cases}$$

Предположим теперь, что в начале координат вдоль оси x имеется начальная трещина (разрез) некоторой длины $2l_0$. Зависимость между длиной равновесной трещины $2l$, интенсивностью Q_0 и параметрами m, n дается соотношениями

$$\begin{aligned} \mu_1 &= \frac{1}{(m+1)\sqrt{\alpha}} & (\alpha \leq 1) & \left(\alpha = \frac{l}{a} \right) \\ \mu_1 &= \frac{\pi}{2\sqrt{\alpha}f_2(\alpha)} & (1 \leq \alpha \leq n+1) & \left(\mu_1 = \frac{\pi\sqrt{a}}{K\sqrt{2}}Q_0 \right) \\ \mu_1 &= \frac{\pi}{2\sqrt{\alpha}f_3(\alpha)} & (n+1 \leq \alpha < \infty) \\ f_2(\alpha) &= \frac{m(n+1)}{n} \arcsin \frac{1}{\alpha} - \frac{m-n}{n} \frac{\pi}{2} \\ f_3(\alpha) &= \frac{m(n+1)}{n} \arcsin \frac{1}{\alpha} - \frac{m}{n} \arcsin \frac{n+1}{\alpha} + \frac{\pi}{2} \end{aligned}$$

Здесь учтено, что $Qa = T(b-a)$.

На фиг. 4 показана зависимость между Q_0 и α для случаев $m=4, n=2, 4$ и 6 . Там же нанесена зависимость между Q_0 и α при отсутствии поля сварочных напряжений ($m=0$).



Фиг. 4

Из построенных графиков, в частности, видно, что при некотором Q_0 ($\mu_1 = \mu_1^*$) в данном поле сварочных напряжений (например, $m=4, n=2$) возможно существование начальных трещин полудлиной $l_0 < l_1$ и $l_2 < l_0 < l_3$, причем могут быть и подвижно-устойчивые трещины.

Предположим теперь, что, кроме рассмотренных неизменяющихся полей напряжений, в области расположения трещины создается дополнительное возрастающее поле интенсивности по оси симметрии $\lambda g(x)$. Как и в § 1, предположим, что изменяющиеся внешние нагрузки таковы, что их действие без начальных напряжений приводит к устойчивому развитию трещины. Для определенности вновь примем, что

$$\lambda_0(l) = K\sqrt{2l}.$$

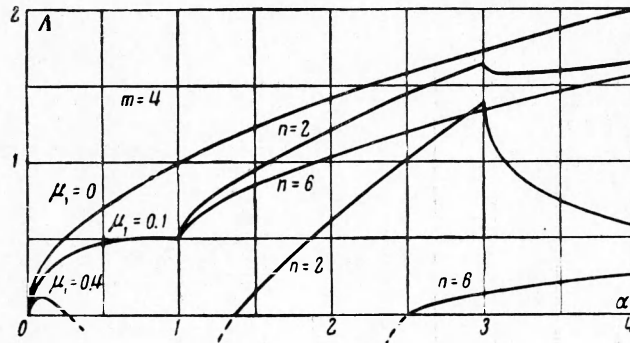
Используя известные формулы [5,6], получим следующие основные соотношения

$$\Lambda = \sqrt{\alpha} - \mu_1(m+1)\alpha \quad (0 \leq \alpha \leq 1)$$

$$\Lambda = \sqrt{\alpha} - 2\pi^{-1}f_2(\alpha)\mu_1\alpha \quad (1 \leq \alpha \leq n+1) \quad \left(\Lambda = \frac{\lambda}{K\sqrt{2a}}\right)$$

$$\Lambda = \sqrt{\alpha} - 2\pi^{-1}\mu_1f_3(\alpha)\alpha \quad (n+1 \leq \alpha < \infty)$$

На фиг. 5 построены кривые, описывающие характер распространения трещины при увеличении параметра λ , для различных полей начальных напряжений.



Фиг. 5

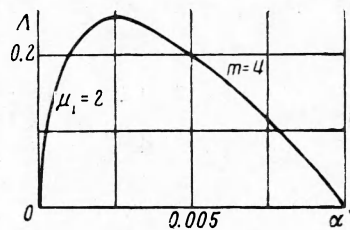
Так, например, из графика видно, что для $\mu_1 = 0.4$ начальная трещина длиной $\alpha \approx 3.5$ (трещина такой длины, как видно из фиг. 4, может существовать в данном ($m = 4, n = 2$) начальном поле напряжений) при достижении параметром λ соответствующего значения λ^* начнет катастрофически развиваться. Между тем, при отсутствии поля начальных напряжений ($\mu_1 = 0$) с увеличением λ трещина этой длины начнет распространяться, причем устойчиво, лишь когда λ значительно превысит значение λ^* .

С другой стороны, если длина начальной трещины $l_2 < l_0 < 3a$, то при увеличении λ начнется устойчивое развитие трещины.

Заметим, что при $\mu_1 = 2.0$ начальные трещины длиной $\alpha = 0.0025$ начиная с $\lambda = 0.25 K \sqrt{2a}$, распространяются катастрофически (фиг. 6). Впрочем, и трещины длиной $\alpha > 0.0025$ (при достижении соответствующего значения λ) становятся неустойчивыми.

Рассмотренные примеры показывают, что опасность наличия сварочных напряжений в хрупких материалах с трещиной зависит как от комбинации начальных и внешних напряжений, так и от длины первоначальной трещины.

Проведенный весьма краткий анализ иллюстрирует тот факт, что изменяющиеся, вообще говоря, «неопасные» нагрузки при определенной комбинации начальных сварочных напряжений могут привести к катастрофическому излому.



Фиг. 6

Поступила 13 III 1965

ЛИТЕРАТУРА

1. Остаточные напряжения в металлах и металлических конструкциях. Сб. статей под ред. В. Р. Осгуда. Изд. иностр. лит., 1957.
2. Д у д а Р. И., Т а р а н В. Г. Методы оценки склонности резервуарных сталей к хрупким разрушениям. Научн. труды Моск. нефт. ин-та, 1957.
3. W e l l s A. A. Influence of Residual Stresses and Metallurgical Changes on Low-Stress Brittle Fracture in Welded Steel Plates. Weld. J., 1959, vol. 38, No. 10, p. 414—424.
4. Н а в р о ц к и й Д. И. Прочность сварных соединений. Машгиз, 1961.
5. Б а р е н б л а т т Г. И. Математическая теория равновесных трещин, образующихся при хрупком разрушении. ПМТФ, 1961, № 4, стр. 3—56.
6. М а р к у з о н И. А. Обратная задача теории равновесных трещин. ПМТФ. 1961, № 6, стр. 93—98.